UNIVERSITY OF TORONTO
3 1761 00175350 8

ÉMILE PICARD
SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DISCOURS

ET

MÉLANGES

PARIS
GAUTHIER-VILLARS
—
1922

DISCOURS

ET

MÉLANGES

DU MÊME AUTEUR.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS.

Traité d'analyse, *trois* volumes.

Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes, *deux* volumes.

Quelques réflexions sur la mécanique, suivies d'une première leçon de dynamique, *un* volume.

Sur le développement de l'analyse et ses rapports avec diverses sciences, *un* volume.

La théorie de la relativité et ses applications à l'astronomie, *une* brochure.

LIBRAIRIE ARMAND COLIN.

Sur le développement, depuis un siècle, de quelques théories fondamentales dans l'analyse mathématique. Conférences faites en 1899 à Clark-University (États-Unis).

IMPRIMERIE NATIONALE.

Introduction générale (deuxième partie, sciences) **aux rapports du jury international de l'exposition universelle de 1900.**

LIBRAIRIE FLAMMARION.

La science moderne et son état actuel, *un* volume.

ÉMILE PICARD
SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DISCOURS

ET

MÉLANGES

PARIS
GAUTHIER-VILLARS
—
1922

Q
113
P55

Tous droits de traduction, de reproduction
et d'adaptation réservés pour tous pays.

INTRODUCTION

J'ai réuni dans ce volume de mélanges quelques notices consacrées à la vie et à l'œuvre de savants éminents, ainsi que des études relatives à l'histoire et à la philosophie des sciences. On y trouvera aussi des articles et des conférences se rapportant à divers sujets qui ont préoccupé l'opinion dans ces dernières années, particulièrement pendant la guerre. Les questions scientifiques interviendront de plus en plus à l'avenir dans la vie sociale, et il est essentiel que le grand public ait des vues justes sur le rôle de la science et sur ce que l'on peut attendre d'elle.

ÉMILE PICARD.

7 mai 1922.

LA VIE ET L'ŒUVRE

DE

PIERRE DUHEM [1]

MESSIEURS,

Nos classifications académiques aiment à placer les savants dans des cadres bien définis; celui-ci est géomètre, cet autre physicien, celui-là chimiste. La spécialisation, souvent nécessaire dans les recherches modernes, rend, en général, utile notre division en sections. Il serait à désirer cependant qu'on l'entendît parfois d'une manière plus large, en corrigeant ce qu'elle a de trop rigide. Cette réflexion m'est inspirée par l'œuvre du confrère éminent, qui n'a fait que passer parmi nous, Pierre Duhem. Si ce théoricien de la mécanique, de la physique et de la chimie eût habité Paris, trois de nos sections se le seraient peut-être successivement renvoyé, et son cas se fût aggravé de ce qu'il cultivait en même temps l'histoire et la philosophie des sciences. Nous avons heureusement, depuis dix ans, une division de membres non résidants, qui n'est pas fractionnée en spécialités. Duhem y a trouvé la place que méritaient la puissance de son esprit et le labeur immense qu'il a fourni, dans des voies très diverses, pendant sa carrière trop tôt interrompue. Je voudrais essayer de retracer aujourd'hui sa vie et son œuvre, heureux de rendre hommage, en sa personne, à ces savants qui, en dehors de la capitale, contribuent au bon renom de la science française.

I.

Pierre Duhem naquit à Paris le 10 juin 1861. Son père, resté jeune orphelin et sans fortune, était entré de bonne heure dans le commerce, après avoir fait toutefois de bonnes études classiques, et notre confrère se rappelait l'avoir vu souvent dans son

[1] Notice lue en la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences, le 12 décembre 1921.

enfance relire Horace et Virgile. Cependant il semble que ce soit un de ses grands-oncles, Timothée Fabre, ancien professeur au Collège royal d'Angers, qui exerça sur lui la plus grande influence. Duhem avait pour ce grand-oncle, très humaniste et un peu poète, une profonde vénération. Il est venu souvent, tout jeune homme, passer ses vacances près de lui dans la maison familiale de Cabrespine, petit village de l'Aude, et le goût si prononcé qu'il eut toujours pour les humanités classiques fut en partie dû à son grand-oncle. Notre confrère aimait à raconter que sa vocation scientifique lui était venue de très bonne heure; d'après lui, une part en revenait à un enseignement excellent de l'arithmétique donné par une maîtresse d'un cours enfantin qu'il avait suivi avant d'entrer au Collège Stanislas, Mlle Arnould. Si l'on accordait à ces souvenirs d'enfance plus d'importance qu'ils ne méritent, on pourrait y voir une manifestation précoce du goût qu'eut toujours Duhem pour les déductions poursuivies en dehors de toute représentation figurée.

Duhem fit à Stanislas d'excellentes études. Élève régulier, il s'intéressait à tout ce qu'on lui enseignait. Cependant l'histoire eut un moment ses préférences, et il s'en fallut de peu que son professeur d'histoire, M. Cons, ne le décidât à se consacrer aux recherches historiques. En fait, Duhem devait prendre plus tard un rang éminent dans l'histoire des sciences, et il ne lui fut pas indifférent d'avoir cultivé avec succès la version latine et la version grecque, quand il se trouva en présence de manuscrits latins du moyen âge et qu'il dut commenter les écrits de certains mathématiciens grecs. Mais, de tous ses maîtres, aucun n'exerça sur lui une action comparable à celle de son professeur de physique, Jules Moutier, théoricien pénétrant de la physique, qui paraît avoir eu le premier l'idée d'appliquer les théorèmes de la thermodynamique à la dissociation chimique. L'empreinte de Moutier fut très forte sur l'esprit de Duhem; d'autre part, le maître apprécia vite les qualités puissantes de son élève « Retenez bien le nom de votre camarade Duhem, disait-il un jour dans une interrogation, il deviendra célèbre ». De tels propos donnaient à Duhem une grande notoriété dans le collège, et les témoignages de ses condisciples plus jeunes montrent que ses cadets regardaient avec admiration cet élève de mathématiques spéciales qui passait pour avoir fait des découvertes.

Ce n'est pas que Duhem cherchât à capter les suffrages popu-

laires; il montra de bonne heure le caractère indépendant et ombrageux, qui fut en partie la cause des difficultés qu'il rencontra dans sa carrière. Il lui arrivait d'exercer sa verve caustique sur ses camarades, et son esprit quelque peu frondeur apparaît dans les portraits qu'il faisait de ses maîtres; il avait en effet un réel talent de caricaturiste, qui accroissait encore sa renommée dans l'enceinte du collège. Plusieurs de ses dessins, pieusement conservés, font revivre le personnel de Stanislas vers 1880. Son habileté à manier le crayon apparaît aussi de bonne heure en des sujets scientifiques; de 1876 à 1878, il dessina les planches *d'observations micrographiques devant servir à l'histoire naturelle des êtres inférieurs des deux règnes :* tel est le titre d'un ouvrage qu'il rédigea alors avec la collaboration de son camarade le futur docteur Récamier, et qui resta manuscrit; ces reproductions d'algues et de champignons microscopiques, faites par un jeune homme de quinze ans, sont d'une remarquable fidélité. Le talent de dessinateur et le goût pour l'histoire naturelle, que montrait ainsi Duhem, purent alors faire penser qu'il trouverait sa voie dans les recherches biologiques.

Notre confrère était d'une nature maladive et il ne connut jamais la pleine santé. Des crises pénibles d'estomac interrompirent plusieurs fois ses études. Aussi n'entra-t-il qu'en 1882 à l'École normale, où il fut reçu le premier. Les années qu'il passa rue d'Ulm furent parmi les meilleures de sa vie. Il appréciait ce milieu varié, où se coudoient les *littéraires* et les *scientifiques*. Il y noua de solides amitiés, particulièrement avec ceux dont le rapprochaient ses opinions religieuses. Tel fut, pour ne citer que ceux qui ne sont plus, notre confrère de l'Académie des sciences morales, Victor Delbos, à qui l'on doit de remarquables études sur Kant et Spinoza, et dont la mort, précédant de peu la sienne, devait attrister les derniers temps de sa vie. Personne ne fut moins que Duhem l'homme d'une seule étude, et déjà sa lecture était immense. Ce mode de travail n'est pas toujours le plus favorable pour réussir dans les examens; ceux-ci ont leurs hasards, et Duhem ne fut classé que le septième à la licence ès sciences mathématiques. Mais il obtint sans peine le premier rang en physique et en chimie, et on le laissa à la tête de sa promotion, tant sa supériorité était évidente.

II.

Dès son entrée à l'École, Duhem s'essaie à des recherches personnelles. Au Collège Stanislas, son maître Moutier lui avait fait aimer, comme il le dit lui-même, les théories de la physique. C'est ainsi qu'il était familier avec l'important mémoire de Massieu donnant la notion capitale d'une fonction caractéristique de l'état d'un corps. Il avait aussi étudié l'exposé des idées émises sur la mécanique chimique par un savant américain Willard Gibbs, donné par notre confrère M. Lemoine dans ses belles études sur les équilibres chimiques, et il connaissait le travail récent de Helmholtz sur la distinction dans une pile entre la chaleur chimique et la chaleur voltaïque. Ces lectures lui inspirèrent son premier dessein.

Depuis Lagrange, la statique est comprise dans un seul principe, celui des déplacements virtuels, principe complété dans le cas d'un potentiel par un théorème célèbre relatif à la stabilité de l'équilibre. Ne pourrait-on pas obtenir un principe analogue applicable à des cas beaucoup plus étendus que ceux envisagés par la mécanique rationnelle ? Gibbs avait déjà indiqué que les fonctions introduites par Massieu pouvaient, dans certains cas, jouer ce rôle ; mais une rédaction très abstraite et quelquefois obscure rendait singulièrement difficile la lecture de son mémoire. Duhem est guidé par la pensée de mettre en évidence, plus fortement que ses devanciers, les analogies entre la mécanique analytique de Lagrange et la thermodynamique. Les travaux célèbres de Thomson et de Clausius avaient fait la distinction entre l'énergie totale et l'énergie libre ou énergie utilisable, que possède un système, *energie available to man*, comme disait Lord Kelvin. Duhem forme, au moyen de l'énergie utilisable, la fonction qu'il appelle *potentiel thermodynamique interne* et qui joue un rôle analogue à celui du potentiel en mécanique rationnelle ; il se sert alors systématiquement de la méthode des travaux virtuels, qui dispense de la considération longue et pénible des cycles le plus souvent employée jusque-là, et en fait de nombreuses applications aux principaux problèmes de la statique chimique. Ce fut l'objet de la première note qu'il

présenta en 1884 à l'Académie, et, peu après, il publie un volume *sur le potentiel thermodynamique et ses applications à la mécanique chimique.*

Il semble que les physiciens et les chimistes aient prêté peu d'attention à ce premier ouvrage de Duhem, peut-être parce qu'ils n'y trouvaient pas d'expériences nouvelles. Les mathématiciens lui firent un meilleur accueil, frappés sans doute par les analogies avec les questions de mécanique rationnelle, qui leur étaient plus familières, et par l'importance des problèmes de maximum et de minimum dans l'étude de la stabilité des équilibres chimiques. Tous pouvaient y apprécier une réelle vigueur d'esprit, autorisant les plus grandes espérances.

Après le concours d'agrégation de physique de 1885, où il fut reçu le premier, Duhem resta encore deux ans à l'École normale, comme élève de quatrième année et comme préparateur. C'était l'époque où, dans le modeste laboratoire de la rue d'Ulm, Pasteur ouvrait des voies nouvelles à la biologie et à la médecine. L'école pasteurienne eût fait en Duhem une heureuse recrue, et le maître chercha à l'attirer. Le jeune agrégé eut quelques hésitations, mais il ne put se résigner à abandonner le programme de recherches qu'il s'était déjà tracé. Un des amis de Duhem, qui l'ont le mieux connu, affirme que les avantages de carrière qu'il aurait trouvés à entrer chez Pasteur furent l'une des raisons qui l'en détournèrent. Il se peut; car Duhem eut toujours la crainte que des considérations d'intérêt personnel guidassent ses décisions, et, en plusieurs circonstances, des scrupules de conscience le poussèrent à se nuire à lui-même.

En 1887, Duhem fut nommé maitre de conférences à la Faculté des sciences de Lille, où il passa six années. Il était chargé d'un cours complémentaire de physique; deux volumes lithographiés sur l'hydrodynamique, l'élasticité et l'acoustique restent le témoignage de son activité comme professeur à cette époque. En 1893, ayant quelques difficultés avec son doyen, il demanda son changement. D'ailleurs un malheur cruel venait de le frapper. Marié à Lille peu de temps après son arrivée, il eut la douleur de perdre sa femme. Il allait se consacrer uniquement à ses travaux et à l'éducation de sa fille unique. Après un court séjour à Rennes, où il ne se plut guère, il fut nommé, en 1895, professeur de physique théorique à la Faculté des sciences de Bordeaux, poste qu'il occupa jusqu'à sa mort.

III.

Duhem a voulu être un théoricien de la mécanique, de la physique et de la chimie; il pensait qu'on sert très utilement la science en cherchant à classer et à ordonner le chaos des faits que l'expérience nous a révélés; c'était pour lui l'objet essentiel de la physique théorique. Ses réflexions avaient porté de bonne heure sur la valeur de la science et sur ce que l'on peut attendre d'elle; les vues systématiques qu'il s'était formées à ce sujet donnèrent une orientation générale à ses travaux, et il est parfois difficile de distinguer chez lui le savant de l'historien et du philosophe.

Notre confrère est revenu souvent sur l'histoire de la mécanique; il avait longuement médité sur l'effort considérable fait dans ce domaine par l'esprit humain. Que de variations au cours des siècles et selon les vicissitudes des écoles et des systèmes dans le sens de ces mots « Explication mécanique des phénomènes physiques ».

Pour Duhem, le passé éclairait singulièrement le présent. Dans l'antiquité, à la base du système d'Aristote et des péripatéticiens, on trouve la distinction des *catégories*. A la première catégorie, celle de la substance, s'oppose la multiple catégorie des accidents, parmi lesquels le *lieu*, la *qualité*, la *quantité*. La quantité est susceptible d'addition, tandis qu'au contraire les intensités d'une qualité, comme le froid et le chaud, ne sont pas additives. « Entassez des boules de neige, disait Diderot, vous n'arriverez pas à chauffer un four. » Les accidents, dont une substance est capable, peuvent être, soit en *acte*, soit en *puissance*, et cette distinction profonde est restée dans la science actuelle. Non moins remarquable est la considération d'un troisième état où la puissance et l'acte se trouvent intimement liés, c'est l'état que les péripatéticiens désignaient sous le nom de *mouvement*, en entendant par là non seulement le mouvement local, mais aussi le mouvement d'altération tel que la fusion de la glace, et aussi les mouvements de corruption et de génération des éléments, correspondant à la décomposition et à la composition des *mixtes*. Avec les catégories aristotéliciennes étaient expliqués les phénomènes que présente le monde

physique. On sait combien fut vive au XVIIe siècle la réaction cartésienne contre la physique de l'École, regardée comme la physique de la qualité, et de quelles plaisanteries furent l'objet la vertu dormitive et autres vertus occultes. Sous la croûte superficielle, où se conservent mortes et fossilisées les doctrines physiques des anciens âges, Duhem se plaisait au contraire à découvrir des pensées profondes en accord avec certaines vues de la science actuelle.

La doctrine de Descartes est à l'opposé de celle des scholastiques. Avec lui la notion de qualité est bannie du domaine de la science, qui devient la *mathématique universelle*. « Je ne reçois pas de principes en physique, proclame-t-il, qui ne soient aussi reçus en mathématiques » ; il voyait dans l'étendue l'essence de la matière, et voulait, partant de là, construire le monde avec de la figure et du mouvement. Ces vues, qui devaient exercer une influence considérable sur le développement de la science, étaient assurément trop simplistes, et il fut nécessaire d'introduire d'autres éléments étrangers à la mathématique, pour tout expliquer, comme on disait alors, par *des raisons de méchanique*.

Peu après, la vieille doctrine atomistique d'Épicure et de Lucrèce était rajeunie par Huygens, qui, dans son admirable *Traité de la lumière*, regarde l'éther comme formé de petites billes élastiques dont les chocs successifs produisent le mouvement de l'onde lumineuse ; puis se développe le dynamisme de Leibnitz avec la notion de force, hétérogène à la géométrie. Enfin Newton, continuant l'œuvre de Galilée, de Descartes et de Huygens, donne dans son immortel ouvrage *Sur les principes de la philosophie naturelle* le code de la dynamique moderne. Les applications à la mécanique céleste sont bientôt pour la nouvelle doctrine l'occasion d'éclatants triomphes, et, malgré les craintes de quelques cartésiens retrouvant une vertu occulte dans l'attraction, la physique newtonienne domine entièrement dans la seconde moitié du XVIIIe siècle.

La mécanique de Newton, qui procède à la manière synthétique des géomètres de l'antiquité, est purement géométrique. Dans sa mécanique analytique, Lagrange condense toute la statique dans une seule formule, en donnant toute son ampleur au principe des déplacements virtuels, et, empruntant à d'Alembert la notion de forces d'inertie, il fait connaître les équations

célèbres de la dynamique, auxquelles son nom est resté attaché.

Le principal souci de Duhem, dans son premier travail sur le potentiel thermodynamique, avait été, en suivant la voie ouverte par Massieu et par Gibbs, de donner à la statique thermodynamique une forme toute semblable à celle que, depuis Lagrange, avait revêtue la statique mécanique. Mais ce premier essai lui inspira bientôt des projets plus vastes. Ce fut quelque temps une opinion assez répandue, que la thermodynamique peut se ramener à la mécanique classique et que la chaleur est un mode de mouvement. Tout autre était la pensée de Duhem, qui eut toujours une aversion profonde pour les mouvements cachés de masses hypothétiques. Il estimait que la statique mécanique et la statique physico-chimique devaient former deux chapitres particuliers d'une doctrine plus étendue, et il résolut de consacrer tous ses efforts à son édification. Les nombres mesurant les intensités des qualités doivent être introduits dans les formules à côté de ceux qui concernent la figure et le mouvement. La thermodynamique générale, les prenant les uns et les autres tels que les donne la physique expérimentale, embrassera alors dans des principes communs tous les changements d'état des corps, aussi bien les changements des qualités physiques que les changements de lieu. « *Ainsi*, disait Duhem, *la tentation sera moindre de ramener l'étude de tous les phénomènes physiques à l'étude du mouvement, ...; on fuira dès lors plus volontiers ce qui a été jusqu'ici le plus dangereux écueil de la physique théorique, la recherche d'une explication mécanique de l'Univers.* »

On ne pouvait formuler une profession de foi scientifique plus opposée à l'idéal poursuivi par les diverses physiques mécanistes depuis la physique cartésienne et la physique atomistique jusqu'à la physique newtonienne.

IV.

Un physicien écossais Rankine avait déjà, en 1855, entrevu un but analogue à celui que se proposait Duhem, en cherchant à édifier une thermodynamique générale, mais la tentative était alors prématurée. Cependant le nom d'*énergétique* proposé par lui est resté dans la science, et il laisse deviner la place que

va jouer l'énergie dans la mécanique générale. Il n'est pas aujourd'hui de notion plus courante que celle de l'énergie, et l'on sait combien a été fécond en physique et en chimie le principe de la conservation de l'énergie.

Dans ses *Commentaires sur la thermodynamique*, œuvre à laquelle il attachait une grande importance, Duhem, préoccupé de construire un système logique, commence par poser les postulats et les hypothèses qui sont à la base de l'édifice à construire. Après avoir introduit les variables normales déjà envisagées par Helmhöltz, il présente, sous la forme la plus générale, la notion du travail ou œuvre accomplie par les corps extérieurs pour une modification virtuelle ou réelle. En laissant d'abord de côté les phénomènes électriques et magnétiques, l'énergie d'un système se décompose en l'énergie interne, dépendant de son état et non de son mouvement local, et l'énergie cinétique, dépendant du mouvement local et non de l'état. L'énergie cinétique se ramène à la force vive de l'ancienne mécanique; quant à l'énergie interne, des hypothèses et des lois particulières déterminent sa forme dans chaque partie de la physique. La notion de quantité de chaleur ne peut, d'après Duhem, être posée avec précision qu'en recourant au principe de la conservation de l'énergie, ce qui revient à regarder le travail provenant d'une source calorifique extérieure à un système, comme proportionnel à la chaleur que celle-ci communique à ce système. « Cette définition tout algébrique de la quantité de chaleur, écrit-il, scandalisera peut-être quelques esprits; ils s'étonneront de voir employer ces mots *quantité de chaleur*, pour désigner une somme de termes à la formation desquels les notions de chaud et de froid sont complètement étrangères. » Et il insiste sur l'absence de tout lien logique entre la notion de quantité de chaleur, telle que l'entend le physicien, et la notion qu'entend exprimer le langage vulgaire, car ce lien s'est trouvé brisé le jour où il fut prouvé qu'en *chauffant* de la glace on la fondait sans l'*échauffer*. Il faut cependant montrer la relation entre la grandeur ainsi définie et ce que les physiciens mesurent au calorimètre, mais on ne peut y parvenir qu'en posant un nouveau postulat autonome, d'après lequel la capacité calorifique normale doit être essentiellement positive.

Dans ses *Commentaires*, Duhem discute toutes ces questions ainsi que celles se rattachant au principe de Carnot; c'est

l'œuvre très abstraite d'un logicien impitoyable autant que d'un physicien. Sûr de ses fondations, il peut alors tenter de former les équations de la dinamyque nouvelle. Bien des difficultés étaient à surmonter dans l'application de la méthode des déplacements virtuels à ce domaine. Outre les actions d'inertie, s'introduisent les actions de viscosité et certains coefficients calorifiques s'exprimant à l'aide de l'entropie. Les relations ainsi obtenues définissent les variations de tous les paramètres dont dépend l'état du système, sauf la température. Une relation supplémentaire étrangère à l'énergétique doit être cherchée ailleurs, comme l'avaient reconnu jadis Laplace et Poisson dans le cas très particulier de la propagation du son dans un fluide. La théorie de la conductibilité thermique peut souvent fournir cette relation supplémentaire.

Un cas particulier remarquable, relatif aux équations de la dynamique générale, doit être signalé. Il peut arriver que certaines variables normales ne figurent pas dans l'expression de la force vive; la force d'inertie relative à cette variable est alors nulle. Les équations générales renferment seulement les dérivées premières (et non secondes) de ces variables, que Duhem appelle *variables sans inertie;* la mécanique chimique en offre d'importants exemples. La dynamique des systèmes sans inertie se rapproche de la dynamique d'Aristote, où la force était proportionnelle à la vitesse, et ceci montre assez combien est compréhensive la nouvelle doctrine.

La considération des actions de viscosité s'annulant avec la vitesse n'est pas suffisante. On a introduit depuis longtemps dans la mécanique classique des forces de frottement. Duhem envisage le frottement comme un phénomène général auquel correspondent des termes qui, comme ceux de la viscosité, sont essentiels et irréductibles. L'introduction de ces termes, avec des propriétés bien définies, est pour Duhem le résultat d'une hypothèse directe. Nous avons déjà dit combien peu le satisfaisaient les hypothèses indirectes sur les mouvements cachés, par lesquels Helmholtz et d'autres mécaniciens ont cherché à rendre compte de l'irréversibilité. Nous retrouvons toujours chez lui la même disposition à regarder, sans plus d'explications, certains faits comme primitifs, tel, par exemple, le travail négatif des actions de viscosité et de frottement. Il a d'ailleurs écrit, sans y insister du reste, qu'il serait prudent de prévoir une

thermodynamique où ce travail pourrait être d'un signe quelconque, et où le mouvement perpétuel ne serait plus impossible. Il voulait sans doute rappeler qu'aucune hypothèse n'est *a priori* inadmissible, et que les faits paraissant le mieux établis sont toujours sujets à révision.

Un point capital pour Duhem, et sur lequel il est revenu souvent, est que, dans les systèmes à frottement, les états d'équilibre sont en nombre infini et forment une suite continue. Nous retrouverons cette idée, classique en mécanique rationnelle, dans des études de Duhem sur la mécanique chimique, qui ont fait l'objet de nombreuses discussions.

V.

Ainsi s'est trouvée peu à peu codifiée par Duhem la dynamique générale, qui, depuis sa sortie de l'École normale, n'avait cessé d'être l'objet de ses méditations. On lui a parfois reproché de ne pas avoir suffisamment cité ceux qui avaient été avant lui les premiers ouvriers dans l'édification de cette œuvre. La critique est en grande partie injuste. Duhem a dit notamment tout ce qu'il devait à Rankine, à Gibbs et à Helmholtz, pour ne parler que des disparus; mais son esprit systématique ne tenait pas tant à telle ou telle pierre de l'édifice qu'à la construction de l'ensemble et à l'exposé parfaitement cohérent des principes, avec l'énoncé sans lacunes des postulats qui sont à la base. Il aurait pu toutefois dire l'influence qu'eut à une certaine époque sur sa pensée celle d'un mathématicien, prématurément enlevé à la science, Gustave Robin. Je tiens à rendre ici hommage à ce savant, dont j'ai pu jadis apprécier la rare profondeur d'esprit. Robin fut, comme Duhem, un des fondateurs de la thermodynamique générale, en se plaçant d'ailleurs à un point de vue philosophique très différent.

Au reste, quoique Duhem ait fait çà et là quelques réclamations de priorité, il ne leur attachait pas une grande importance. C'est ce dont témoigne assez la notice qu'il rédigea pour sa candidature à l'Académie. Elle débute par cette phrase tirée des *Pensées* de Pascal, qu'on n'est pas accoutumé à lire dans les écrits de ce genre : « Certains auteurs, parlant de leurs ouvrages, disent : mon livre, mon commentaire, mon histoire, etc.... Ils

sentent leurs bourgeois qui ont pignon sur rue, et toujours un « chez moi » à la bouche. Ils feraient mieux de dire : notre livre, notre commentaire, notre histoire, ..., vu que d'ordinaire il y a plus en cela du bien d'autrui que du leur. »

La modestie de notre confrère était sincère; il avait trop étudié l'histoire des sciences pour ignorer que le travail scientifique est un travail collectif, et que l'éclosion des idées en apparence les plus originales n'est souvent que l'aboutissement de longs efforts antérieurs.

VI.

Duhem a fait de très nombreuses applications de ses principes généraux aux diverses parties de la mécanique, de la physique et de la chimie.

On lui doit, tout d'abord, des recherches approfondies sur les principales questions qui se posent dans la mécanique des fluides. Il a notamment beaucoup insisté sur ce que, dans le cas d'un système continu, la méthode des déplacements virtuels, appliquée à une portion de ce système, permet seule de définir avec précision les forces de liaison la concernant, telles par exemple les pressions dans un fluide. Aussi a-t-il critiqué vivement les géomètres qui, avec Poisson, remplacent, dans l'exposé des principes, les forces de liaison, telles que les envisageait Lagrange, par des actions moléculaires. Les relations analytiques traduisant les liaisons imposées aux diverses parties d'un système par sa constitution avaient, semble-t-il, pour Duhem, plus de réalité que les atomes et les molécules. C'est toujours la même tendance d'esprit que nous retrouvons dans toutes les parties de son œuvre.

Je ne puis que rappeler ses études sur la stabilité de l'équilibre des corps flottants dans un liquide compressible, comprenant, dans le cas particulier des liquides homogènes, la solution énoncée par Bravais et rigoureusement établie avec tant d'élégance par Guyou. La question des ondes est capitale dans la dynamique des fluides. On sait que des propagations d'onde sont possibles dans des fluides parfaits. Au contraire, comme l'établit Duhem, la propagation d'aucune onde n'est possible dans un fluide visqueux, quelle qu'en soit la viscosité; on n'y

peut observer que des quasi-ondes, correspondant à des couches plus ou moins minces, mais ne donnant lieu à aucune discontinuité. La notion des quasi-ondes joue aussi un rôle essentiel dans l'étude des ondes de choc. « Comme l'air est visqueux, conclut Duhem, aucune onde de choc proprement dite ne peut s'y propager; mais, comme il est peu visqueux, il s'y peut propager une quasi-onde de choc, c'est-à-dire une couche peu épaisse, au travers de laquelle la vitesse varie très rapidement, sans être cependant discontinue. » Non moins remarquables sont les phénomènes qui se produisent dans un fluide visqueux en contact avec des solides, phénomènes d'où il résulte que des tourbillons peuvent naître dans un fluide visqueux partant du repos, comme M. Boussinesq l'avait remarqué dans un cas particulier.

L'énergétique de Duhem n'a pas apporté une moindre extension à la théorie classique de l'élasticité. Elle lui a permis de poser les lois des actions de viscosité dans un corps élastique en mouvement. En particulier, au sein d'un milieu affecté de viscosité, qu'il soit vitreux ou cristallisé, aucune onde véritable ne peut se propager; on peut seulement y observer des ondes-cloisons, séparant les unes des autres les mêmes masses, cloisons au travers desquelles les composantes de la vitesse n'éprouvent pas de discontinuités. Divers physiciens, comme on sait, ont observé dans des milieux vitreux, où des courants sont engendrés par de grandes différences de température, des divisions en cellules persistantes, ce qui confirme la théorie de Duhem.

La statique et la dynamique chimique ont fait l'objet de travaux étendus de notre confrère. Convaincu que la thermodynamique peut seule imposer un ordre rationnel à certains chapitres très confus de la chimie, il publia en un gros volume des leçons élémentaires de *Thermodynamique et chimie*. Comme il le déclare au début « L'union de la thermodynamique et de la chimie s'est accomplie en France au laboratoire de l'immortel Henri Sainte-Claire Deville », mais les lois de la statique chimique ont été posées d'abord en Amérique par Gibbs dans des mémoires célèbres, dont nous avons déjà parlé. La pensée, souvent trop concise du savant américain, a fait l'objet de nombreux commentaires; Duhem est un de ceux qui ont le plus contribué à donner une forme définitive à cette doctrine. Il a particulièrement développé cette loi des phases que l'on regarde

comme une des règles directrices les plus précieuses de la chimie moderne, la complétant en un point important relatif aux valeurs que prend la masse de chacune des phases, suivant que, outre la température, le volume ou la pression du système est donné. Dans les applications de la thermodynamique à la chimie, un des soucis constants de Duhem a été d'utiliser les inégalités qui expriment la stabilité de l'équilibre et fixent le sens des déplacements, inégalités auxquelles il a rattaché, sous une forme très générale, les lois célèbres du déplacement de l'équilibre, entrevues par Gibbs, et portant les noms de M. Le Chatelier et de Van't Hoff. Il les emploie aussi dans de nombreuses questions particulières, telles que les mélanges doubles, la liquéfaction des mélanges gazeux, la vaporisation et la congélation des dissolvants.

Aux inégalités exprimant la stabilité se rattachent encore les études de Duhem sur l'équilibre et le mouvement des fluides mélangés. L'énergétique fournit une méthode générale et régulière pour établir la théorie du mouvement d'un nombre quelconque de tels fluides. Certaines grandeurs, qui n'avaient pas d'analogues dans la théorie d'un fluide unique, s'introduisent alors, donnant l'explication de divers phénomènes observés, comme les différences de concentration entre les diverses parties d'un mélange immobile, quand celles-ci sont inégalement chauffées.

Duhem attachait une grande importance à ses travaux sur le frottement et les faux équilibres. D'après lui, en dehors des états d'équilibre prévus par la thermodynamique, qu'on pourrait appeler *états de véritable équilibre*, il existe des états d'équilibre contredisant aux prévisions de la thermodynamique : ce sont les *états de faux équilibre*. Ceux-ci se partagent eux-mêmes en faux équilibres *apparents* et en faux équilibres *réels*. Les premiers rentrent dans ceux que prévoit la thermodynamique, pourvu que, en appliquant ses principes, on tienne compte des termes proportionnels aux surfaces de contact des diverses phases; ces considérations sont notamment applicables aux retards d'ébullition, à la surfusion des liquides, à la sursaturation des dissolutions salines. Ces faux équilibres apparents, quelquefois appelés *métastables*, peuvent être détruits par un déclenchement, correspondant à un travail négligeable, comme il arrive pour une dissolution sursaturée. Mais il existe aussi, pour

Duhem, des cas de faux équilibres réels, et ses opinions à ce sujet ont suscité des critiques assez vives. Certains physico-chimistes professent que la thermodynamique, sous sa forme classique, donne les conditions nécessaires et suffisantes pour l'équilibre d'un système chimique, et que les cas paraissant faire exception correspondent à des réactions extrêmement lentes. Ainsi, un grand nombre de composés du carbone, qui semblent être à l'état de faux équilibre, se transformeraient en réalité avec une lenteur pour ainsi dire infinie; le diamant, par exemple, ne cesserait de brûler dans l'air, sans que l'altération produite ternisse l'éclat des facettes. L'expérience ne peut évidemment trancher la question ainsi posée. Mais Duhem trouvait plus fécond le point de vue auquel il s'était placé, et il a étudié des cas intéressants qu'il jugeait présenter des exemples de faux équilibre, tels certains corps susceptibles d'exister à l'état solide sous deux formes cristallines différentes, et des substances présentant la forme vitreuse et la forme cristallisée; pour lui, les faux équilibres chimiques ne sont pas des faits exceptionnels mais sont de règle, quoique souvent voisins de l'état de véritable équilibre. D'une manière générale, dans un système capable de faux équilibre, les conditions d'équilibre s'expriment non par des égalités, mais par des inégalités, et ce caractère établissait pour Duhem un rapprochement étroit entre les systèmes chimiques capables de faux équilibres réels et les systèmes mécaniques doués de frottement. Dans un ordre d'idées analogue, il rattachait l'inégalité célèbre de Clausius au travail de la viscosité et du frottement, et il regardait la thermodynamique classique comme la théorie des systèmes ne présentant pas de résistances passives.

D'importantes contributions ont été apportées, par Duhem, à la dynamique chimique. Nous avons déjà fait allusion, en étudiant ses travaux sur l'énergétique générale, au cas particulier, envisagé par lui, des variables sans inertie. Par rapport à ces variables, les équations différentielles sont seulement du premier ordre et non du second. Ce cas est extrêmement intéressant pour la chimie, où les variables sont le plus souvent sans inertie; les transformations ne dépendent alors que de l'état actuel du système. Outre la vitesse des réactions, il y a lieu souvent d'envisager aussi l'accélération des réactions; Duhem en fait une étude systématique, et l'examen des réactions, dont

l'accélération est positive et qui sont accompagnées d'une élévation de température, lui permet de poser les bases rationnelles de la dynamique des explosifs. Il indique aussi la voie pour mettre en équations le problème de la propagation du mouvement dans un fluide, qui peut être le siège d'une réaction ; l'étude de cette difficile question a été poursuivie avec succès par plusieurs de ses élèves, qui ont regardé l'onde explosive comme une onde de choc déterminant une réaction au sein d'un milieu en faux équilibre chimique.

Duhem a écrit de nombreux mémoires et plusieurs ouvrages sur l'électricité et le magnétisme. Dans ces travaux, il est resté en dehors du mouvement des recherches modernes caractérisées par les théories corpusculaires. Fidèle à sa pensée constante, il demande à l'énergétique l'édification des théories électriques, mais l'énergétique des systèmes électrisés est compliquée par le fait que, pour obtenir l'énergie totale, il faut en général envisager, en dehors de l'énergie cinétique et de l'énergie interne, une nouvelle forme d'énergie : l'énergie électrodynamique ; la loi de Joule et les lois de l'induction permettront de la déterminer. En électrodynamique et électromagnétisme, Duhem est ainsi conduit à l'électrodynamique de Helmholtz, plus générale, à cause d'un paramètre arbitraire qu'elle renferme, que celle de Maxwell qui n'en est qu'un cas particulier ou plus exactement un cas limite. Sa critique de l'œuvre de Maxwell était impitoyable : que de fois il a répété que les équations de Maxwell ne permettaient pas l'existence des aimants. Il admirait au contraire la théorie de Helmholtz, dont il a fait des applications variées et qu'il a complétée en plusieurs points, théorie ne conduisant à aucune contradiction, et susceptible, comme celle de Maxwell, d'expliquer la théorie électromagnétique de la lumière et les expériences de Hertz. La théorie du physicien allemand, plus compliquée que celle de Maxwell, admet, dans les corps conducteurs comme dans les milieux électriques, la possibilité de flux longitudinaux aussi bien que de flux transversaux, et Duhem, semble-t-il, pensait que ces flux variés expliqueraient certains phénomènes restés obscurs. Notre confrère ne se dissimulait pas d'ailleurs que, en combattant la théorie de Maxwell, il prêchait dans le désert, mais il n'en était pas découragé, comme en témoignent les lignes suivantes : « On reconnaîtra un jour que l'œuvre électrodynamique de Helmholtz était vraiment

une belle œuvre, et que nous avons bien fait de nous y tenir; la logique peut être patiente car elle est éternelle. » Pour le moment, la théorie de Helmholtz paraît bien lointaine, et les théories atomiques de l'électricité, contenant d'ailleurs, comme celle de Maxwell, plus d'une contradiction, entraînent aujourd'hui la physique avec une vitesse vertigineuse dans des voies nouvelles. De quoi demain sera-t-il fait ?

Il est des cas où l'énergie électrodynamique est constante, par exemple quand un système immobile est le siège de courants permanents. On peut alors appliquer les propositions de l'énergétique ordinaire. C'est ce que Duhem a fait dans diverses publications relatives aux courants thermo-électriques, à l'équilibre magnétique et à la polarisation des diélectriques. Il trouvait ainsi l'occasion d'introduire dans des théories assez disparates la coordination que seuls, d'après lui, peuvent établir dans la science les principes généraux de l'énergétique.

VII.

Telle est, sommairement esquissée, l'œuvre de Pierre Duhem en mécanique, en physique et en chimie. Elle présente une remarquable unité due à ses idées très arrêtées sur ce qu'il faut entendre par une théorie physique. De ces idées, nous avons trouvé l'expression dans ses mémoires spéciaux, mais il tint à les exposer et à les développer dans des ouvrages susceptibles d'être lus par tous ceux qu'intéresse la philosophie des sciences.

Se propose-t-on dans une théorie physique de donner une explication des phénomènes, c'est-à-dire de déchirer le voile des apparences sensibles et de montrer la réalité face à face ? C'est là une question à laquelle ont prétendu répondre affirmativement maintes écoles philosophiques; tel était notamment l'avis des atomistes et des cartésiens. Chez ceux-ci, un fluide continu, dont certaines parties sont animées de mouvements tourbillonnaires, forme le monde, tandis que ceux-là regardent la matière comme composée de petits corps durs et rigides. Les uns et les autres, pensait Duhem, mettent leur théorie sous la dépendance d'une métaphysique.

La lutte fut souvent vive entre les écoles, que Duhem qualifie de cosmologiques. C'est ainsi que Huygens écrivait à Leibnitz :

« Pour ce qui est de la cause du reflus que donne M. Newton, je ne m'en contente nullement, ni de ses autres théories qu'il bastit sur son principe d'attraction qui me paraît absurde. » L'accusation de faire appel à des causes occultes est une des plus graves que se lançaient les savants de ce temps. En fait, et Duhem y insiste fortement, on ne peut d'un système métaphysique tirer tous les éléments nécessaires à la construction d'une théorie physique; toujours au fond des explications qu'elle prétend donner, il reste de l'inexpliqué.

Dans son livre sur la théorie physique, Duhem trace, d'une plume sévère, le tableau des incohérences et des impuissances offertes, à travers les âges, par les tentatives d'explications en physique. Ce spectacle qui l'éloigne des cartésiens et des atomistes, va-t-il le jeter en un empirisme, teinté de scepticisme, ne voyant dans la science qu'un recueil de recettes et qu'une collection d'observations précises, ou bien se réfugiera-t-il, avec Henri Poincaré, dans la théorie de la commodité ? Nullement, il estime que, sans théorie physique, il n'y a pas de physique. Une de ses conclusions est ainsi formulée : *Une théorie physique n'est pas une explication; c'est un système de propositions mathématiques, qui ont pour but de représenter, aussi simplement, aussi complètement et aussi exactement que possible, un exemple de lois expérimentales.*

Nous avons vu avec quelle brutalité, si j'ose dire, Duhem pose dans sa thermodynamique générale les principes qu'on peut appeler *hypothèses*, au sens étymologique du mot, et qui sont les véritables fondements de la théorie. Il ne craint pas d'écrire que ces hypothèses peuvent être formulées d'une manière arbitraire, sous la seule condition qu'il n'y ait pas entre elles de contradictions logiques. C'est seulement après que l'analyse mathématique a tiré, suivant ses règles propres, les conséquences des principes posés, qu'il y a lieu de voir si celles-ci sont conformes à l'expérience. L'accord avec l'expérience est pour une théorie physique l'unique critérium de vérité, mais une théorie vraie ne doit pas avoir la prétention de donner des apparences physiques une explication conforme à la réalité.

Cependant une théorie physique n'est pas seulement une représentation économique des lois expérimentales; elle est encore une classification de ces lois. Ainsi dans une théorie optique la vibration d'un éther, dont l'existence importe peu,

est pour nous une représentation, et non une explication, et cette représentation conduit à une classification qui met de l'ordre dans l'ensemble si touffu des phénomènes lumineux.

Mais en quoi, demandera-t-on, Duhem se distingue-t-il de ceux qui, sous une forme ou une autre, n'envisagent la science que du point de vue pragmatique ? C'est ici qu'il prend une position personnelle. En se perfectionnant, pense-t-il, la théorie physique prend peu à peu les caractères d'une classification naturelle ; ce qu'il exprime ainsi « Plus la théorie se perfectionne, plus nous pressentons que l'ordre logique, dans lequel elle range les lois expérimentales, est le reflet d'un ordre ontologique ». Cette croyance en ce que la théorie doit devenir le reflet de plus en plus précis d'une métaphysique est encore accrue par le fait que la théorie a souvent devancé l'expérience, circonstance rendant très vraisemblable qu'elle n'est pas un système purement artificiel, et que, sans pouvoir saisir la réalité au-dessous des phénomènes, notre raison est capable cependant d'établir, entre des notions abstraites, des relations correspondant à des rapports vrais entre les choses.

Tel est le terme extrême de la philosophie scientifique de Duhem. Il semble qu'il y arriva lentement, ses vues sur la théorie physique ayant eu d'abord un caractère plus formel. Sa physique, d'abord purement descriptive et symbolique, devint asymptote à une métaphysique. Peut-être l'évolution de sa pensée fut-elle hâtée par les prétentions de certaine conception pragmatique de la vérité, dont un philosophe illustre a résumé l'essentiel sous la forme suivante : « Tandis que pour les autres doctrines une vérité nouvelle est une *découverte*, pour le pragmatisme c'est une *invention* », c'est-à-dire qu'on ne découvre pas la vérité, mais qu'on l'invente. Quelque parti que certaine école pragmatiste ait pu tirer des analyses de Duhem, il ne se rattache pas à elle, comme le montre l'évolution finale de ses idées.

Je ne peux pas entrer ici dans la discussion d'une pensée parfois subtile, mais que de pages brillantes seraient à citer dans son ouvrage intitulé : *La théorie physique, son objet, sa structure*, livre d'une haute portée scientifique, et véritable œuvre d'art par la vie et la passion qui l'animent. Avec quelle vigueur Duhem s'efforce de montrer que, quand une partie explicative et une partie représentative se sont trouvées mêlées dans une

théorie, ce n'est pas à la partie explicative, simple parasite, que la théorie doit sa fécondité. Un jour ou l'autre, l'explication s'écroule, et les mécanismes hypothétiques deviennent des embarras et des entraves; seule reste la part de classification naturelle.

La méthode inductive, seule féconde aux yeux de tant d'expérimentateurs, a été l'objet des critiques de Duhem. Il est, suivant lui, chimérique de croire que les hypothèses, à partir desquelles la théorie déroule ses conclusions, puissent être tirées une à une de l'expérience et de l'observation par induction et généralisation. C'est pourquoi une expérience de physique ne peut jamais condamner une hypothèse isolée, mais seulement tout un ensemble théorique; aussi ne peut-il pas y avoir d'*experimentum crucis*.

L'énergétique de Duhem nous a offert plus haut un exemple de la manière dont il posait *a priori* les principes. Cette prétention apparente à deviner la nature a troublé plus d'un lecteur de ses *Commentaires sur les principes de la thermodynamique*, mis en méfiance par le peu de part que l'expérience semble avoir dans l'élaboration de la théorie, et cet édifice logico-mathématique a pu provoquer quelque agacement par son arbitraire au moins apparent.

Et puis les partisans de l'énergétique ne sont-ils pas bien ingrats envers le mécanisme, en qui se trouve la première origine du principe de la conservation de l'énergie, et qui a maintes fois suggéré la forme de certaines fonctions restant indéterminées dans les équations générales.

Duhem, au fond, était moins intransigeant qu'il ne le semble d'après plusieurs de ses écrits. On n'en peut pas douter, quand on le voit proclamer que la méthode légitime, sûre et féconde pour préparer un esprit à recevoir une hypothèse physique, est la méthode historique. « Pourquoi ne préparerions-nous pas, écrivait-il un jour, l'entrée de chaque hypothèse dans l'enseignement par un exposé sommaire, mais fidèle, des vicissitudes qui ont précédé son entrée dans la science. » Rien n'est plus juste.

Il y a quelque vingt ans, sévissait une querelle entre l'école qu'on a appelée du nom barbare de *mécanistique* et l'école *énergétique*. On a reproché aux énergétistes leur peu de curiosité; ils ne tiennent pas à savoir ce qui se passe derrière le mur.

L'énergétique pure, telle que l'entendait Duhem, est une science austère, drapée dans ses symboles, ne se permettant aucune image et aucun modèle; c'est une science d'algébriste. A ce point de vue, notre confrère est resté rigoureusement énergétiste. Le brillant développement des écoles néo-atomistes, qui mettent à la base de leurs explications des ions et des électrons, ne le fascinait pas. Il restait persuadé que des ruines de ces théories sortirait un jour une théorie représentative, conçue à la manière de la thermodynamique générale.

Pour beaucoup aujourd'hui, ces querelles d'écoles ont perdu de leur intérêt. On peut penser que la meilleure manière d'exposer les parties de la science très élaborées est la forme préconisée par l'énergétique, où l'on commence par poser les principes semblant définitivement acquis, autant du moins qu'il y a dans la science quelque chose de définitif. Mais il faut reconnaître que, dans les questions parvenues à un moindre degré d'avancement, les théories explicatives stimulent davantage la recherche, rendant la science plus vivante et plus attrayante. En fait, énergétique et mécanistique se mêlent le plus souvent aujourd'hui dans les travaux des savants. Il ne faut pas mutiler l'esprit humain dans l'effort immense qu'il a à accomplir pour débrouiller l'effroyable complication des phénomènes naturels.

VIII.

Les vues systématiques de Duhem ne l'empêchaient pas d'analyser avec pénétration les variétés que présentent les esprits vigoureusement développés. Chez les uns, prédomine la faculté de concevoir des idées abstraites et d'en raisonner, tandis que la faculté d'imaginer des objets concrets est surtout développée chez les autres. Ceux-là, qu'on peut dénommer *abstraits*, se plaisent à la réduction des faits en lois et des lois en théories, tandis que ceux-ci, incapables de généralisations et de longues déductions, mais doués d'une vive imagination, saisissent d'une seule vue un ensemble compliqué d'objets, pourvu que ces objets tombent sous les sens. C'est la distinction de Pascal qui a écrit dans les *Pensées :* « Il y a donc deux sortes d'esprit.... L'un est force et droiture d'esprit, l'autre est

amplitude d'esprit. Or l'un peut être sans l'autre, l'esprit pouvant être fort et étroit, et pouvant être aussi ample et faible. »

Duhem, comme Taine, range parmi les esprits imaginatifs Napoléon, qui avait horreur de l'abstraction et de la généralisation, tandis que sa faculté imaginative était prodigieuse d'amplitude et de précision. L'amplitude d'esprit domine aussi chez un Saint-Simon dans ses mémoires, et un Balzac dans sa comédie humaine. Mais on éprouve quelque étonnement, quand on voit Duhem affirmer que l'amplitude d'esprit constitue le génie propre de maint géomètre et de maint algébriste qu'on serait tenté de classer ailleurs; c'est que Duhem a surtout en vue le côté formel de la science mathématique, je veux dire la manœuvre de symboles algébriques, qui exige en effet une aptitude à se représenter des combinaisons complexes formées avec certains signes visibles. Au contraire, un Euclide et un Archimède dans l'antiquité, un Lagrange dans les temps modernes se rangeront parmi les esprits forts et étroits, chez lesquels domine la puissance d'abstraire.

Dans toutes les nations se rencontrent des hommes à l'esprit ample mais faible. Toutefois il est un peuple où cet esprit prédomine à un point extraordinaire : c'est le peuple anglais. Romanciers et philosophes en fournissent abondamment la preuve, Dickens et Georges Elliot comme Locke et Hume. La méthode de Bacon, modèle de l'amplitude et de la faiblesse de l'esprit anglais, s'oppose à la méthode de l'esprit fort mais étroit que fut souverainement Descartes. Le même caractère se marquerait chez nos voisins d'Outre-Manche dans la politique et la vie sociale, mais revenons à la physique.

La physique anglaise a inspiré à Duhem des pages quelque peu sévères. Il appréciait certes le génie des grands physiciens de l'Angleterre, mais on peut dire que leurs conceptions d'une théorie physique étaient à l'antipode des siennes. Le physicien anglais aime à voir des images tangibles des phénomènes; il crée des modèles et en change au besoin, pendant qu'il étudie un même ordre de questions. Rien n'était plus loin des idées de Duhem toujours obsédé par le souci de l'unité logique, et pour qui une théorie forme un tout exempt de contradictions. Deux théories contradictoires lui étaient insupportables, et il n'espérait pas, comme Henri Poincaré, qu'il pourrait sortir quelque utile suggestion de leurs contradictions.

Je crois bien que Duhem reconnaissait que le besoin d'enchaîner logiquement ses déductions donne parfois au chercheur une prudence excessive, et qu'une certaine témérité d'esprit peut favoriser l'invention; mais il estimait que les trouvailles ainsi faites sont peu de chose à côté des découvertes qu'ont permis de réaliser les théories abstraites. On pourrait discuter là-dessus, et les travaux actuels sur la constitution de l'atome, où domine une imagination puissante, sembleraient peut-être défavorables à la thèse de Duhem. Quoi qu'il en soit, nous pouvons répéter ici ce que nous disions tout à l'heure à propos des théories explicatives; il faut distinguer entre la forme plus ou moins définitive à donner à des doctrines très élaborées et les méthodes de recherches dans lesquelles l'esprit souffle où il veut.

IX.

Duhem a consacré une grande partie de son labeur à l'histoire des sciences. Celle-ci n'était pas pour lui un simple objet de curiosité, car il pensait qu'on ne peut avoir une idée juste sur la science, si l'on se borne à la considérer dans son état actuel. Il était en même temps capable de faire œuvre d'érudit, qui remonte aux sources, compulse et compare les manuscrits, examine les écritures et propose des corrections de textes.

Ses deux volumes sur les origines de la statique témoignent d'une réelle maîtrise dans ce genre d'études. Duhem nous montre les deux impulsions que la statique a reçues dès l'origine. Dans l'une, apparaît la tendance d'Archimède où l'on cherche à construire une statique entièrement indépendante de la dynamique sur le modèle des éléments d'Euclide, en ramenant par une analyse patiente les cas les plus complexes aux équilibres simples et élémentaires; l'autre source, essentiellement synthétique, peut être rattachée à Aristote.

Duhem, en étudiant l'histoire de cette seconde tendance, met en évidence le rôle au XIIIe siècle de l'école d'un certain Jordanus de Nemore, né suivant lui à Nemi en Italie, et chez qui il aperçoit une ébauche de la méthode des travaux virtuels. Jordanus et ses successeurs postulent en effet que « ce qui peut élever un certain poids à une certaine hauteur peut aussi élever un poids n fois plus grand à une hauteur n fois plus petite ». Il

est assurément remarquable de trouver dans cette école du moyen âge un appel incontestable au principe que Descartes prendra pour fondement de la statique, et qui, grâce à Jean Bernouilli et à Lagrange, deviendra la proposition fondamentale de la science de l'équilibre.

Un historien italien, M. Vailati, a depuis retrouvé la première origine de la méthode des déplacements virtuels dans Héron d'Alexandrie, qui vivait au temps de l'astronome Ptolémée. Quoi qu'il en soit, Duhem montre combien fut considérable l'influence exercée par Jordanus et un de ses disciples, qu'il appelle le *Précurseur de Léonard de Vinci;* aucun doute ne peut subsister sur la filiation scientifique du grand artiste avec l'école du XIIIe siècle. Les écrits de l'école de Jordanus furent effrontément pillés au XVIe siècle; l'idée de propriété scientifique manquait en ce temps, et la difficulté de découvrir les démarquages dans les textes parfois obscurs vient compliquer singulièrement la tâche de l'historien.

C'était pour Duhem une joie de rendre justice aux inconnus ou aux anonymes, et d'apercevoir *dans la nuit du moyen âge* non seulement des lueurs éparses, mais des flambeaux qui ont passé de main en main. Voici la conclusion de ses volumes sur la statique, conclusions qui se retrouvent dans d'autres ouvrages de notre confrère : « *La science dont s'enorgueillissent à bon droit les temps modernes*, écrit-il, *découle, par une suite ininterrompue de perfectionnements à peine sensibles, des doctrines professées au sein des écoles du moyen âge; les prétendues révolutions intellectuelles n'ont été le plus souvent que des évolutions lentes et longuement préparées, les soi-disant renaissances que des réactions fréquemment injustes et stériles; le respect de la tradition est une condition essentielle du progrès scientifique.*

J'ai hâte d'ajouter que, malgré ses sympathies pour les précurseurs, Duhem n'en rend pas moins à Descartes une éclatante justice, en insistant, avec plus de force et de précision qu'on ne l'avait fait jusqu'ici, sur ce que le grand philosophe a vu le premier dans la notion du *travail* le concept fondamental de la mécanique. Descartes a aussi affirmé, ce que nul n'avait explicitement énoncé avant lui, l'obligation d'appliquer le principe des déplacements virtuels à un déplacement infiniment petit.

Un ouvrage de Duhem en trois volumes est consacré à *Léonard de Vinci, à ceux qu'il a lus et à ceux qui l'ont lu.* Il y

étudie d'abord patiemment les notes de Léonard, montrant qu'en lui viennent se condenser, se transformer, vivre d'une vie nouvelle en quelque sorte, la science hellène, et la science du moyen âge; et il s'efforce de suivre la pensée du Vinci jusqu'à Roberval, jusqu'à Descartes, jusqu'à Pascal, jusqu'à ce qu'elle prenne une forme définitive et classique. Je crois bien que le volume qu'il a écrit avec le plus d'amour est le troisième portant pour épigraphe « *Ad majorem gloriam mechanicæ nostræ scientiæ vere genetricis, facultatis artium, quæ in Universitate parisiensi* XIV° *sæculo florebat* ». Duhem y montre l'éclat dont a brillé l'Université de Paris au XIVe et au XVe siècle, époque de vie intellectuelle intense, où l'influence des doctrines parisiennes fut considérable sur les enseignements des universités d'Allemagne, d'Angleterre, d'Italie et d'Espagne.

On a souvent regretté que les maîtres de ce temps n'aient pas eu le sentiment plus développé du réel, et que, surtout logiciens, ils n'aient pas su expérimenter. Il semble cependant que les projets d'expérience ne leur ont pas manqué, mais leur technique était insuffisante; c'est qu'en effet les progrès des sciences expérimentales sont liés à ceux de la technique. D'autre part, les théories ne pouvaient alors que rarement être exprimées en un langage mathématique permettant d'arriver à quelque prévision numérique.

La dynamique d'Aristote reposait sur l'axiome que nul mouvement ne peut durer, s'il n'est entretenu par l'action continuelle d'une puissance motrice directement et immédiatement appliquée au mobile. Dans la flèche qui vole après avoir quitté l'arc, le grand philosophe croit trouver cette puissance dans l'air ébranlé. Cette hypothèse, qui nous semble absurde, fut admise presque unanimement par les physiciens de l'antiquité. Une exception est cependant à signaler. Aux dernières années de la philosophie grecque, un chrétien d'Alexandrie, Jean Philopon, s'inscrivait contre la doctrine péripatéticienne du mouvement des projectiles; la flèche, d'après lui, continue à se mouvoir, sans qu'aucun moteur lui soit appliqué, parce que la corde de l'arc y a engendré une énergie *cinétique* (c'est l'équivalent du terme dont se servait Philopon), qui joue le rôle de vertu motrice. Les commentateurs arabes, comme Averroës, et le moyen âge chrétien à ses débuts, dans leur admiration naïve pour Aristote, n'eurent que du mépris pour la doctrine de

Philopon; Saint Thomas d'Aquin ne la mentionne que pour la réfuter, très maladroitement d'ailleurs.

X.

Vers la fin du XIIIe siècle, une réaction se produisit contre la philosophie hellène. Étienne Tempier, évêque de Paris, condamne en 1277 trois cents propositions péripatéticiennes ou néoplatoniciennes, ce qui fait dire à Duhem que les condamnations théologiques, alors formulées, ont ouvert la brèche par laquelle notre mécanique et notre physique ont passé.

Peu après, vers le milieu du XIVe siècle, un maître de génie, Jean Buridan, reprend les idées de Philopon. L'énergie communiquée au projectile, il l'appelle l'*impetus*, et de la théorie de l'*impetus* il fait la base d'une dynamique nouvelle. Jean Buridan n'était pas un inconnu, mais il faut avouer que la dynamique ne jouait aucun rôle dans sa notoriété. Si l'on en croyait Villon dans la ballade des *Dames du temps jadis*, il aurait été, à deux pas d'ici, le complice et la victime d'une reine de France :

> Semblablement, où est la Royne,
> Qui commanda que Buridan,
> Fut jetté en ung sac en Seine.
> Mais où sont les neiges d'Antan ?

et cette fable alimenta un mélodrame longtemps populaire su la Tour de Nesles. Son nom est aussi attaché à un curieux argument pour ou contre (on ne l'a jamais su) la liberté d'indifférence; mais Duhem n'en a pas trouvé trace dans les écrits de Buridan, et les hésitations de l'âne affamé entre deux bottes de foin identiques semblent aussi légendaires que les amours du philosophe et de Jeanne de Bourgogne.

Buridan était né à Béthune vers 1300. De bonne heure sa renommée fut grande, et en 1327 il était déjà recteur de l'Université de Paris. C'est à un manuscrit du fonds latin de la Bibliothèque nationale, traduit et commenté par lui, que Duhem emprunte un exposé de la dynamique de Buridan. D'après celle-ci, l'*impetus* demeurerait sans changement dans le projectile lancé, s'il n'était incessamment modifié par la résistance du milieu et l'action de la pesanteur. Traduisant en langage mo-

derne, nous pouvons dire que Buridan regarde l'*impetus* comme le produit de deux facteurs : la masse et une fonction croissante de la vitesse. Prudemment, il ne précise pas cette fonction que Galilée et Descartes admettront, à tort, proportionnelle à la vitesse, tandis que Leibnitz la regardera comme égale au carré de celle-ci; de la notion de l'*impetus* devaient donc sortir un jour la *quantité de mouvement* et la *force vive*. La dynamique du philosophe de Béthune ne s'applique pas seulement au mouvement des graves. Il s'élève à la loi de l'inertie; aussi peut-il esquisser une mécanique céleste toute nouvelle. « Il n'est pas nécessaire, professait Buridan, de poser l'existence d'intelligences qui meuvent les corps célestes d'une manière appropriée; bien plus, il n'est pas nécessaire que Dieu les meuve, si ce n'est sous la forme d'une influence générale, de cette influence par laquelle nous disons qu'il coopère à tout ce qui est. » L'audace était grande de proclamer inutiles les intelligences motrices des orbes célestes, qui jouaient un rôle important dans la physique péripatéticienne. Aussi Duhem n'hésite-t-il pas à écrire : « Si l'on voulait, par une ligne précise, séparer le règne de la science antique du règne de la science moderne, il la faudrait tracer, croyons-nous, à l'instant où Jean Buridan a conçu cette théorie, à l'instant où l'on a cessé de regarder les astres comme mus par des êtres divins, où l'on a admis que les mouvements célestes et les mouvements sublunaires dépendaient d'une même mécanique. »

Parmi les disciples de Buridan figurent, au premier rang, Albert de Saxe qui enseigna qu'un système pesant est en équilibre quand son centre de gravité est le plus bas possible, et aussi Nicole Oresme, grand maître du Collège de Navarre en 1356, et plus tard évêque de Lisieux. Celui-ci fut à la fois un précurseur de Copernic par les vues qu'il émit sur le rôle de la Terre et des planètes, et de Descartes par l'usage qu'il fit des principes essentiels de la géométrie analytique. Il connaissait aussi la loi liant les espaces au temps dans un mouvement uniformément accéléré, mais peut-être la tenait-il de l'école alors célèbre des logiciens d'Oxford.

Les idées des *Parisiens* furent combattues par les Averroïstes italiens du XVe siècle. Léonard de Vinci comprit au contraire leur importance et s'appliqua à les développer. Par l'étude de l'*impeto* composé, il tente le premier l'explication de la trajec-

toire curviligne des projectiles, qui recevra son achèvement de Galilée et de Torricelli. Quant à Galilée, Duhem nous le montre d'abord attaché longtemps aux doctrines anciennes, et il étudie ensuite les ouvrages dont la lecture l'initia à la dynamique et à la cinématique des Buridan, des Albert de Saxe et des Nicole Oresme. La filiation n'est pas douteuse; les maîtres de l'école parisienne ont posé les fondements de la mécanique que développeront Galilée et ses disciples. Il est cependant un côté de l'œuvre de Galilée, qu'un admirateur plus enthousiaste du grand Florentin aurait mis en évidence; c'est le côté expérimental. A la place d'expériences qualitatives des maîtres des siècles précédents surtout préoccupés de l'examen logique et philosophique des hypothèses, on trouve chez le physicien de Florence des expériences quantitatives sur le plan incliné et le pendule. Mais Duhem se proposait surtout de montrer, dans son ouvrage, la continuité entre la science du moyen âge et celle des temps modernes, et l'on ne peut nier qu'il y ait brillamment réussi.

XI.

Entre temps, Duhem écrivait avec une extraordinaire facilité de très nombreux articles sur des sujets variés d'histoire des sciences. Citons au moins quelques-uns d'entre eux qui montrent bien la manière du savant historien. Il y a en hydrostatique un principe qui porte le nom de Pascal. Ce principe est-il vraiment dû à Pascal ? Avant lui, Stevin de Bruges, le père Mersenne, Descartes, Galilée, Torricelli, avaient écrit sur l'équilibre des fluides et, dans son célèbre *Traité sur l'équilibre des liqueurs*, ne se trouve aucune vérité qui n'ait été aperçue de quelques-uns de ces auteurs. Faut-il conclure que l'œuvre de Pascal est sans originalité ? Duhem proteste ici avec vigueur. Les principales vérités qui constituent l'hydrostatique avaient été découvertes, mais elles n'avaient pas été ordonnées et reliées les unes aux autres. Pascal fut cet organisateur, en rattachant le tout au principe des déplacements virtuels, et notre confrère termine son article en citant un mot de Pascal sur « l'ordre et le peu de gens qui l'entendent », et il ajoute avec quelque mélancolie : « Les physiciens prodiguent volontiers aujourd'hui les témoignages de leur admiration à toute découverte d'un fait nouveau

ou d'une loi imprévue, mais ils semblent priser à très bas prix les efforts de ceux qui souhaitent mettre de l'ordre et de la méthode dans le monceau des faits que d'autres ont découverts, qui cherchent à déduire logiquement d'un petit nombre de principes la multitude des lois formulées par les inventeurs. »

Dans ses études historiques, Duhem a souvent rencontré le nom du père Mersenne qui, au XVIIe siècle, correspondait avec tous les savants de son temps, et dont Pascal disait qu'il n'avait pas d'égal pour poser de belles questions. Qui a imaginé le premier la célèbre expérience du Puy de Dôme avec le baromètre ? Est-ce Pascal, est-ce Descartes ? La question a donné lieu en 1906 à des débats passionnés. Pour Duhem, celui qui a projeté le premier cette expérience, c'est le père Mersenne. Certes, cette expérience, très facile à imaginer après les découvertes de Torricelli, a pu être conçue par Pascal, par Descartes et par d'autres. Mais le premier écrit, où elle se trouve proposée, est un livre du père Mersenne, paru le 1er octobre 1647; l'expérience du Puy de Dôme a été faite le 19 septembre 1648. Il faut ajouter que par les temps d'improbité scientifique que furent le XVIe et le XVIIe siècle, la figure du père Mersenne apparaît, comme dit Duhem, auréolée de loyauté. Contrairement à ceux, très nombreux, qui faisaient grand étalage d'érudition, mais énumeraient seulement les ouvrages auxquels ils ne devaient rien, on en rencontre d'ailleurs dans tous les temps, l'honnête religieux a toujours cité scrupuleusement ceux dont il s'inspire.

Dans une étude importante consacrée à l'*Optique de Malebranche*, Duhem a voulu réparer une de ces erreurs dont n'est que trop coutumière l'histoire des sciences. Pour beaucoup, l'oratorien est le célèbre disciple de Descartes, qui a poussé les idées du philosophe plus loin sans doute que celui-ci n'aurait voulu qu'on les poussât, comme en témoigne la *Vision en Dieu*. Mais ici nous devons nous rappeler que, en 1699, peu de temps après avoir été nommé académicien honoraire dans notre Compagnie, Malebranche lisait un mémoire intitulé : *Réflexions sur les lumières et les couleurs et la génération du feu*, qui est imprimé dans nos recueils. Or c'est là qu'a été émise pour la première fois l'hypothèse que la période de la vibration caractérisait la couleur d'une lumière monochromatique, l'éclat de la couleur croissant avec l'amplitude de cette vibration. Malebranche, après avoir d'abord suivi Descartes, s'était, après la découverte

de Rœmer sur la vitesse finie de la lumière, rallié au système de Huygens; mais le grand hollandais n'avait rien dit sur les couleurs. Il est vraiment étrange qu'aucun historien n'ait, avant Duhem, revendiqué les droits du philosophe à la paternité de ces idées fondamentales. « Malebranche fut un modeste, conclut Duhem, aussi lui arriva-t-il ce qui advient trop souvent aux modestes; on admit les idées qu'il avait proposées, mais on ne parla pas de celui qui les avait conçues. »

XII.

Duhem méditait depuis longtemps un ouvrage étendu sur les doctrines cosmogoniques. Il en commença la publication en 1913 sous le titre : *Le système du monde, histoire des doctrines cosmogoniques de Platon à Copernic.* L'astronomie ayant pris de bonne heure une forme suffisamment précise, on peut y suivre dès l'antiquité les relations de la théorie physique avec l'explication métaphysique. Mais il faut ici faire attention au langage dont nous usons. Pendant deux mille ans, comme le remarque Duhem, la physique positive n'a pas été séparée de la cosmologie, c'est-à-dire d'une métaphysique du monde matériel, et les questions débattues durant l'antiquité et le moyen âge doivent être ainsi formulées : Quelles sont les relations de l'astronomie envisagée comme théorie physique avec la physique regardée comme une cosmologie ? Alors que le physicien examine ce qui concerne l'essence du ciel et des astres, l'astronome se préoccupe seulement de l'ordre des corps célestes, de leurs figures et de leurs distances; son but est atteint quand ses constructions géométriques assignent à chaque astre errant une marche conforme à celle que relèvent les observations. *Sauver les phénomènes* « σώζειν τὰ φαινόμενα » tel est son but. Les diverses écoles mêlent plus ou moins le point de vue du physicien et celui de l'astronome; mais, dans l'hellénisme à son déclin, le second point de vue paraît peu à peu prédominer. Les hypothèses des astronomes prétendent de moins en moins à être des réalités, et sont regardées seulement comme des fictions, dont l'objet est de sauver les apparences, cela toutefois avec des alternatives diverses.

Une telle histoire des doctrines cosmogoniques a exigé un

travail immense; la sûreté des jugements de l'auteur n'est pas moins digne d'admiration que l'étendue de son érudition. Quoiqu'il déclare commencer à Platon, Duhem croit devoir rappeler les points essentiels de l'astronomie pythagoricienne, et il est ainsi amené à détruire une légende accréditée depuis Gassendi, d'après laquelle le pythagoricien Philolaüs faisait tourner la Terre autour du Soleil; ce n'était pas le Soleil, mais une sphère de feu, invisible de la partie habitée de la Terre, qui était pour Philolaüs le centre du monde. Duhem, après avoir cherché à démêler la doctrine astronomique de Platon sous le voile poétique qui la recouvre souvent, aborde l'étude du système des sphères homocentriques dont le centre est la Terre, le premier *moteur* entretenant continuellement le mouvement de la sphère des étoiles, qui engendre à son tour le mouvement des sphères homocentriques; ces divers mouvements sont circulaires et uniformes, tout corps formé de l'essence céleste devant se mouvoir d'un tel mouvement. Le système homocentrique, adopté par Aristote et ses disciples, est dû en réalité à Eudoxe de Cnide, et Duhem écrit à ce sujet la phrase suivante bien caractéristique : « L'attribution du titre de créateur de la méthode des sciences physiques a donné lieu à bien des querelles; les uns ont voulu le donner à Galilée, les autres à Descartes, d'autres encore à François Bacon qui est mort sans avoir jamais rien compris à cette méthode. En vérité, la méthode des sciences physiques a été définie par Platon et par les pythagoriciens de son temps avec une netteté et une précision qui n'ont pas été surpassées; elle a été appliquée pour la première fois par Eudoxe de Cnide lorsqu'il a tenté, en combinant des rotations de sphères homocentriques, de sauver les mouvements apparents des astres. »

D'après l'astronome italien Schiaparelli, le véritable précurseur de Copernic, relativement au système héliocentrique, est Héraclide du Pont, qui vivait au temps même d'Aristote. Duhem se rallie à son opinion, quoiqu'on ait pu prétendre avec quelque raison que cet astronome laissait la Terre immobile au centre du mouvement du Soleil, les autres planètes tournant autour de celui-ci, ce qui fut plus tard le système de Tycho-Brahé. En tout cas, il est certain qu'Aristarque de Samos soutenait, cinquante ans après Héraclide, le système héliocentrique dans son intégrité; sa tentative tomba dans l'oubli pendant

de longs siècles. L'œuvre d'Hipparque, dont presque tous les ouvrages ont été perdus, est difficile à reconstituer. Duhem s'y est appliqué avec une grande sagacité, en discutant les témoignages des astronomes postérieurs. L'œuvre de Claude Ptolémée est mieux connue, et sa grande *Composition mathématique de l'astronomie*, appelée par les Arabes *al Majesti*, est restée longtemps, sous le nom d'*Almageste*, le code de l'astronomie.

Les astronomes grecs avaient remarqué de bonne heure que des hypothèses géométriques, distinctes l'une de l'autre, peuvent *sauver* avec la même exactitude les phénomènes. Ainsi il y a équivalence entre les épicycles et les excentriques, imaginés probablement par les dernières écoles pythagoriciennes de la grande Grèce et auxquels se rallièrent Hipparque et Ptolémée; il y a aussi équivalence entre le système héliocentrique et le système géocentrique. Ce n'est pas à l'astronome que, dans de tels cas, il appartient de rechercher lequel est le plus conforme à la nature des choses; cette étude est réservée au physicien qui a médité sur la cinquième essence, celle des corps célestes. Quelquefois aussi ce sera la simplicité ou la commodité qui pourra décider, et il ne faut guère forcer les textes pour retrouver, dans ces anciens temps, quelques-unes des idées que nous croyons les plus modernes.

Nous ne pouvons suivre Duhem à travers l'astronomie arabe et l'astronomie latine au moyen âge. La science, la philosophie et la théologie sont étroitement mêlées en cette histoire, et notre confrère se mouvait avec aisance au milieu des discussions les plus subtiles; tel le débat relatif au temps. Il est peu de notions à la fois plus claires et plus obscures que celle du temps. Dans la philosophie grecque, deux courants d'idées régnèrent à ce sujet. Les uns ont cherché un temps absolu dans un monde supérieur à celui des sens, les autres ont fait du temps une chose relative aux mouvements du monde sensible. Même pour certains, chaque astre a son temps; il y a le temps du Soleil, celui de la Lune et d'autres planètes. On croirait presque entendre un partisan de la théorie moderne de la relativité parler du temps local. D'autre part, dans la philosophie d'Aristote, les substances, vouées à la génération et à la corruption, sont seules soumises au temps, les êtres qui durent toujours n'étant pas dans le temps, et c'est ce qui amena la doctrine catholique à distinguer le *temps* et l'*éternité*. Au milieu de ce dédale, on a plus

d'une fois envie de dire avec Saint-Augustin : « Qu'est-ce donc que le temps ? si nul ne le demande, je le sais; si je cherche à l'expliquer quand on me le demande, je ne le sais pas. »

Les quatre premiers volumes de l'*Histoire des doctrines cosmogoniques* ont été publiés pendant la vie de Duhem. Le tome V a paru en 1917, quelques mois après sa mort. Il traite principalement des relations entre l'aristotélisme et la scholastique latine, et intéressera surtout les historiens de la philosophie. Durant le cours du XIIIe siècle, l'opposition se fait chaque jour plus vive entre la doctrine chrétienne et le péripatétisme rétabli dans son intégrité par certains commentateurs arabes et ce Siger de Brabant dont Dante vantait la pureté des syllogismes. Les Albert le Grand et les Thomas d'Aquin s'efforcent de concilier Aristote et le dogme catholique; mais l'heure de la rupture approche, et c'est à ce moment que se termine la partie imprimée de l'ouvrage de Duhem. La publication de cette œuvre considérable, qui devait avoir douze volumes, n'est cependant pas achevée. Les tomes VI, VII et VIII étaient entièrement terminés à la mort de l'auteur, et ses manuscrits ont été confiés par sa fille à l'Académie. Nous souhaitons que les circonstances permettent un jour prochain de les imprimer. Ils grandiront encore la renommée du savant, de l'érudit et du philosophe, qui a jugé faire œuvre utile, en se consacrant pour un temps à des recherches si éloignées d'abord de ses premières études. Il pensait que rien n'est indifférent, pour l'histoire de l'esprit humain, des admirables constructions d'une si belle pureté de lignes, réalisées dans l'antiquité par le génie hellène, et dont tant de pierres ont trouvé place dans l'édifice de la science moderne.

XIII.

Duhem a été, pendant plus de vingt ans, professeur de physique théorique à la Faculté des sciences de Bordeaux. Son désir était de revenir à Paris, non point qu'il eût la moindre ambition personnelle, mais il estimait que c'était pour lui le seul moyen d'avoir quelque action sur l'orientation des recherches physico-chimiques. Cependant, trop physicien pour les mathématiciens et trop mathématicien pour les physiciens et les chimistes, il ne trouva pas, dans la capitale, la place à laquelle sa situation scien-

tifique aurait pu lui donner droit. Il ne fit d'ailleurs rien pour y arriver; ce n'était pas dans sa manière. D'un désintéressement absolu, le caractère de Duhem était essentiellement chevaleresque. Quand il croyait apercevoir quelque tort ou quelque injustice, il se levait pour protester; ce qui n'est pas la meilleure façon de se faire des amis. Les savants, qui lui paraissaient, par leur enseignement ou leurs écrits, retarder la marche de la science, devenaient ses ennemis personnels. On peut trouver qu'il dépassa parfois la mesure, d'autant que, dans la vivacité de la polémique, sa critique oubliait les services que rendent souvent dans la science les lois approximatives et simples. Il eut parmi ses contemporains quelques antipathies scientifiques, comme dans les temps antérieurs il en avait eu en la personne de certains humanistes et savants de la Renaissance, qui avaient combattu les doctrines des vieux maîtres, par lui réhabilités, de l'Université de Paris.

Des intimes de Duhem affirment qu'il souffrait de l'ostracisme qui semblait peser sur lui. Il avait cependant à Paris des amis qui appréciaient sa haute valeur scientifique et son immense labeur; dès 1900, l'Académie le nommait correspondant pour la section de mécanique, sur un rapport extrêmement élogieux de notre confrère Sarrau, bon juge dans les questions de thermodynamique et de mécanique chimique. Quand l'Académie eut créé, en 1913, une section de membres non résidants, plusieurs d'entre nous pensèrent immédiatement à Duhem, mais il hésita à poser sa candidature, ne voulant pas être nommé avant un naturaliste dont il estimait beaucoup les travaux. Ce ne fut pas sans peine qu'on lui fit comprendre qu'il n'était pas chargé de classer les candidats, et il était élu, le 8 décembre 1913, à la presque unanimité des suffrages. Cette élection amena, semble-t-il, dans son esprit inquiet, une sorte de détente.

Quoique Duhem eût beaucoup étudié l'histoire de la philosophie, particulièrement dans ses rapports avec les sciences, il aimait peu les discussions philosophiques. Il eut cependant à répondre à diverses critiques. Nous avons déjà dit que ses idées sur la théorie physique l'avaient fait parfois classer parmi les pragmatistes. Il fut aussi un jour traité de kantiste; c'était à un congrès de savants catholiques à Bruxelles. L'insistance qu'il avait mise à déclarer qu'une théorie physique est quelque

chose de purement formel, avait parue suspecte à quelques-uns qui l'accusèrent de subjectivisme. Ce prétendu kantiste a cependant écrit cette phrase, qui n'eût sans doute pas été contresignée par son ami Delbos, que la *Critique de la raison pure* est le commentaire le plus long, le plus obscur, le plus confus, le plus pédant de ce mot de Pascal « nous avons une impuissance à prouver invincible à tout le dogmatisme », et il n'a pas mieux traité la certitude de qualité inférieure, ce sont ses expressions, à laquelle aboutit péniblement le philosophe de Kœnigsberg dans la *Critique de la raison pratique*. Non, ce n'est pas de Kant, mais de Pascal que relève Duhem, de Pascal qu'il cite constamment, et dont il sait entièrement par cœur le livre de *Pensées*.

Des critiques lui vinrent aussi d'autres côtés. Une d'elles lui fut particulièrement sensible. Un philosophe distingué, après une étude très approfondie de la philosophie scientifique de Duhem la caractérisait en ces termes : « Dans ses tendances vers une conception qualitative de l'univers matériel, dans sa défiance vis-à-vis d'une explication complète de cet univers par lui-même, telle que le rêve le mécanisme, dans ses répugnances plus affirmées que réelles à l'égard d'un scepticisme scientifique intégral, elle est la philosophie scientifique d'un croyant. » Dans un article intitulé *Physique de croyant*, Duhem crut devoir répondre longuement. Il renvoie aux partisans du mécanisme l'accusation de faire de la métaphysique, et insiste sur ce que « pour le physicien, l'hypothèse que tous les phénomènes naturels peuvent s'expliquer mécaniquement n'est ni vraie ni fausse ; elle n'a pour lui aucun sens ». Avec une vigueur nouvelle, Duhem reprend ses assertions qu'un principe de physique théorique est une forme mathématique propre à résumer et à classer des lois constatées par l'expérience, et donne simplement une image de ces lois ; il est nécessairement sans usage dans les discussions métaphysiques ou théologiques. Ainsi Duhem plaisante ceux qui prétendent déduire du principe de la conservation de l'énergie l'impossibilité du libre arbitre. En posant ce principe, on postule que les phénomènes sont régis par des équations différentielles et, par suite, soumis à un déterminisme rigoureux ; il y a alors quelque naïveté à s'étonner qu'aucune place dans la classification ne soit réservée aux actes libres, qui en ont été exclus *a priori*. Il n'est pas douteux que, au sens où l'entend

Duhem, une théorie physique n'est ni une théorie de croyant, ni une théorie d'incroyant, mais seulement une théorie de physicien; mais peut-être dans des discussions de ce genre, saisit-on bien ce qu'a de trop étroit cette opposition systématique, faite par Duhem à la méthode inductive qui permet au moins d'énoncer des probabilités, d'autant qu'il fait lui-même une induction en proclamant que la théorie en se perfectionnant devient le reflet de plus en plus précis d'une métaphysique. Duhem a beau jeu d'ailleurs avec les critiques relatives à la conception qualitative de l'univers, conception qui a été un trait essentiel de la cosmologie enseignée dans l'antiquité par les disciples d'Aristote, au moyen âge par les philosophes arabes et juifs, comme par la scholastique catholique, et ne se rattache par suite à aucune croyance, ce qui lui donne l'occasion de signaler des analogies un peu forcées, semble-t-il, entre la physique péripatéticienne et la thermodynamique générale.

La conception que Duhem avait des théories scientifiques ne troublait donc en rien sa foi religieuse. Ce n'est pas qu'il considérât nécessairement le domaine scientifique et le domaine religieux, comme séparés à leur racine par une cloison étanche. Sa pensée intime à ce sujet nous est révélée dans une lettre à un ami d'enfance : « J'ai cru de mon devoir de savant, écrit-il, comme de mon devoir de chrétien, de me faire sans cesse l'apôtre du sens commun, seul fondement de toute certitude scientifique, philosophique, religieuse. Mon livre sur la théorie physique n'avait pas d'autre objet que de mettre en évidence la vérité scientifique de cette thèse. » A l'objection que certaines croyances philosophiques et religieuses reposent uniquement sur des raisonnements sans valeur, invoquant sans cesse des notions indéfinissables qui ne sont que des mots vides de sens, Duhem répond dans la même lettre : « A force de réfléchir à ces difficultés, je me suis aperçu qu'on en pouvait dire autant de toutes les sciences, de celles qu'on regarde comme les plus rigoureuses, la physique, la mécanique, voire la géométrie. Les fondations de chacun de ces édifices sont formées de notions que l'on a la prétention de comprendre, bien qu'on ne puisse les définir, de principes dont on se tient pour assuré, bien qu'on n'en ait aucune démonstration. Ces notions, ces principes, sont formés par le bon sens. Sans cette base du bon sens, nullement scientifique, aucune science ne pourrait tenir; toute sa solidité vient de là. »

Duhem se rencontre ici encore avec Pascal, affirmant que c'est par le cœur, il entend par là le bon sens, que nous connaissons les premiers principes, et aussi avec le Descartes du *Discours de la méthode*, pour qui le bon sens, trait d'union entre notre pensée et le réel, est la vraie source de l'invention et du jugement.

XIV.

Ces idées sur la certitude, Duhem les a maintes fois soutenues verbalement dans ses cours et dans ses conversations. Nous les retrouvons dans les conférences qu'il fit pendant la guerre *sur la science allemande*, et qui ont été réunies en un petit volume. Il a voulu montrer dans cet ouvrage comment les Allemands, en se refusant à mettre dans le bon sens le fondement de la certitude, l'ont successivement mis partout où il ne pouvait pas être, et ont ainsi produit diverses philosophies plus étranges les unes que les autres, depuis ce cardinal allemand du xve siècle, Nicolas de Cues, qui prenait comme base de ses déductions l'identité en toutes choses du maximum et du minimum, jusqu'à Hegel posant l'axiome fondamental de l'identité des contradictoires. Duhem insiste sur la confiance de l'esprit allemand dans le raisonnement déductif, sa méfiance et son dédain à l'égard des intuitions que fournit le sens commun. Plus des postulats librement posés s'éloignent de celles-ci, plus il a de jouissance à dérouler la longue chaîne de syllogismes qui se déduit de ces prémisses. D'autre part, le bon sens, se surpassant lui-même, poussant sa force et sa souplesse jusqu'à leurs extrêmes limites, devient ce que Pascal nommait *esprit de finesse*, et qu'il opposait à l'esprit de géométrie habile à manier avec rigueur la méthode déductive. Or, en général, le savant allemand a l'esprit géométrique, mais il est dépourvu d'esprit de finesse, et ceci donne à la fois les raisons de sa faiblesse et de sa force, car le rôle de l'esprit de finesse, si nécessaire au début de certaines études pour en poser les principes, devient moindre quand elles sont parvenues à un stade où l'esprit de géométrie peut tirer de ces principes la longue chaîne de leurs conséquences. Tels sont les points de vue élevés, où se plaçait Duhem pour parler de l'Allemagne pendant la guerre, et ses fines analyses de la mentalité germanique n'ont rien perdu de leur intérêt.

En une autre circonstance, il lui parut utile de répondre à

un jugement sommaire porté sur Lavoisier par un chimiste allemand, et il écrivit une petite brochure : *La chimie est-elle une science française* ? On a plaisir et profit à suivre avec lui la longue histoire des explications concernant la calcination des métaux. Après Cardan et Léonard de Vinci, qui professaient que l'âme du plomb regagnait son lieu, alourdissant ainsi le métal changé en céruse, le médecin périgourdain Jean Rey, véritable précurseur de Lavoisier, esquisse au début du XVIIe siècle une théorie de l'oxydation, bientôt précisée par l'anglais Jean Mayow qui devine dans l'air l'existence d'un principe actif igno-aérien, celui-là même que Lavoisier devait un jour appeler *oxygène*. Mais bientôt après, la chimie naissante s'engage dans une fausse voie avec Robert Boyle et Stahl, et la théorie du phlogistique régna jusqu'à ce que Lavoisier, complétant et précisant les vues de Jean Rey et de Mayow, vint tout démontrer par la précision de ses mesures et la rigueur de sa critique. Duhem voyait là encore une confirmation d'une thèse qu'il avait maintes fois formulée : « le plus souvent, a-t-il écrit, une vérité n'est pas reçue d'une manière définitive, avant qu'elle n'ait été découverte à plusieurs reprises séparées les unes des autres par de longs intervalles d'erreur et d'oubli ».

Duhem resta longtemps isolé dans sa studieuse retraite, tout entier à ses travaux et à son enseignement. Il craignait de se laisser enrégimenter, et il semble même qu'il voyait d'un œil méfiant certains prosélytismes qu'on aurait pu penser lui être sympathiques. Peu à peu cependant, il s'associa à des groupements bordelais dont le rapprochaient ses convictions religieuses, faisant aux étudiants des causeries historiques ou philosophiques, où il savait se mettre à la portée de ses auditeurs, jeunes gens ou jeunes filles. Ce polémiste, parfois fougueux, plaisait à la jeunesse qu'il comprenait et qu'il aimait. Il n'avait rien d'ailleurs d'un prédicateur morose, et ne manquait ni de gaieté, ni de cet esprit de finesse dont il avait si doctement parlé.

La guerre, pour lui comme pour tant d'autres, modifia ses habitudes, et on le vit payer de sa personne dans un grand nombre d'œuvres. C'est à l'Association des étudiants catholiques qu'il fit ses conférences sur la science allemande. Il se dépensa aussi sans compter au Comité girondin de l'Orphelinat des Armées, fondé avec le concours de la municipalité de Bor-

deaux. Sans le rechercher, il était ainsi devenu une figure bordelaise, et la grande cité méridionale était fière de lui. Elle a entendu garder pieusement son souvenir, en donnant le nom de Pierre Duhem à une des rues de la ville; le rapporteur de la proposition faite à ce sujet au Conseil municipal terminait par ces mots : « Qu'il me soit permis d'ajouter que chez lui l'homme s'élevait à la hauteur du savant; tous ceux qui l'ont connu et approché admiraient l'indépendante fierté de son caractère, son inflexible conscience, la bonté et la sûreté de son cœur. »

La facilité de travail de Duhem était prodigieuse. Mémoires scientifiques, articles philosophiques ou historiques, il menait tout de front comme en se jouant; les pages couvertes par sa grande écriture bien connue de ses nombreux correspondants succédaient aux pages, sans ratures, toutes prêtes pour l'impression. Malgré son naturel maladif, notre confrère paraissait vigoureux, et son visage souriant, terminé par une longue barbe, respirait la franchise. Il aimait passionnément la marche et, pour se reposer de ses travaux, consacrait une partie de ses vacances à parcourir, le sac au dos, une région de la France. Il excellait aussi à diriger une embarcation, et on le rencontrait sur la côte bretonne, menant la vie des pêcheurs. Il était heureux de retourner chaque année dans sa maison de Cabrespine. C'est là que la mort le prit en 1916. Au début de septembre, des douleurs violentes firent diagnostiquer une angine de poitrine, dont les premiers symptômes, déjà anciens, avaient été méconnus. Le 14, une crise subite l'enlevait en quelques minutes, à l'âge de cinquante-cinq ans; il dort maintenant son dernier sommeil dans le cimetière d'un petit village de la Montagne Noire.

Ainsi disparaissait, dans toute la maturité de son talent, un travailleur d'une rare vigueur d'esprit. A une époque d'une spécialisation excessive, la prodigieuse activité de Duhem s'est portée sur les parties les plus variées des sciences physico-mathématiques, et il a été aussi un humaniste et un philosophe. L'harmonie fut profonde chez lui entre l'homme et le savant, que guidait l'un et l'autre une vue systématique des choses; sa vie si bien ordonnée laisse l'impression d'une admirable unité. La France perd en lui un bon serviteur; l'Académie, qui de bonne heure avait rendu justice à son infatigable labeur, un de ses membres qui lui faisait le plus d'honneur.

LA VIE ET L'ŒUVRE

DE

LORD KELVIN[1]

MESSIEURS,

Une des plus anciennes et des plus célèbres sociétés savantes du monde, la *Société royale de Londres*, fut fondée au XVIIe siècle pour contribuer aux progrès de la philosophie naturelle. Ce beau mot n'a pas cessé d'être employé chez nos amis d'outre Manche, et un ouvrage, célèbre entre tous dans l'histoire des sciences, principal titre de gloire de Newton, est intitulé : *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*. En France, le terme si expressif de nos voisins fut beaucoup moins usité. Le mot, *philosophie*, évoque le plus souvent chez nous les idées de psychologie, de logique, de morale, ou encore rappelle les systèmes métaphysiques, dans lesquels l'humanité cultive ses inquiétudes et ses angoisses, reprenant sans cesse des problèmes jamais résolus. Cependant, nos géomètres et nos physiciens de la première moitié du siècle dernier parlaient quelquefois de philosophie naturelle. Au début du discours sur la théorie analytique de la chaleur, Fourier écrivait : « Les causes primordiales ne nous sont point connues, mais elles sont assujetties à des lois simples et constantes, que l'on peut découvrir par l'observation, et dont l'étude est l'objet de la philosophie naturelle. » Dans sa pensée, il s'agissait surtout des sciences de la nature arrivées à un stade assez avancé pour n'avoir plus un caractère purement descriptif, et pour permettre la déduction de résultats non encore observés, avec la possibilité d'arriver à des prévisions numériques. Parmi les adeptes de la philosophie naturelle ainsi entendue, c'est-à-dire de la physique générale et mathématique, un des plus éminents fut notre associé étranger, Sir William

---

(1) Notice lue en la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences, le 22 décembre 1919.

Thomson, qui devint pair d'Angleterre sous le nom de Lord Kelvin. Son génie s'est montré capable des spéculations les plus profondes et les plus hardies, en même temps qu'habile aux applications étudiées dans leurs détails les plus minutieux. Je me propose de retracer la vie de l'illustre physicien et de rappeler les points essentiels de son œuvre, si originale et si variée, où n'ont jamais été plus harmonieusement unies la théorie et la pratique.

***

William Thomson naquit à Belfast, le 21 juin 1824. Un de ses ancêtres, John Thomson, d'origine écossaise, était venu se fixer en Irlande au milieu du XVIIe siècle, et depuis cette époque les Thomson étaient fermiers de père en fils. James Thomson, le père de notre confrère, ne suivit pas la carrière familiale. Il montra dès son enfance d'heureuses dispositions pour les sciences, et l'on raconte qu'à douze ans il construisit seul un cadran solaire. Il devint, en 1815, professeur de mathématiques à l'Institution royale de Belfast, position qu'il conserva pendant dix-sept ans. A cette époque, on en était resté à Newton dans les cours de philosophie naturelle des universités anglaises, particulièrement à Cambridge. James Thomson sut prendre en Irlande plus de liberté. Il avait étudié de bonne heure Lagrange, Laplace, Fourier, et il fit profiter ses auditeurs de son érudition. Aussi, eut-il rapidement la réputation d'un remarquable professeur, et, en 1832, la chaire de mathématiques devenue vacante à l'Université de Glasgow lui fut attribuée. James Thomson revenait ainsi dans le pays de ses ancêtres. Des six enfants qu'il ramenait avec lui, deux devaient laisser un nom dans la science : tout d'abord le futur Lord Kelvin, et son frère James, de deux ans plus âgé, qui s'occupa avec succès de thermodynamique.

En ce temps, l'Université de Glasgow était, comme le sont encore aujourd'hui beaucoup d'universités anglo-saxonnes, un établissement d'enseignement secondaire en même temps que d'enseignement supérieur. William y fut immatriculé à l'âge de dix ans, au mois d'octobre 1834. Ses succès furent brillants; une traduction des dialogues de Lucien lui valut un prix en 1836. La précocité du jeune Thomson était remarquable. Dans le

cours de philosophie naturelle, il obtint une médaille pour un essai *sur la figure de la Terre*, dont le manuscrit a été conservé; on y reconnaît un lecteur de Laplace et de Poisson, dont les travaux sont mis en œuvre avec une originalité étonnante pour un jeune homme de quinze ans. En 1840, il aborde la théorie analytique de la chaleur de Fourier, admirable poème mathématique, comme aimait à dire plus tard Lord Kelvin. Ce fut pour lui une révélation de voir l'analyse appliquée à des problèmes de conductibilité calorifique, et cette étude eut une profonde influence sur son œuvre entière; on en retrouve la trace jusque dans ses derniers écrits. Dans un voyage qu'il fait en Allemagne pour apprendre l'allemand, il a dans sa malle le livre de Fourier, malgré la défense expresse de son père. Vers la même époque, il était un lecteur assidu de Lagrange et de Laplace. Il apprenait dans leurs ouvrages combien peut être fécond l'esprit mathématique, uni au sens des réalités physiques, et il n'a jamais cessé de se dire le disciple de notre grande école physico-mathématique.

En 1841, Thomson termine ses études à Glasgow, sans passer aucun examen, et il part pour Cambridge, où il entre au collège Saint-Pierre. Les lettres écrites à son père nous le montrent dans le cadre de la vieille université anglaise. A cette époque, comme il y a peu d'années encore, le *tuteur privé* jouait un rôle important dans le travail de l'étudiant. Thomson fait un grand éloge de son premier tuteur, M. Hopkins, qui était l'auteur d'un petit mémoire sur la rigidité interne de la Terre, sujet qu'il avait lui-même déjà étudié à Glasgow. Ses lectures sont très variées sur l'algèbre, l'analyse, la physique, la chimie, et porte souvent sur les mémoires originaux. Les laboratoires de Cambridge étaient rudimentaires; Thomson achète quelques instruments de physique et fait dans sa chambre des manipulations.

Le jeune étudiant n'était pas entièrement absorbé par ses travaux intellectuels. Les exercices physiques n'avaient pas alors l'importance qu'ils ont prise depuis à Cambridge, mais cependant des sports variés étaient en honneur, et Thomson se signalait par son ardeur au canotage, qu'il pratiquait deux heures par jour. Il obtint, non sans peine, de son père l'achat d'un bateau, le *Nautilus*, et forma une équipe avec cinq de ses camarades, préludant ainsi sur le Cam aux opérations nautiques, qu'il poursuivra plus tard sur son yacht le *Lalla-Roukh*. Il était

aussi membre actif et fut même président de la Société musicale de l'Université. Il jouait avec habileté des instruments à vent, auxquels il devait, à Glasgow, consacrer chaque année une leçon dans son cours, ne dédaignant pas de joindre la pratique à la théorie.

De 1842 à 1845, Thomson, tout en préparant ses examens universitaires, publie divers travaux dans le *Journal de mathématiques* de Cambridge. Ses premières notes se rapportent aux séries de Fourier. Un géomètre anglais avait cru établir que ces séries ne représentent que des fonctions assez spéciales; Thomson, indigné, lui montre son erreur. Un mémoire ultérieur sur le mouvement de la chaleur dans les solides et ses rapports avec la théorie mathématique de l'électricité indique déjà une pénétration profonde dans l'étude des analogies entre les lignes de flux calorifique et les lignes de forces électriques; on y trouve une proposition célèbre sur l'équivalence des champs créés extérieurement par des corps électriques et une couche convenable placée sur une surface équipotentielle; mais ici le jeune auteur, comme il le sut plus tard, avait été devancé par Gauss et par Chasles qui, eux-mêmes, avaient seulement retrouvé des résultats publiés dix ans plus tôt par Georges Green. Dans cette question, le calcul avait, sur certains points, devancé l'expérimentation, en découvrant des théorèmes fondamentaux sur l'induction électrostatique, et montrant en particulier qu'à l'intérieur d'une cavité creusée dans un conducteur aucune manifestation électrique extérieure ne peut être ressentie. Ce résultat, que devait établir ultérieurement Faraday dans des expériences restées classiques, constitue le principe de l'emploi des cages métalliques comme paratonnerres, et sert de base à toutes les mesures modernes d'électrostatique. Il est d'ailleurs juste de rappeler, et ceci est peu connu, que, quatre ans avant Green, Poisson avait donné ce résultat pour une sphère métallique renfermant une cavité sphérique, exemple entre bien d'autres des difficultés que l'on rencontre dans l'histoire des sciences, quand on veut rendre à chacun ce qui lui est dû.

Un autre travail de Thomson sur la chaleur contient en germe des questions sur lesquelles il est souvent revenu. Que deviennent certaines formules concernant l'état calorifique futur d'un corps, quand on donne au temps une valeur négative, c'est-à-dire quand on considère le passé ? En d'autres termes, un

état calorifique déterminé peut-il résulter d'une distribution antérieure de température ? Il y a des cas où la réponse est négative; ce fait avait pour Thomson une grande importance, et avec quelque hardiesse il y rattachait la nécessité d'un commencement pour l'ordre naturel des choses. Des vues analogues se retrouveront dans ses recherches sur le refroidissement du globe terrestre, qui l'amèneront à de longues discussions avec certaines écoles géologiques.

C'est encore pendant son séjour à Cambridge que Thomson découvrit le principe de l'admirable méthode des images électriques, qui lui fournit la solution de nouveaux problèmes sur la distribution de l'électricité à la surface des conducteurs. Dans ces recherches, il fut amené à transformer un problème de distribution électrique en un autre au moyen d'une inversion géométrique; il obtint en particulier la distribution, vainement cherchée jusque-là, sur une calotte sphérique. Liouville reproduisit plus tard dans son journal ces beaux résultats, et prit la peine de les commenter. « Mon but sera rempli, écrivait-il en terminant, si ces remarques peuvent aider à bien faire comprendre la haute importance du travail du jeune géomètre, et si M. Thomson lui-même veut bien y voir une preuve nouvelle de l'amitié que je lui porte et de l'estime que j'ai pour son talent. »

Ses travaux personnels détournaient quelque peu Thomson de la préparation aux examens qu'il devait passer avant de quitter l'Université. Il n'eut pas, en 1845, le titre envié de *senior wrangler*, c'est-à-dire de premier champion, et fut seulement classé le second. Son esprit toujours en travail, passant avec une étonnante facilité d'un sujet à un autre, se pliait difficilement aux exercices scolaires imposés par les règlements. Il faut reconnaître aussi que Thomson se préoccupa rarement de faire des expositions systématiques et bien coordonnées de ses idées. James Thomson avait espéré pour son fils la première place dans les luttes universitaires; il y tenait d'autant plus qu'il se préoccupait de lui ménager la succession du professeur de philosophie naturelle à l'Université de Glasgow, le Dr Makleham, alors gravement malade. Cette petite déception n'eut heureusement pas de conséquences fâcheuses, Thomson ayant obtenu, quelques jours après, le prix Smith se rapportant spécialement à la physique.

***

A l'âge de vingt ans, le nouveau gradué de Cambridge avait déjà pris rang parmi les savants doués de l'esprit d'invention. On pouvait se demander si Thomson serait mathématicien ou physicien. L'élégance de son mémoire sur les images électriques dénotait un géomètre d'une rare pénétration. Cependant, à mieux y regarder, il apparaissait que, dans ses préoccupations, la mathématique tenait la seconde place, et qu'il se souciait surtout des conséquences physiques pouvant être déduites des transformations analytiques. Les idées de Faraday l'avaient vivement frappé, et il avait cru un moment à une contradiction entre la notion de lignes de forces posée par l'illustre physicien et les lois de Coulomb. Une forte culture mathématique, que ne possédait pas Faraday, lui permit de trouver la solution de ces difficultés dans les relations qu'il avait déjà signalées entre l'équilibre calorifique et l'équilibre électrique.

Ses examens terminés à Cambridge, Thomson vient passer quelques mois à Paris. Il y a des relations suivies avec Liouville, fréquente Chasles et Sturm, auxquels il fait connaître l'essai de Green sur l'électrostatique. Il voit aussi Cauchy, peu enclin à suivre les idées d'autrui, mais instruisant le jeune maître par l'annonce de ses travaux; l'influence est visible, dans plusieurs écrits de Thomson, du mémoire de Cauchy sur le mouvement des ondes, auquel notre grand géomètre avait mis comme épigraphe : *Nosce quot Ionii veniant ad littora fluctus.* « Cauchy, écrivait Thomson à son père, a toujours beaucoup à me dire sur les belles choses qu'il vient de découvrir. Chaque semaine, il présente à l'Institut un ou deux mémoires. » Cauchy faisait dévier parfois la conversation sur d'autres sujets. Il avait le goût de l'apostolat, et essaya sans succès de convertir Thomson au catholicisme.

Biot présenta Thomson à Regnault, dont le laboratoire au Collège de France était alors un des plus importants centres de recherches scientifiques. Il ne semblait pas que les travaux antérieurs du jeune savant anglais dussent le disposer à apprécier beaucoup les mesures minutieuses que l'on y effectuait; il est cependant conquis par l'art merveilleux de l'expérimentateur français, et est accepté comme préparateur béné-

vole. C'est avec joie qu'il manœuvre la pompe, quand le maître donne l'ordre de faire le vide, ce qui ne l'empêche pas, entre deux manipulations, de lire les mémoires de Poisson qu'il trouve dans la bibliothèque de Regnault. Les travaux du laboratoire l'amènent aussi à étudier le mémoire dans lequel Clapeyron développait en 1834 quelques-unes des idées indiquées dix ans auparavant pas Sadi Carnot dans ses célèbres *Réflexions sur la puissance motrice du feu*. L'ouvrage de Sadi Carnot, qui a ouvert à la science des voies entièrement nouvelles, avait été tiré à peu d'exemplaires, et il était resté, on peut le dire, inconnu. Thomson a raconté les vains efforts qu'il fit à Paris pour le trouver. « Avez-vous, disait-il au libraire, l'ouvrage de *Caino* sur la puissance motrice du feu ? » Je ne connais pas cet auteur, répondait le marchand. Et quand Thomson s'était soigneusement appliqué à prononcer Ca*rr*not, on lui présentait un volume de sociologie d'Hippolyte Carnot. C'était bien un membre de la même famille, Hippolyte et Sadi Carnot étant les deux fils de Lazare Carnot, mais Thomson s'intéressait moins aux questions sociales qu'à la puissance motrice du feu. Ce n'est qu'en 1848 qu'il trouva un exemplaire du livre ardemment désiré.

Thomson n'oublia jamais l'accueil qu'il reçut à Paris dans sa jeunesse. En 1895, au centenaire de l'Institut, il en évoquait encore le souvenir dans les termes suivants : « Le vénérable Biot m'a pris par la main, et m'a placé dans le laboratoire du Collège de France sous la direction de Regnault; ainsi, j'ai vu ce grand physicien de jour en jour, travaillant sur les propriétés des gaz. A Regnault et à Liouville, je serai toujours reconnaissant pour la bonté qu'ils m'ont témoignée et pour les méthodes qu'ils m'ont enseignées sur la physique expérimentale et sur la physique mathématique dans l'an 1845. »

A son retour à Cambridge, Thomson fut nommé *fellow* du Collège Saint-Pierre. Il devait conserver ce *fellowship* jusqu'à l'époque de son mariage, en 1852, les fellows, sauf de très rares nommés à vie, devant être célibataires; il y adjoignit quelque temps la position de lecteur de mathématiques. Mais il ne resta pas longtemps à Cambridge. Au mois de mai 1846, la chaire de philosophie naturelle devint vacante à Glasgow, et Thomson se mit sur les rangs pour la succession du Dr Makleham. La plus grave objection faite à la candidature de ce jeune homme de

vingt-deux ans était la crainte qu'il fût trop savant et ne pût se mettre à la portée des étudiants. Cependant les autres candidats se retirèrent, et Thomson fut élu à l'unanimité. Avant la nomination définitive, il eut un mois pour composer une dissertation latine : *De caloris distributione per terræ corpus*. Après cette soutenance inaugurale, Thomson ayant, suivant la loi, souscrit au formulaire de l'Église d'Écosse, fut définitivement installé dans cette chaire de philosophie naturelle, qu'il a occupée pendant cinquante-trois ans, n'ayant jamais voulu, malgré les appels les plus pressants, quitter la vieille université écossaise.

Une des premières préoccupations du nouveau professeur fut d'organiser un laboratoire de physique pour les étudiants, ce qui était en Écosse et en Angleterre une grande nouveauté. La classe ordinaire, qui se tenait chaque jour pendant deux heures, comptait une centaine d'élèves, parmi lesquels de nombreux étudiants en théologie. L'enseignement de la mécanique, de la physique et parfois de l'astronomie, que donnait Thomson, n'avait rien de didactique; les digressions abondaient, et la vive imagination du professeur l'entraînait parfois loin du sujet de la leçon. Celle-ci commençait par une interrogation; le souvenir est resté, chez les étudiants de Glasgow, d'une colle, si j'ose le dire, de Lord Kelvin : « Pourquoi l'écliptique s'appelle-t-elle l'écliptique ? »

Au début de l'année, le cours était précédé d'une introduction générale, qui paraît avoir peu changée avec le temps. Thomson y distinguait deux stades dans le développement de la science du monde extérieur : celui de l'histoire naturelle et celui de la philosophie naturelle. Le premier se rapporte à la description et la classification des faits observés; dans le second, on s'efforce de découvrir par induction des lois générales dans chaque domaine du monde matériel, puis la déduction intervient, des prévisions deviennent possibles, que doivent vérifier l'observation et l'expérience. La leçon prenait par endroits un tour religieux. « Quand nous suivons le développement de la science depuis les anciens âges et les progrès faits par l'esprit humain dans la découverte de la vérité, nous sentons, disait Thomson, que le pouvoir de trouver les lois établies par le Créateur pour maintenir l'harmonie de ses œuvres est le plus noble privilège qu'Il a accordé à notre intelligence. Si nous négligeons de déve-

lopper les facultés qu'Il nous a octroyées dans ce but, nous rejetons ses dons et nous sommes indignes de ses bienfaits. » Le professeur ne pouvait manquer de rappeler l'importance du travail scientifique pour l'amélioration de la condition humaine, mais il insiste sur ce que l'on ne doit pas regarder ces améliorations comme l'objet propre et la fin de la science. « Rien, ajoute-t-il, ne pourrait nuire davantage au développement de la connaissance que la prédominance d'une telle vue.... En réalité, aucune grande loi, en philosophie naturelle, n'a été découverte pour ses applications pratiques, tandis que les exemples sont innombrables de recherches faites en dehors de ce but étroit, mais qui y ont plus tard conduit. » L'affirmation, vraie dans son ensemble, est peut-être trop absolue, mais elle avait une saveur particulière, venant d'un homme qui, en même temps qu'un savant illustre, a été un très habile technicien. Avec Bacon, Thomson insiste sur la joie qu'il y a à avancer dans la connaissance de l'Univers; la pensée de l'Ecclésiaste, d'après laquelle celui qui augmente sa science augmente sa douleur, devait lui paraître un blasphème. Aucun doute sur la valeur de la science n'effleura jamais l'esprit de Lord Kelvin, et les controverses philosophiques sur ce sujet ne l'intéressaient pas.

***

A la fin du XVIIIe siècle, la chaleur, ou, avec plus de précision, le calorique était regardé comme un agent impondérable, susceptible de passer d'un corps à un autre ou de rester latent, mais indestructible. Lavoisier toutefois avait fait des réserves sur la nature matérielle de cette substance, et, un peu plus tard Rumford, étudiant la chaleur produite dans le forage des canons, avait conclu qu'elle pouvait être créée ou détruite. En Angleterre, à partir de 1843, l'étude des courants électriques et de la compression des gaz avait conduit Joule à affirmer que la chaleur et la puissance mécanique étaient susceptibles d'être converties l'une dans l'autre suivant des rapports numériques déterminés, mais ses résultats furent accueillis avec incrédulité. En 1847, au congrès de l'Association britannique pour l'avancement des sciences, on ne lui laissa même que quelques instants pour exposer ses dernières recherches. William Thomson était présent à la séance, et son attention fut vivement attirée par

cette communication qui le surprit et l'inquiéta. Thomson, nous l'avons dit, connaissait par Clapeyron le mémoire de Carnot. Celui-ci avait accepté avec quelques réserves, comme Lavoisier, les hypothèses courantes sur la matérialité du calorique. Ces hypothèses admises, le travail dans une machine à vapeur résulte de la chute d'une certaine quantité de chaleur descendant de la température de la chaudière à celle plus basse du condenseur, de même que l'eau, actionnant une roue hydraulique, descend d'un niveau à un niveau plus bas. La chaleur, comme l'eau, reste en même quantité au commencement et à la fin de l'opération.

D'autre part, une machine, opérant de la manière la plus économique et se retrouvant à la fin de l'opération dans les mêmes conditions qu'au début, produit un travail, dont le rapport à la chaleur mise en œuvre prise à la chaudière dépend uniquement des températures de la chaudière et du condenseur : telle est, sous sa forme primitive, le principe de Carnot. En 1848, les résultats de Joule paraissent à Thomson inconciliables avec les idées de Carnot, dont il voit au contraire une confirmation dans le calcul, fait à l'aide des données de Regnault, du rendement des machines à air, à vapeur d'eau, à vapeur d'alcool, fonctionnant entre les mêmes limites de température. Les objections se présentent à lui nombreuses : il croit encore, à cette époque, que la conversion de la chaleur en travail est probablement impossible. A propos de la production de la chaleur par le travail, il revient même sur l'ancienne objection que la chaleur peut rester latente ou que quelque altération physique change la capacité calorifique. De plus, et c'est un point pour lui bien troublant, il n'y a pas d'effet mécanique, quand la chaleur est transportée d'un corps à un autre par conductibilité.

Cependant, une étude plus approfondie et quelques suggestions de Rankine modifient peu à peu les idées de Thomson, et, d'après son propre témoignage, il avait réussi à voir comment se conciliaient le principe de l'équivalence et celui de Carnot, quand parut le mémoire de Clausius. Une polémique s'ensuivit entre le physicien allemand et les amis de Thomson; elle est aujourd'hui sans intérêt. Les deux principes ne sont pas contradictoires, si l'on tient compte de ce qu'une certaine quantité de chaleur, correspondant au travail effectué, est détruite.

Que de tâtonnements dans la fondation de la thermodyna-

mique eussent été évités, si Sadi Carnot n'avait pas été enlevé en 1832 par une mort prématurée! Les notes manuscrites qu'il a laissées, publiées en partie seulement en 1878, et qui forment une des pièces les plus précieuses des Archives de notre Académie, montrent qu'à la fin de sa vie il avait pleinement adopté l'idée de l'équivalence de la chaleur et du travail, donnant même pour l'équivalent mécanique de la calorie un nombre voisin de celui que devait trouver longtemps après Robert Mayer. Lord Kelvin a dit plus tard très justement que, dans toute l'étendue du domaine des sciences, il n'y a rien de plus grand que l'œuvre de Sadi Carnot.

Dans ce rappel historique, si sommaire soit-il, il convient de mentionner Seguin, l'inventeur des chaudières tubulaires, qui en 1839, c'est-à-dire quatre ans avant Mayer, émit nettement l'idée qu'une certaine quantité de calorique disparaît dans la production de la puissance mécanique, et que les deux phénomènes sont liés entre eux par des conditions qui leur assignent des relations invariables.

En 1851, Thomson publia son grand mémoire sur la théorie dynamique de la chaleur. C'est un de ses travaux les plus achevés, et dont presque toutes les parties sont devenues classiques. Il rend justice à Clausius, mais il ajoute qu'il avait trouvé antérieurement l'explication des difficultés qui l'avaient longtemps arrêté, modifiant de lui-même ses anciens points de vue. Après l'établissement des équations fondamentales, le mémoire contient des applications très variées des deux principes de la thermodynamique, dans tout le domaine de la physique. Thomson insiste sur les relations qu'établit la théorie entre les propriétés des corps, mettant ainsi en évidence des réciprocités qui en montrent la fécondité; ainsi, suivant l'importante remarque de son frère James, la pression abaisse le point de congélation d'un liquide, comme l'eau, qui se dilate en se solidifiant, tandis qu'elle l'élève quand il y a contraction.

Au nom de Thomson restera attachée la notion d'une échelle absolue de température. D'après cette échelle, le rapport des températures absolues de deux corps quelconques est égal au rapport des quantités de chaleur prises à l'un et transmises à l'autre, en supposant ces corps en conjonction au moyen d'une machine thermique parfaite. La comparaison de l'échelle thermodynamique avec celle donnée par un gaz à pression cons-

tante ramenait à une ancienne expérience de Gay-Lussac, d'après laquelle un fluide élastique qui s'écoule d'un vase plein dans un autre vase de même volume, où l'on a fait le vide, se refroidit dans le premier autant qu'il s'échauffe dans le second. Cette expérience avait été reprise par Joule, mais Thomson la regardait comme peu concluante. Aussi proposa-t-il à son ami de la reprendre en mettant entre les deux récipients une paroi poreuse à travers laquelle le gaz devait passer, en subissant une détente qui pouvait être considérable. On constata alors que la température ne reste pas invariable; il y a un refroidissement avec les gaz qui se compriment plus que ne l'exige la loi de Mariotte. Une formule simple fait connaître ce refroidissement en fonction de la différence des pressions et de la température absolue du jet. Linde devait se souvenir quarante ans plus tard de cette expérience de Thomson; c'est sur le froid résultant de la détente sans travail extérieur qu'est basée sa machine pour la liquéfaction de l'air.

Deux courts mémoires, écrits en 1852, sont particulièrement mémorables. Dans l'un, Thomson fait la distinction entre l'énergie *totale* et l'énergie *utilisable, energie available to man*, comme dit le titre du mémoire. L'autre est intitulé : *Sur la tendance universelle dans la nature à la dissipation de l'énergie mécanique*. La distinction entre la quantité et la qualité de l'énergie était alors une idée toute nouvelle. Ainsi dans un système, soustrait à toute action extérieure et passant par voie irréversible d'un état à un autre, la quantité d'énergie est bien constante, mais la quantité d'énergie utilisable par nous pour produire du travail est moindre; la *qualité* de l'énergie a diminué. Le frottement, les chutes de chaleur par conductibilité, la résistance des conducteurs dans la propagation de l'électricité produisent, entre autres causes, ce résultat. L'introduction dans la science de l'idée d'énergie utilisable, avec toute son ampleur, est un des titres de gloire de Thomson. En signalant dans le monde actuel une tendance à la dissipation de l'énergie utilisable, il créait une doctrine de l'évolution du monde inorganique, et nos conceptions de l'univers matériel se trouvaient changées. Thomson insiste sur ce que toutes les formes connues de l'énergie ont une tendance à se transformer en énergie calorifique, qui présente la forme la plus stable. Puis, se livrant à de hardies généralisations, il développe l'idée que la chaleur est

l'agent communiste par excellence, et que cette tendance vers l'égalisation doit conduire fatalement l'univers à sa ruine. Quand tout sera ramené à la même température, il n'y aura plus d'énergie utilisable; ce sera la fin du monde. La nécessité d'une fin est un thème sur lequel Thomson est revenu à maintes reprises, quelques réserves qu'il ait pu faire çà et là sur la légitimité de certaines extrapolations. Une des conclusions de son travail sur l'énergie utilisable indique assez nettement sa pensée. « La Terre, écrit-il, doit avoir été dans le passé, et elle sera dans l'avenir, impropre à l'habitation de l'homme, tel qu'il est constitué à présent, à moins que des opérations ne doivent avoir lieu qui sont impossibles sous l'empire des lois régissant les opérations connues réalisées actuellement dans le monde matériel. » Il y a là, semble-t il, des réserves touchant à la fois la constance de certaines lois et les modifications que peuvent amener de nouvelles découvertes sur les énergies utilisables.

***

De 1850 à 1860, Thomson publie de remarquables études sur les qualités électriques des métaux, la thermo-élasticité et la thermo-électricité. Rappelons l'*effet* qui porte son nom et qui correspond à une sorte d'hétérogénéité électrique produite par la chaleur, un courant électrique dans un conducteur homogène, mais inégalement chauffé, paraissant opérer un transport de chaleur dans un sens, d'ailleurs variable suivant la nature du métal. Puis, poursuivant les applications de l'énergétique, Thomson édifie une théorie de l'électrolyse, que devait plus tard compléter Helmholtz, en tenant compte des variations de la température. Ces profondes recherches étaient effectuées dans l'étroit laboratoire de physique de l'Université de Glasgow; Thomson l'agrandissait peu à peu, en empiétant sur ses voisins, heureux quand il pouvait s'emparer d'une cave ou d'un grenier, et ses collègues redoutaient sa puissance d'*annexation*, comme disait l'un d'eux. Le professeur se faisait aider, dans la partie expérimentale de ses travaux, par les étudiants les plus avancés, que transportait l'enthousiasme du maître, aussi habile à conduire de savants calculs sur les intégrales de Fourier, qu'à monter d'une manière toujours originale de délicates expériences.

Thomson fut encore un précurseur dans la question des oscillations de l'électricité. Quand on réunit par un fil les deux plateaux d'un condensateur, le passage de l'électricité d'un plateau à l'autre, qui constitue le phénomène de décharge, subit, dans certains cas, des oscillations, dont Thomson détermine la période. Il suggéra même que ces oscillations pouvaient être rendues visibles en insérant dans le fil de décharge un interrupteur à étincelles, et Feddersen réussit à photographier celles-ci en les séparant au moyen d'un miroir tournant. On montre aujourd'hui, avec l'oscillographe, que la théorie de Thomson est très approximativement exacte. Quoiqu'il ait négligé l'énergie rayonnée dans l'espace, son mémoire sur les *Oscillations électriques* sera toujours à rappeler dans l'histoire des ondes hertziennes et de la télégraphie sans fil.

La propagation de l'électricité dans un câble a fait l'objet de longues études de notre confrère, où l'on ne sait ce que l'on doit le plus admirer, de la pénétration du théoricien ou de l'habileté de l'expérimentateur et du technicien. En 1855, il y avait déjà quelques câbles sous-marins, par exemple entre Calais et Douvres, et aussi entre l'Angleterre et l'Irlande, mais leur longueur était petite. La pose d'un câble entre deux pays éloignés, comme l'Angleterre et les États-Unis, présentait des difficultés mécaniques évidentes, mais il y avait aussi à cette entreprise de graves objections d'ordre électrique, qui décourageaient les ingénieurs. On devait craindre la lenteur des communications sur une ligne de plusieurs milliers de kilomètres. Le câble est, en effet, formé par un conducteur en cuivre, séparé de l'eau de mer par un revêtement isolant de gutta-percha entouré lui-même d'une armature de fils de fer; il forme un condensateur allongé de grande capacité électrostatique, se chargeant et se déchargeant d'autant plus lentement que la longueur est plus grande. Thomson vit que les conditions du problème permettaient de l'assimiler à celui de la diffusion de la chaleur, et l'étude d'une intégrale de l'équation de Fourier, correspondant à un potentiel constant à une extrémité, le conduisit à des résultats de la plus haute importance. Il n'y a pas, à proprement parler, une vitesse de propagation, et, dans la transmission d'un signal court, le temps au bout duquel l'effet est maximum dans un câble varie proportionnellement au carré de la distance. Cette loi et d'autres analogues, qui fixaient

les conditions dans lesquelles la ligne devrait être établie, étaient contraires à l'opinion générale des ingénieurs électriciens et furent vivement combattues, mais Thomson montra que les expériences qu'on lui opposait confirmaient ses vues, et il fut chargé de la direction technique de l'entreprise. La question des récepteurs était capitale. Thomson imagina d'abord un galvanomètre à aimant mobile, qui permettait d'utiliser l'alphabet Morse. Il inventa, plus tard, le *siphon recorder*, galvanomètre apériodique, à aimant fixe et à cadre mobile, en relation avec un siphon où circule l'encre électrisée qui inscrit la dépêche. L'idée de fixer l'aimant et de rendre le cadre mobile a été souvent utilisée, depuis cette époque, dans la construction des galvanomètres. Le 5 avril 1858, la communication était établie entre l'Irlande et Terre-Neuve, mais peu à peu les messages furent transmis plus difficilement et le câble cessa de fonctionner, échec qui tenait probablement à l'emploi de courants trop puissants. De nouvelles études, auxquelles Thomson prit la plus large part, durent être faites sur les résistances mécanique et électrique des câbles, sur les méthodes d'émission des signaux, sur les appareils d'immersion. En 1865, l'opération fut reprise, mais le câble se rompit pendant la pose. L'année suivante, le succès fut complet et définitif; la transmission eut lieu à raison de quatorze mots par minute.

L'établissement de communications télégraphiques entre l'ancien et le nouveau Monde eut un grand retentissement en Angleterre. Le 19 novembre 1866, la reine d'Angleterre, au château de Windsor, conférait à Thomson le titre de chevalier pour les services rendus à l'entreprise, en même temps que pour l'ensemble de son œuvre scientifique. Dans un banquet, qui lui fut offert à cette occasion par la cité de Londres, il reprit, en répondant aux toasts prononcés, les idées souvent exprimées dans ses leçons inaugurales sur le désir, naturel à l'homme, de connaître les puissances de la nature. De son côté, la ville de Glasgow lui accordait, dans une séance solennelle, le droit de bourgeoisie. Sir William Thomson, dans son remercîment, précisa le rôle de la science abstraite. « La marche de la science, remarquait-il, est fatale et ne dépend pas du faible pouvoir des individus. Un peu plus tôt ou un peu plus tard, les progrès auraient été réalisés, ne fût-ce qu'à la suite de longs et pénibles tâtonnements, mais la théorie accélère les résultats en indiquant

les principes qui doivent guider dans la recherche. » Il pensait sans doute au rapprochement entre la diffusion de la chaleur et celle de l'électricité, qui l'avait conduit aux lois fondamentales pour l'établissement de la télégraphie transatlantique.

On a toujours admis, en Angleterre, que le savant peut s'enrichir avec ses inventions. Les appareils de Thomson, relatifs à l'électricité et au magnétisme, lui rapportèrent d'importants bénéfices, dont il fit d'ailleurs profiter la science. Dès son enfance, il avait eu le goût des choses de la mer. Les longs séjours sur les navires posant les câbles transatlantiques appelèrent son attention sur les perfectionnements à apporter à la navigation. Il avait acheté un yacht, le *Lalla-Roukh*, sur lequel il faisait tous les ans de longues croisières. Le yacht était un laboratoire, d'où sont sorties des contributions du plus haut intérêt pour la science nautique, tant théorique que pratique. Souvent d'illustres invités venaient participer aux travaux de leur hôte, comme Stokes, Helmholtz, Lord Rayleigh.

De toutes les inventions de Thomson dans la navigation courante, aucune n'est plus connue que ses compas ou boussoles. On sait que le compas est essentiellement formé d'un aimant mobile autour d'un axe vertical, solidaire d'une feuille circulaire sur laquelle est gravée une rose des vents. Plus de deux mille ans avant notre ère, les Chinois avaient utilisé la propriété d'une aiguille aimantée, ainsi suspendue, de se diriger à peu près vers le Nord. Ce fait, au contraire, ne fut pas connu des Grecs et des Romains, et il semble que la boussole marine n'ait commencé à être employée en Europe qu'au XIIIe siècle. Pendant longtemps, les compas furent construits avec de longues aiguilles pesantes; ils étaient peu sensibles et la correction due au magnétisme du navire était difficile. Il fallait, pour diminuer le frottement sur le pivot, avoir un système d'aiguilles léger; mais celui-ci devait avoir un grand moment d'inertie, pour rendre plus longue la période d'oscillation. Dans le compas Thomson, huit aiguilles courtes reliées par des fils de soie à un cercle métallique d'assez grand rayon forment la partie essentielle de l'appareil, qui réalise ainsi les diverses conditions nécessaires. Le magnétisme des pièces de fer du navire trouble les indications du compas; une compensation est nécessaire. Après les études théoriques de Poisson sur le magnétisme, des méthodes de correction avaient été proposées, où l'on

faisait usage d'aimants permanents et de masses de fer doux. Le nouveau compas, avec son faible moment magnétique, permettait de les utiliser dans les meilleures conditions, et la compensation était obtenue une fois pour toutes, sous une latitude quelconque et pour un cap quelconque. Le compas Kelvin, qui a contribué grandement à la sécurité de la navigation, est universellement adopté aujourd'hui dans la marine britannique, et est aussi employé dans beaucoup d'autres pays. Rappelons encore, parmi les instruments dont Thomson a doté la marine, le déflecteur qui permet de régler un compas, quand aucun astre ou objet terrestre n'est en vue, et un appareil de sondage, mesurant la pression, et par suite la profondeur, à l'aide d'un tube creux fermé par le haut et enduit de chromate d'argent attaquable par l'eau de mer

Thomson a longuement étudié les marées. Il n'est pas, en mécanique céleste, de problème plus complexe que celui du flux et du reflux de la mer. Newton avait, dans ses grandes lignes, donné une théorie statique de ce phénomène dû à l'attraction de la Lune et du Soleil sur les eaux qui couvrent la surface terrestre. Cette théorie, où l'on suppose remplies les conditions de l'équilibre hydrostatique, reste intéressante dans le cas des marées à longue période, où l'inertie est négligeable; le point essentiel est de tenir compte de l'influence des continents. Cette question de statique doit à Thomson des perfectionnements dus à l'introduction de constantes convenables, relatives à la distribution des eaux et des terres sur notre planète. Pour les marées diurne et semi-diurne, le point de vue statique est inadmissible. C'est peut-être dans l'étude dynamique des marées que s'est montré le mieux le génie de Laplace, et cependant la théorie est encore aujourd'hui impuissante à traiter complètement le problème. Aussi l'auteur de la *Mécanique céleste* fut-il conduit à entreprendre l'analyse harmonique des courbes fournies dans les ports par les marégraphes. Le phénomène complexe est alors décomposé en éléments plus simples, et, quand une observation suffisamment prolongée a fait connaître les amplitudes et les phases des diverses harmoniques, on peut, par des sommations, calculer les marées pour un temps quelconque. Ces calculs sont très pénibles. On doit à Thomson un instrument, le *tide predicter*, formé essentiellement de tiges, d'excentriques et de poulies correspondant au mouvement de chacune des ondes élémen-

taires, qui réalise automatiquement les diverses sommations; on obtient ainsi, en moins de trente minutes, la courbe des marées en un lieu donné pour une année entière.

***

L'activité de Thomson était prodigieuse, et il semblait trouver le repos dans la variété de ses occupations. Il était capable de porter à la fois son attention sur les problèmes les plus divers, comme en témoigne le carnet vert qu'il avait toujours sur lui et où il inscrivait les pensées qui lui venaient à l'esprit. On y voyait sur une même page des calculs sur la théorie cinétique des gaz et sur les câbles sous-marins. Une centaine de ces carnets, pieusement conservés, dont chaque page porte une date et quelquefois une heure, sont de précieuses reliques pour la science anglaise.

Vers 1865, Thomson entreprit, en collaboration avec Tait, professeur de physique à l'Université d'Édimbourg, un traité de philosophie naturelle, que les Anglais appellent le *T and T'*, d'après les initiales des deux auteurs. Ceux-ci s'étaient d'abord proposé de tracer une vaste esquisse de la physique entière, en se plaçant au point de vue de la conservation de l'énergie, mais leur plan s'était peu à peu restreint; tel qu'il est, le livre est un traité de mécanique extrêmement original. Le traité de philosophie naturelle n'est accessible qu'à ceux qui ont des connaissances mathématiques étendues. On y trouve beaucoup de formules, mais les auteurs entendent écrire un livre de physique. « Rien ne peut être plus fatal au progrès, disent-ils dans la préface, qu'une trop grande confiance dans les symboles mathématiques, car l'étudiant n'est que trop disposé à prendre la formule, et non le fait, comme la réalité physique. » Les lois générales de la dynamique sont exposées d'après Newton. Cette partie présente des lacunes, et ce n'est pas sans étonnement, il faut l'avouer, qu'on voit attribuer à Newton le célèbre principe de d'Alembert. Mais ensuite, quelles admirables études sur la mécanique analytique, et la rotation des solides et des liquides. Après Lagrange et ses successeurs, Hamilton et Jacobi, il n'était pas facile d'introduire des vues vraiment nouvelles en mécanique analytique; c'est ce qu'a fait Thomson avec le problème de l'action et la considération des foyers cinétiques qui

constituent une remarquable généralisation du problème des foyers conjugués en optique. Avec un art consommé, les auteurs donnent la vie à des formules abstraites dans un langage souvent imagé. Il est question de *degrés de liberté*, de *domination gyrostatique*, d'*élasticité cinétique*. De nombreuses pages sont consacrées aux effets réalisés par les *gyrostats* ou systèmes à l'intérieur desquels figurent des solides animés de rotation rapide et qui opposent à certains mouvements des résistances inattendues. Les phénomènes, où s'introduisent des mouvements cachés permanents, paraissaient à Thomson de grande importance pour la philosophie naturelle. C'était pour lui une joie de provoquer l'étonnement des visiteurs de son laboratoire, en leur montrant les réactions curieuses dues à des gyrostats; ces questions, particulièrement celles qui concernent la stabilité, tenaient une grande place dans son enseignement. On sait l'importance qu'ont prise aujourd'hui les effets gyroscopiques dans la recherche de la stabilisation de nombreux appareils.

La seconde partie du traité de philosophie naturelle traite de l'élasticité au point de vue de l'énergétique. Parmi les applications, les auteurs étudient les déformations de la Terre sous l'effet des attractions solaire et lunaire, ce qui les conduit à rechercher l'influence de l'élasticité terrestre sur les marées ainsi que sur la précession et la nutation. Les questions de physique du globe et de cosmogonie n'avaient cessé d'intéresser Thomson depuis le temps où il écrivait sa dissertation inaugurale. Il était membre actif de la Société géologique de Glasgow et avait été pendant plusieurs années son président. Il combattit vivement les partisans, nombreux alors, de l'uniformité en géologie, et une conférence sur le temps géologique, faite en 1868, fut l'objet de longues discussions. Dans une illustration de la théorie de Hutton, Playfair avait écrit que, dans la suite des temps géologiques, on ne distingue ni un commencement ni une fin; cette doctrine uniformitarienne en géologie, d'après laquelle les choses vont, comme nous les voyons aujourd'hui, depuis des millions de millions d'années, était, en partie, une réaction contre l'école de Werner, qui avait vu partout des cataclysmes. Thomson ne se rattachait à aucune école géologique. Il fit à l'école de Hutton et de Lyell de nombreuses objections, dont l'une est tirée de l'étude du refroidissement du globe terrestre. Il suppose qu'à un moment la Terre, ayant une température

uniforme, a commencé à se refroidir. Le degré géothermique, que nous pouvons observer, s'exprime alors, en suivant les idées de Fourier, à l'aide du temps, de la température initiale, et de certaines constantes, dont on peut indiquer des valeurs assez probables pour les matériaux placés à la surface du globe terrestre. Si l'on admet, par exemple, que la température initiale était de *trois mille* degrés, température à laquelle ces matériaux doivent être en fusion, on conclut de cette relation que la Terre devait être complètement en fusion, il y a cent millions d'années, et c'est sans doute une limite trop élevée.

L'origine de la chaleur solaire vint aussi apporter des arguments à Thomson contre l'école uniformitarienne. Si, comme il est probable, le rayonnement de la surface de cet astre a été au moins aussi considérable qu'aujourd'hui pendant la durée des temps géologiques, cette chaleur doit se renouveler. Thomson admit d'abord l'hypothèse météorique, d'après laquelle la chaleur du Soleil serait entretenue par les météorites qui tombent sur lui, leur force vive se transformant en chaleur. Mais il lui parut bientôt qu'elle n'était pas conciliable avec l'accroissement de la masse du Soleil et la durée de l'année qui en résulterait, et il se rallia aux idées d'Helmholtz qui voyait dans la contraction de l'astre la cause principale de l'entretien de la chaleur solaire. Thomson cherche alors, moyennant quelques hypothèses extrêmes plus ou moins plausibles sur la loi de variation de la densité du Soleil à son intérieur, à évaluer le temps pendant lequel l'astre a pu rayonner au taux actuel de sa déperdition, et il arrive à la conclusion que le Soleil n'est pas très vieux. « Il semble fort probable, écrit-il, que le Soleil n'a pas éclairé la Terre durant cent millions d'années, et il est presque certain qu'il ne l'a pas fait pendant cinq cents millions d'années. » Ces conclusions ne sont, bien entendu, que provisoires. Des sources de chaleur inconnues il y a soixante ans, comme le radium, ne sont pas entrées en ligne de compte.

Cinq cents millions d'années sont bien peu de choses. Le célèbre naturaliste Huxley, alors président de la Société géologique de Londres, ne se contentait pas d'un temps aussi court. Dans la réponse assez vive qu'il fit à Thomson, il n'hésite pas à déclarer que l'évolutionnisme a besoin de beaucoup plus de temps pour le développement de la vie, et que des formules mathématiques, déduites de données vagues, ne peuvent aller contre cette néces-

sité. Il va jusqu'à demander aux physiciens de ne pas se mêler de géologie, ce à quoi Thomson répondit que la géologie est une branche de la physique. La question de la durée des temps géologiques, quant au développement de la vie, a perdu quelque peu de son intérêt aujourd'hui, le transformisme étant moins exigeant depuis que l'on envisage la possibilité de mutations relativement rapides.

Thomson fut aussi en désaccord avec les géologues qui admettaient l'existence d'un océan en fusion placé au centre de la Terre, dont nous ne serions séparés que par une croûte fort mince; c'était, vers 1860, une opinion très accréditée. Elle se concilie difficilement avec les phénomènes de la précession et de la nutation. Notre globe, pour Thomson, est solide jusqu'au centre, exception faite de quelques parties liquides de masses relativement faibles. Les géologues sont aujourd'hui, semble-t-il, d'accord sur ce point, admettant une enveloppe pierreuse externe d'environ quinze cents kilomètres, la stratosphère, à l'intérieur de laquelle est la barysphère, beaucoup plus dense. Mais on ne peut supposer, d'autre part, que notre globe soit un solide indéformable. La Terre possède une certaine élasticité. Abstraction faite des séismes, elle n'est jamais en repos; sous les actions de la Lune et du Soleil, elle se soulève et s'abaisse, comme si elle respirait. Il y a nécessairement une relation entre les mouvements des eaux de l'océan et la marée de la surface terrestre, et cette relation dépend de la rigidité de la Terre. C'est par cette voie que Thomson, attaquant le problème, fut conduit au résultat que la terre est plus rigide que le verre, sans être peut-être aussi rigide que l'acier. De nombreuses mesures, effectuées depuis cinquante ans, ont confirmé ses conclusions, en les précisant considérablement.

Les recherches cosmogoniques, dont la base, il faut l'avouer, est parfois fragile, étaient pour Thomson un délassement qui ne l'empêchait pas de poursuivre ses travaux sur l'électricité. Les appareils qu'il imagina pour les mesures électriques ont joué dans l'histoire de la science un rôle capital. Ses électromètres, ses voltmètres et tous ses appareils de mesures électriques, répandus dans le monde entier, n'ont eu à subir que des perfectionnements de détail. Avant lui, on utilisait des instruments peu comparables, et la confusion était grande dans les mesures. Les indications des instruments de Thomson sont

susceptibles d'être interprétées en unités absolues, et il fut le premier à montrer comment les unités électriques fondamentales pouvaient être déduites du principe de la conservation de l'énergie. Il avait vu clairement la nécessité d'un système aussi cohérent que possible pour les mesures électrostatiques et électrodynamiques, et il fut l'âme d'une commission de l'Association britannique pour l'avancement des sciences, qui, pendant vingt ans, étudia cette question d'une importance capitale non seulement pour la science pure, mais aussi pour le développement de la future industrie électrique. A l'exposition universelle d'électricité qui eut lieu à Paris, en 1881, Thomson et notre confrère Mascart tinrent la première place dans les discussions dont devaient sortir les unités électriques modernes; deux d'entre elles, le *watt* et le *volt*, sont connues au moins de nom par tous ceux qui emploient la lumière électrique. L'entente cordiale entre les deux savants leur permit de lutter contre certaines prétentions appuyées par Helmholtz et Clausius. Mascart a raconté ces négociations difficiles, et il a noté le petit détail que c'est autour d'une table du pâtissier Chiboust, où Sir William et Lady Thomson prenaient une tasse de chocolat, qu'on finit par s'entendre au sujet des unités désignées sous le nom d'*Ampère*, de *Coulomb*, de *Farad*. Dans les *Papers on electrostatics and magnetism*, où Thomson rassembla ses mémoires sur ces sujets, on doit louer à la fois le géomètre ingénieux et profond, et l'inventeur des instruments variés qui lui ont valu une réputation universelle comme constructeur.

***

Ceux qui ont scruté la nature des théories physiques se sont plu quelquefois à opposer, d'une part, les partisans de la doctrine énergétique, formant les équations générales relatives aux transformations d'un système, sans en connaître la constitution autrement que par les variables susceptibles d'être observées au moyen desquelles on peut les définir, et, d'autre part, les esprits désireux d'explications mécaniques et curieux du détail intime des phénomènes. Les seconds veulent ouvrir la montre qui est devant eux, tandis que les premiers se contentent de suivre le mouvement des aiguilles. Cette opposition est ancienne; qu'il suffise de rappeler la phrase de Pascal : « Il faut

dire en gros, cela se fait par figure et mouvement, car cela est vrai, mais de dire quels et composer la machine, cela est ridicule; car cela est inutile et incertain et pénible. » L'auteur des *Pensées* visait surtout Descartes qui voyait dans l'étendue l'essence de la matière, et voulait, en partant de là, construire le monde avec de la figure et du mouvement. Notre regretté confrère Duhem a écrit un livre profond, mais systématique, sur l'objet et la structure de la théorie physique. Celle-ci est-elle une classification, ou une explication cherchant à atteindre le réel, ou bien encore une représentation au moyen d'images facilitant les raisonnements ? Thomson, suivant les cas, se plaçait à ces divers points de vue. Tous les moyens lui furent bons pour faire progresser la science, et l'on ne peut, sans injustice, faire rentrer son libre génie dans des cadres tracés *a priori*. Au début de sa carrière, il fut avant tout un champion de cette énergétique qu'il contribua grandement à fonder; il suffit de rappeler ses mémoires sur le principe de Carnot, sur la dissipation de l'énergie, sur la thermo-électricité, sur l'élasticité. Mais la tendance naturelle de son esprit le portait aussi à chercher dans le visible une représentation de l'invisible. Presque tous ses travaux sur la constitution de la matière et de l'éther sont guidés par cette pensée. Un exemple remarquable en est donné par les anneaux persistants que lancent les fumeurs dans un air calme. Helmholtz, en 1858, avait établi les propriétés fondamentales de ces tourbillons. Thomson, après avoir réalisé d'ingénieux dispositifs pour les obtenir avec des gaz chargés de fumée, complète la théorie en étudiant leur stabilité et leurs actions réciproques. Puis il suggéra que la matière peut être formée de diverses espèces d'anneaux tourbillonnaires répandus dans un fluide parfait indéfini. C'est son hypothèse célèbre des *atomes tourbillons*. Ceux-ci possèdent bien certaines propriétés des masses matérielles : permanence, élasticité, actions mutuelles, toutes dues aux rotations rapides. A la vérité, des difficultés se présentèrent, en particulier quand on voulut expliquer la gravitation, et préciser quel est dans un atome tourbillon l'élément invariable, qu'on puisse regarder comme sa masse. Thomson finit lui-même par abandonner cette théorie atomique, à laquelle il avait su donner un grand développement. Il fut conduit plus tard à penser qu'il fallait adjoindre à l'éther et aux tourbillons un *tertium quid* pour expliquer les propriétés

de la matière. Ce *tertium quid*, dit-il, peut s'appeler *l'électricité*. Cette suggestion a sans doute conduit divers auteurs à modifier la théorie primitive de Lord Kelvin, pour l'adapter aux phénomènes électriques.

Mais revenons un peu en arrière. La constitution de l'éther, qui transmet la lumière, et dont on a dit qu'il avait été imaginé pour donner un sujet au verbe vibrer, ne cessa d'être l'objet des études de Thomson. Il admet sans discussion son existence, et indique des limites pour sa densité. Il le regarde comme impondérable, c'est-à-dire que les molécules d'éther sont simplement sensibles aux actions des molécules (de matière ou d'éther) extrêmement voisines, mais que le coefficient d'attraction newtonien est nul pour elles. Rappelons, au sujet de l'impondérabilité de l'éther et de la constance du coefficient d'attraction pour tous les corps de notre système solaire et même stellaire, une idée curieuse, émise jadis par notre confrère, M. Boussinesq, ce serait une sélection inévitable qui n'aurait maintenu dans le système, à l'époque où il était une nébuleuse très diluée soustraite par sa raréfaction aux actions moléculaires, que des substances gravitant également (c'est-à-dire ayant même coefficient d'attraction), à l'exception toutefois des matières de gravité nulle, comme l'éther, qui sont restées répandues dans toût l'espace. Dans d'autres systèmes stellaires que le nôtre, il se peut que le coefficient d'attraction soit différent.

De grandes difficultés se présentent quand on veut rendre compte de la nature de l'éther, en faisant des comparaisons avec les milieux qui nous sont familiers. L'éther paraît en effet, à première vue, jouir de propriétés contradictoires, puisque, comme un fluide de densité très faible, il n'oppose qu'une résistance insensible au mouvement des planètes, tandis qu'il transmet des vibrations comme un solide élastique. Ces contradictions peuvent s'expliquer, d'après Thomson, par la lenteur relative du mouvement des corps célestes permettant à l'éther de conserver les propriétés des fluides, tandis que la fluidité fait place à l'élasticité devant la très grande vitesse des radiations lumineuses. Cette vue générale ne lui suffit pas, d'ailleurs; il croit trouver un exemple concret dans la poix écossaise des cordonniers; taillée, cette matière peut vibrer, mais, abandonnée à elle-même, elle s'écrase sous son propre poids.

Je dois rappeler aussi la conception si originale, à laquelle

restera attaché le nom de Thomson, d'un *éther gyrostatique*, qui réagit contre toute cause tendant à imprimer une rotation à quelqu'une de ses parties, et cède sans résistance à toute déformation sans rotation. Ce milieu transmet les ondes transversales et non les ondes longitudinales. On évite ainsi les difficultés qui se présentent avec l'éther, tel qu'il est ordinairement envisagé.

En 1884, Thomson fit à Baltimore des conférences sur la dynamique moléculaire et la théorie ondulatoire de la lumière. Ces leçons, considérablement augmentées dans une édition ultérieure parue en 1904, ont surtout pour objet de montrer les difficultés d'une théorie dynamique des phénomènes lumineux. Des modèles mécaniques, représentant les phénomènes les plus importants de l'optique, y tiennent une large place. Les équations différentielles, concernant le mouvement d'un éther que nul œil humain ne verra jamais, sont remplacées par les manifestations objectives d'appareils relevant de la dynamique classique. Thomson supplée ainsi, suivant sa propre expression, à l'*aphasie* des mathématiques qui ne savent pas exprimer des idées physiques. S'agit-il de donner une représentation de la dispersion de la lumière, c'est-à-dire du fait que les périodes de vibration des lumières de différentes couleurs influent sur leurs vitesses de propagation, Thomson imagine des molécules composées d'un certain nombre d'enveloppes sphériques reliées par des ressorts, qu'il sème dans l'éther, et c'est un résultat digne d'être noté que ce modèle conduisit son auteur à découvrir la dispersion anomale qu'il ne connaissait pas alors, quoiqu'elle eût été antérieurement signalée. Dans une autre question, la molécule est formée d'une enveloppe contenant des gyrostats, et est utilisée pour l'étude de la polarisation rotatoire.

Les leçons de Baltimore étaient de longues conversations entre le savant illustre et des maîtres anglais et américains, dont plusieurs avaient déjà un nom dans la science. Les auditeurs étaient au nombre de *vingt et un;* le professeur les appelait ses *coefficients*, pour marquer que le travail était fait en commun, et il plaisantait sur ce nombre *vingt et un*, qui est celui des constantes ou coefficients se rencontrant dans la théorie mathématique de l'élasticité. Quel fut le résultat de ce grand travail ? Thomson formulait sa conclusion en disant que, dans la physique de l'éther, les théories élastiques donnent une explication, quand

il n'y a pas de magnétisme en jeu, mais seulement dans ce cas. Quant à la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell, elle ne rentrait pas dans le type des explications cherchées par Thomson, peut-être parce qu'elle ne lui permettait pas de construire un modèle, et aussi parce qu'elle n'était pas une théorie moléculaire. En fait, il ne s'y est jamais rallié, tout en appréciant hautement les rapports nouveaux qu'elle met en évidence entre la lumière et l'électricité. Quoique la multiplicité des représentations imaginées par Thomson finisse par lasser les esprits qui recherchent l'unité, on admirera toujours dans ces leçons d'optique, l'œuvre d'une des intelligences les plus vives, les plus variées, les plus primesautières, qui fut jamais.

***

La maîtrise du physicien de Glasgow s'était exercée sur tant de sujets qu'on recourait à lui de tous côtés pour un conseil ou pour un service. On le recherchait pour la présidence des sociétés savantes et des sociétés industrielles. Il avait ainsi l'occasion de présenter, sous une forme originale, l'état actuel des diverses parties des sciences pures ou appliquées. Il fit aussi de nombreuses conférences à l'Institution Royale et à l'Association Britannique. Quelques-unes de ces lectures ont été rassemblées dans trois volumes de *Popular lectures*. En une formule abrégée, il concentre quelquefois une vue profonde sur la philosophie naturelle; tel le titre d'une de ses conférences, « L'élasticité mode de mouvement », qui le ramène à ses recherches sur les effets gyrostatiques. Navigation, magnétisme terrestre, géophysique, chaleur solaire, unités électriques, grandeur des atomes, théorie cinétique de la matière, temps géologique, il parle de tout avec une abondance et un humour, qui rendent très attrayants ces essais de haute vulgarisation. Il ne craignit pas un jour de faire une conférence populaire sur ce que les mathématiciens appellent le *calcul des variations*. Le problème de Didon, cherchant, avant de fonder Carthage, à enclore un terrain de la plus grande valeur possible entre la mer et une lanière de peau de bœuf de longueur donnée, y est pris comme exemple des questions qui relèvent du calcul fondé par Lagrange. Dans une autre circonstance, il parle des six portes de la connaissance, augmentant d'une unité le dénombrement habituel,

car il divise le sens du toucher, en deux autres, celui de la rugosité et celui de la température.

La nature d'esprit de Thomson ne le portait pas à philosopher sur la science. Il ne faut pas interpréter trop littéralement quelques-unes de ses remarques sur ce que l'on doit entendre par l'intelligence d'un phénomène : « Je ne suis jamais satisfait, écrivait-il un jour, tant que je n'ai pas pu faire un modèle mécanique de l'objet. Si je puis faire un modèle mécanique, je comprends ; tant que je ne puis pas faire un modèle mécanique, je ne comprends pas. » En fait, ses modèles dynamiques sont seulement la traduction matérielle de relations analytiques, et n'ont pas d'autres prétentions. Dans ses travaux, qui relèvent uniquement de l'énergétique, Thomson ne se refusait certainement pas à dire qu'on a compris un phénomène, quand on l'a rattaché à des faits antérieurement connus qui auraient pu permettre de le prévoir, ce qui pour beaucoup caractérise l'intelligence d'un phénomène physique. Il n'avait pas non plus l'obsession du modèle mécanique quand il écrivait ses mémoires sur l'électrostatique, la chaleur, l'hydrodynamique, qui en font le continuateur de Coulomb, de Fourier, de Cauchy. Il semble que le goût de Thomson pour les modèles se soit surtout développé à partir du moment où il s'occupa de questions industrielles ; certaines images peuvent, en effet, être particulièrement utiles dans des milieux peu accessibles aux idées abstraites. Nous devons aussi nous rappeler que le goût des représentations figurées et d'une vision concrète des choses est une des caractéristiques de l'esprit anglais. En physique, l'influence de Faraday dans cet ordre d'idées fut considérable, et elle agit fortement sur Thomson. On retrouve, je crois, chez lui, les traces de sa double formation, française et anglaise, celle-ci ayant prédominé surtout dans la seconde partie de sa carrière, et ainsi s'expliquent d'apparentes contradictions.

Thomson ne voulut jamais quitter Glasgow, malgré les multiples sollicitations de l'Université de Cambridge, qui, en 1867, l'avait nommé *fellow à vie*. Il avait fait construire l'élégante résidence de Netterham, dans les Highlands, et il y passait le temps de ses vacances, que ne prenaient pas les croisières du *Lalla-Roukh*, aimant à y recevoir, chaque été, des savants anglais et étrangers. En 1870, il avait perdu sa femme, Margaret Crum. Plus tard, il se remaria avec Miss Blandy, qu'il avait connue à

Madère. Les lettres de Lady Kelvin montrent l'intérêt qu'elle prenait aux questions de physique et l'effort qu'elle faisait pour se mêler à la vie scientifique de son mari. On la vit un jour, dans le laboratoire de Mascart, au Collège de France, répétant et commentant les expériences sur les tourbillons, qui se faisaient au cours de philosophie naturelle de Glasgow.

***

Partout où la science était honorée, le nom de William Thomson était acclamé. Toutes les sociétés savantes du monde voulurent le compter parmi leurs membres. En 1877, notre compagnie l'avait élu associé étranger. Il présida, de 1890 à 1895, la Société Royale de Londres. Le 1er janvier 1892, Thomson recevait de Lord Salisbury, alors premier ministre, une lettre l'informant qu'il était nommé pair du royaume. Cette nouvelle fut accueillie avec une satisfaction générale dans tous les milieux, Sir William Thomson étant connu en Angleterre du grand public qui le regardait comme le créateur de la télégraphie transatlantique, et ses nombreux instruments nautiques étant familiers à ceux — ils sont nombreux chez nos voisins — qui s'intéressent à la marine. Quelques journaux politiques firent remarquer que l'attachement du nouveau Lord à la cause unioniste libérale n'avait peut-être pas nui à sa nomination. En réalité, c'était uniquement l'homme de science d'une renommée universelle, que le gouvernement avait honoré, et dont il voulait — Lord Salisbury le disait expressément dans sa lettre — avoir les conseils dans la Haute Assemblée. Quel titre prendrait le nouveau pair ? Thomson, en bon citoyen de Glasgow, fit choix du nom de la petite rivière Kelvin qui passe au pied des jardins de l'Université. Plusieurs s'étonnèrent de l'abandon du nom de Thomson, que tant de travaux avaient rendu célèbre. Dans une lettre à un ami anglais, Taine regrette que Sir William Thomson, dont la renommée appartient à l'Europe et non seulement à l'Angleterre, cache son illustre personnalité sous un titre inconnu. Pourquoi, ajoute-t-il, n'a-t-il pas suivi l'exemple de Lord Tennyson et de Lord Macaulay, en s'appelant Lord Thomson ? Quoi qu'il en soit, il fallut débaptiser les nombreux enfants de Lord Kelvin, je veux dire

ses appareils électriques, magnétiques, nautiques, répandus dans le monde entier. Le 25 février 1892, Lord Kelvin prit séance à la Chambre des Lords introduit, avec le cérémonial usuel, par Lord Sanford, et un physicien, pair héréditaire, que nous comptions, il y a quelques mois, parmi nos Associés étrangers, Lord Rayleigh. Dans les armes du baron Kelvin, on voit un étudiant de l'Université de Glasgow avec un voltmètre, et un marin anglais portant l'appareil Thomson de sondage. Le nouveau pair prit une part importante dans les discussions du Parlement, où étaient en jeu des intérêts scientifiques et industriels; il ne dépendit pas de lui que l'Angleterre adoptât définitivement le système métrique, et maintes fois il traita avec un mépris, que seule pouvait se permettre une bouche anglaise, le système incohérent de mesures que nos voisins ont tant de peine à abandonner.

En 1895, l'Institut de France célébra le centenaire de sa fondation. Lord Kelvin fut invité à prendre part à cette solennité. Dans un de ses discours, il rappela tout ce qu'il devait à notre pays : « Personnellement, dit-il, les mots me font défaut pour dire combien j'apprécie le grand honneur que vous m'avez conféré, d'être Associé de l'Institut. Mais je dois à la France une dette encore plus grande. Elle fut vraiment l'*alma mater* de ma jeunesse scientifique, et l'inspiratrice de l'admiration pour la beauté de la science, qui m'a enchaîné et guidé pendant toute ma carrière. » Nous avons déjà dit avec quelle insistance Lord Kelvin s'est proclamé disciple de Laplace, de Fourier et de Carnot, pour ne citer que ces trois grands noms.

En 1896, le jubilé universitaire de Lord Kelvin, nommé cinquante ans auparavant professeur à l'Université de Glasgow, fut fêté avec un éclat digne d'un des plus glorieux représentants de la science de son temps. L'Angleterre a toujours su honorer ceux qui, à des titres divers, ont bien mérité du pays et accru le prestige britannique. Ces fêtes ont laissé un souvenir inoubliable à ceux qui y ont assisté. La présence des représentants des grandes sociétés industrielles, en même temps que des universités et des sociétés savantes étrangères, témoignait que l'on fêtait l'homme d'action non moins que le savant. Le représentant de notre compagnie, en rappelant les paroles de gratitude envers la France, prononcées l'année précédente par Lord Kelvin au centenaire de l'Institut, pouvait dire à notre

illustre associé : « Si la dette existe, vous l'avez payée avec usure. Dans la longue série de travaux et de découvertes qui jalonnent votre admirable carrière, une des plus nobles que l'on puisse rêver, vous avez abordé toutes les questions auxquelles la littérature anglaise conserve le nom de *Philosophie naturelle*, soit pour contribuer aux progrès des conceptions théoriques, soit pour en déduire des applications utiles au développement de l'industrie et au bien de l'humanité. Quoi que l'avenir réserve au génie inventif de l'esprit humain, votre nom restera comme ayant été le guide le plus sûr dans une époque féconde et le véritable éducateur de la génération actuelle dans le domaine de l'électricité. »

En répondant aux félicitations qui lui venaient de toutes parts, Lord Kelvin poussa la modestie à un point qui étonna quelques-uns de ses admirateurs. « Un mot, dit-il, caractérise le plus vigoureux des efforts, pour l'avancement des sciences, que j'ai faits depuis cinquante ans; ce mot est *insuccès*. Je ne sais rien de plus, de la force électrique ou magnétique et de la relation entre l'éther, l'électricité et la matière pondérable, que ce que je savais et essayais d'apprendre à mes étudiants, quand je débutais dans la chaire de Glasgow. Cette constatation a sa tristesse, mais dans la poursuite du vrai, l'effort trouve en lui-même sa récompense et permet au savant d'accomplir avec joie sa tâche de chaque jour. » C'est le théoricien un peu déçu par l'insuccès, au moins relatif, de ses tentatives d'explications dans la physique de l'éther, qui semble parler ici; mais, un peu plus loin, l'expérimentateur et le technicien ajoutent : « Par contre, quelles compensations pour certains de ses échecs dans l'ordre théorique, le naturaliste trouve dans les découvertes sur les propriétés de la matière, auxquelles le conduisent l'expérience et l'observation, et dans les bienfaits que la science procure au genre humain ! » Devons-nous penser que Lord Kelvin, au soir de sa vie, n'avait plus la même foi dans les études théoriques et attachait moins d'intérêt aux recherches qu'il avait poursuivies pendant tant d'années ? Quelques-uns avaient tiré cette conclusion, mais il tint à déclarer bien haut que, malgré toutes les difficultés du problème, le but suprême de la philosophie naturelle était une théorie moléculaire et atomique expliquant les propriétés optiques, électriques et magnétiques. Il devait travailler dans cette voie jusqu'à son dernier jour.

***

En 1899, Lord Kelvin abandonna la chaire où il avait enseigné pendant cinquante-trois ans; mais, pour bien montrer qu'il ne renonçait pas à ses travaux scientifiques, il se fit inscrire sur les registres de l'Université comme *research student*, c'est-à-dire étudiant se livrant à des recherches. Et, de fait, il ne cessa, jusqu'à sa mort, de suivre les brillantes découvertes qui se faisaient alors en physique, rayons cathodiques, rayons X, rayons de Becquerel, radium. Il s'était rallié à la théorie des électrons, qu'il appelle des *électrions*, et il émit même à ce sujet des idées originales, dont on trouve la trace dans l'édition définitive de ses *Leçons de Baltimore*. Sa conception de l'électron est très personnelle. Il avait renoncé, non sans peine, au vieil axiome scholastique de l'impénétrabilité, pour satisfaire à la mobilité des atomes à travers l'éther. L'électron est pour lui un atome qui, suivant son signe, condense ou raréfie l'éther dans l'espace qu'il occupe, et les attractions ou répulsions entre atomes électriques proviennent de forces qui s'exercent entre les atomes et les masses d'éther qui leur sont intérieures ainsi qu'entre ces masses. C'était revenir, en la rajeunissant, à la doctrine du fluide unique, que professait Œpinus au XVIIIe siècle, le fluide étant ici l'éther remplissant l'espace; d'où le titre, au premier abord singulier, d'un des chapitres des *Leçons d'optique : Œpinus atomized*.

Lord Kelvin ne put se résoudre, toutefois, à accepter certaines théories aujourd'hui en faveur. Ainsi, il ne voulut jamais regarder l'électricité comme l'élément ultime de la matière. En 1904, M. Balfour ayant parlé de ce sujet dans son discours présidentiel à l'Association britannique, Lord Kelvin déplora que son très honorable ami eût fait de la métaphysique. Il protesta aussi à plusieurs reprises contre la transmutation de la matière, qui lui paraissait trop légèrement admise, et de fait ces transmutations sont plutôt des décompositions ou des dissociations. La découverte du radium excita au plus haut point son intérêt. La propriété de ce corps singulier d'émettre de la chaleur le troublait profondément, et l'un de ses derniers travaux est consacré à une tentative d'explication de la radioactivité.

Le caractère et la valeur morale étaient chez Lord Kelvin à

la hauteur du génie scientifique. L'homme était bon et simple, et un charme exquis se dégageait de sa personne. D'anciennes photographies nous le représentent déjà avec le regard profond et un peu triste, que nous lui connûmes dans ses dernières années. Il était toujours prêt à écouter et à s'instruire. Aucun savant n'eut plus que lui conscience du peu que nous savons et des mystères transcendants, ce sont ses propres paroles, que nous offre la nature. Il est des hommes éminents dont il est difficile de connaître la pensée profonde sur certains sujets, où ils évitent avec soin de se livrer. Tout au contraire, le naturel religieux de Lord Kelvin apparaissait à tous, et, dans maintes circonstances, il proclama sa croyance en un pouvoir créateur et en une Providence qui veille sur le Monde. Dans plusieurs de ses discours populaires, il revient sur la pensée, que l'évolution n'explique à aucun degré le grand mystère de la création. Tout jeune encore, nous l'avons dit, il avait cru pouvoir déduire de la théorie analytique de la chaleur la nécessité d'un commencement, et plus tard la doctrine de la dissipation de l'énergie lui parut montrer la nécessité d'une fin pour l'Univers. Cependant il n'avait aucun goût pour les discussions théologiques et pour les subtilités métaphysiques. Élevé dans l'Église presbytérienne d'Écosse, il lui resta toujours attaché, mais il prêtait peu d'importance aux différences entre les sectes chrétiennes. L'apologétique religieuse, qui cherche des arguments dans la science et que cultivent certains savants anglo-saxons, lui paraissait peu solide. Il n'aurait pas signé le livre que Tait, son collaborateur pour le traité de philosophie naturelle, fit paraître sous le titre « *l'Univers invisible* », dont le principal objet était de montrer, par des raisonnements purement scientifiques, la possibilité d'une vie future et d'un Dieu personnel. Sur le spiritisme, qui compte tant d'adeptes dans les milieux scientifiques anglais, Lord Kelvin était intraitable. Il le qualifiait de tissu de superstitions doublées d'impostures; les seuls ennemis, qu'il eut peut-être, furent parmi les spirites.

Lord Kelvin vieillissait, entouré de respect et d'affection. L'Angleterre était fière de lui, et plusieurs de ses concitoyens le comparaient à Newton. Au témoignage de ceux qui l'ont le mieux connu, sa vie fut heureuse. Il trouva le bonheur dans la recherche et le culte du vrai, et aucun insuccès n'affaiblit sa foi dans la science. A un autre point de vue, Lord Kelvin peut être

proposé en exemple. Cet homme de pensée fut un homme d'action, non moins habile à gérer la firme *White and Thomson*, où il se rendait chaque matin après son cours, qu'à spéculer sur la dégradation de l'énergie. On parle beaucoup aujourd'hui de l'union nécessaire entre la science et l'industrie. Cette union ne fut jamais mieux réalisée que chez l'illustre savant anglais, et son œuvre montre qu'il n'est pas indifférent d'être un habile géomètre pour devenir un grand physicien et un grand technicien. Sa vie scientifique est un modèle, unique peut-être, pour ceux qui ne veulent pas séparer la pratique de la théorie.

Lord Kelvin était d'une robuste constitution. Après avoir été gravement malade au début de 1906, il retrouva bientôt toute son activité. Mais, à la suite des inquiétudes que lui causa, pendant l'automne de 1907, la santé de Lady Kelvin, on le vit décliner subitement, et une pneumonie l'enleva le 18 décembre. Sa mort mit en deuil l'Angleterre, qui tint à lui rendre le suprême honneur, en le faisant inhumer dans l'abbaye de Westminster. Lord Kelvin repose au milieu de la nef, près de Newton; une simple inscription recouvre ses restes : « William Thomson, Lord Kelvin, 1824-1907 ».

On lit sur le tombeau de Newton : « C'est un honneur pour le genre humain qu'un tel homme ait existé ». On eût pu écrire en toute vérité sur la tombe de Lord Kelvin, que c'est un honneur pour l'Angleterre qu'un de ses savants ait, dans l'ordre théorique comme dans l'ordre pratique, exercé une telle maîtrise, et contribué avec tant d'éclat aux progrès de la philosophie naturelle.

GASTON DARBOUX [1]

MESSIEURS,

La tâche traditionnelle, qui incombe à vos secrétaires perpétuels, de lire dans les séances annuelles une notice historique sur un membre de l'Académie, devient avec le temps de moins en moins facile. On pouvait, au XVIIIe siècle, tenter d'amener, comme on disait alors, la philosophie à un point où elle ne fut ni trop sèche pour les gens du monde ni trop badine pour les savants. Mais les sciences se spécialisent singulièrement, et la nécessité d'un langage particulier vient encore accroître les difficultés de faire connaître leurs résultats généraux. Les sciences abstraites, comme les mathématiques et aussi certaines parties de la physique, sont à cet égard les moins bien partagées. De tous les hommes de science, les mathématiciens sont ceux dont les travaux, en dehors des applications d'ordre pratique, sont le plus inaccessibles au grand public, et il a fallu, dans une séance récente de l'Académie française, tout le talent et tout l'esprit de deux écrivains célèbres rendant un dernier hommage à Henri Poincaré, pour charmer un élégant auditoire avec les fonctions fuchsiennes et les groupes discontinus.

Quelle idée l'honnête homme de notre époque doit-il se former des mathématiques ? Les mathématiciens sont-ils nécessairement des gens perdus dans leurs symboles loin de toute réalité ? Dans des temps très lointains, les mathématiques ont eu un caractère expérimental. Les notions géométriques et les notions physiques les plus simples, étroitement mêlées les unes aux autres, dérivèrent alors des observations et des expériences originelles qui ont provoqué le développement de l'intelligence humaine. Nous retrouvons ce caractère même aux temps histo-

---

[1] Notice lue en la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences, le 10 décembre 1917.

riques. On savait à Babylone que le côté de l'hexagone régulier est égal au rayon; c'était là un fait d'observation. Les arpenteurs de la vallée du Nil connaissaient de la même manière le théorème du carré de l'hypoténuse, et s'en servaient pour élever des perpendiculaires. Avec les géomètres grecs, nous paraissons entrer dans le domaine de la pure logique, où la déduction travaille sur des concepts lentement élaborés dans les âges antérieurs. Sans nous demander si cette logique ne serait autre chose que le résultat d'une adaptation poursuivie pendant de longs millénaires, il convient de remarquer que, dans l'antiquité, la géométrie classique, envisageant des objets rationnellement construits, ne perd pas contact avec l'intuition spatiale dont elle tire ses conceptions. Aussi l'instrument mathématique a-t-il été tout naturellement utilisé, à travers les âges, dans l'étude du monde physique. Fontenelle raconte que, peu après la fondation de notre Académie, on mit d'abord en délibération si les deux sociétés des géomètres et des physiciens demeureraient séparées ou n'en feraient qu'une. « Presque toutes les voix, dit-il, allèrent à les mettre ensemble. La géométrie et la physique sont trop unies par elles-mêmes et trop dépendantes du secours l'une de l'autre. La géométrie n'a presque aucune utilité si elle n'est appliquée à la physique, et la physique n'a de solidité qu'autant qu'elle est fondée sur la géométrie. » Plus tard, nos grands géomètres physiciens de la première moitié du siècle dernier expriment la même pensée. Pour Fourier, pour Lamé, l'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques. Dans notre vision actuelle du monde, l'analyse mathématique est un instrument indispensable aux progrès des théories physiques, offrant aux physiciens des moules pour leurs vues théoriques; en échange, les physiciens rendent aux mathématiciens un service d'un haut prix, en les guidant dans l'infinie variété des formes que conçoit notre esprit et les empêchant à certaines heures d'errer à l'aventure. De ce point de vue, la mathématique n'est plus la science étrange et mystérieuse que se représentent tant de gens; elle est une pièce essentielle dans l'édification de la philosophie naturelle.

Le XVIIe et le XVIIIe siècle virent presque toujours les mathématiques et leurs applications cultivées par les mêmes savants. Il devait arriver un moment où des spécialisations s'établiraient;

c'est une loi générale qui régit tous les ordres de recherches. Le monde des formes et des grandeurs abstraites est devenu en lui-même un sujet d'études, avec lequel l'esprit humain a édifié un édifice immense qui s'accroît chaque jour. Il s'en faut que des questions se rattachant à la mécanique ou à la physique soient l'unique objet des méditations des mathématiciens. Dans la théorie pure, les exigences logiques ont singulièrement grandi depuis un siècle. Mais ces constatations, si importantes qu'elles soient, ne doivent cependant pas faire oublier que la logique ne suffit pas en mathématiques. Le géomètre n'est pas seulement un logicien, il est aussi un artiste. N'en déplaise à Pascal, la finesse lui est aussi nécessaire que l'ordre et la rectitude dans le raisonnement, et, sans imagination, il n'y a pas d'esprit d'invention. Les mathématiques ont une valeur à la fois scientifique et artistique, et l'on sait que le mot *élégance* revient souvent sur les lèvres des mathématiciens. Si éloignées de la pratique que soient beaucoup des spéculations auxquelles ils se livrent, on voit, là comme ailleurs, le beau et l'utile se rejoindre parfois, et des théories, ne paraissant d'abord susceptibles d'aucune application, ont été ensuite utilisées dans les sciences de la nature. Cette sorte d'harmonie préétablie a surpris quelques-uns, qui ont admiré la merveilleuse correspondance entre les mathématiques abstraites et les diverses parties de la physique. L'étonnement a été moindre pour d'autres qui ont vu là le résultat de l'empreinte laissée par les choses sur l'intelligence humaine.

Dans les temps modernes, notre pays a eu une succession ininterrompue de grands mathématiciens. Depuis le début de ce siècle, nous avons perdu trois de nos contemporains, qui honoraient grandement les mathématiques françaises : Hermite, dont les admirables travaux ont ouvert des voies nouvelles dans l'algèbre et la théorie des nombres; Henri Poincaré, si prématurément enlevé, qui cultivait avec un incomparable éclat toutes les parties des sciences physico-mathématiques; et enfin Gaston Darboux, disparu il y a quelques mois, laissant après lui une œuvre considérable. En prenant pour la première fois la parole dans cette enceinte, je considère comme un devoir de retracer la carrière du savant illustre, qui était un de nos doyens, et que l'Académie avait choisi, il y a dix-sept ans, comme secrétaire perpétuel pour les sciences mathématiques.

***

Gaston Darboux est né à Nîmes, le 13 août 1842, dans une petite maison de la rue Saint-Castor, enclavée dans la cathédrale. Ses parents tenaient un magasin de mercerie. Notre confrère perdit son père de très bonne heure : c'était un homme instruit, aimant la lecture, mais ayant, semble-t-il, peu de goût pour le commerce. La mère de Darboux était l'âme de la maison. Intelligente et autoritaire, elle sut très bien conduire ses affaires. Elle avait une facilité prodigieuse pour le calcul. « Je ne crois pas, nous dit un de ses neveux, qu'elle eût des livres de commerce, mais elle avait dans la tête tous les chiffres nécessaires, et elle conserva jusqu'à plus de 80 ans, une mémoire étonnante pour les nombres. » Peut-être la facilité de sa mère pour les opérations arithmétiques eut-elle quelque influence sur le talent mathématique de Darboux, exemple, entre bien d'autres, d'une certaine ressemblance intellectuelle entre une mère et son fils.

Mme Darboux mit de bonne heure dans une institution protestante de la ville, et ensuite au Lycée, son fils aîné Gaston et son second fils Louis, qui devait devenir plus tard proviseur du Lycée de Nîmes. La vie était dure alors dans les collèges. Les deux frères, demi-pensionnaires, arrivaient le matin à 6^h^ et ne sortaient qu'à 8^h^ du soir. Ils travaillaient d'une manière assez fantaisiste, étudiant ce qui leur plaisait. Aussi se trouva-t-il un fonctionnaire du Lycée pour conseiller à Mme Darboux d'économiser son argent et de mettre ses enfants dans le commerce, car, lui disait-il, « ils ne réussiront pas dans leurs études et n'arriveront à rien ». Mais Mme Darboux, dont la finesse avait su juger l'intelligence de ses fils, ne crut pas à cette prophétie; elle les réprimanda sévèrement et les fit continuer leurs classes. Les jeunes Darboux étaient d'ailleurs très attachés à leur mère et l'aidaient le soir dans son commerce à leur retour du Lycée.

Gaston Darboux se prépara au baccalauréat ès sciences, et ses aptitudes mathématiques ne tardèrent pas à se manifester. Une fois bachelier, il quitta Nîmes pour suivre au Lycée de Montpellier la classe de mathématiques spéciales. Pendant sa seconde année d'études, sa supériorité apparut d'une manière éclatante. Son professeur, Charles Berger, n'était pas seulement un maître dévoué, mais son érudition étendue lui permettait

de diriger les lectures scientifiques d'un élève qu'il tenait en haute estime; quelquefois aussi, il le chargeait de faire le cours à sa place. Le souvenir de Darboux est resté très vif chez ses anciens condisciples. « Il était, m'écrit l'un d'eux, d'une stature dépassant la moyenne, et son visage pâle, encadré de longs cheveux plats, évoquait un peu le masque de Bonaparte jeune. C'était un travailleur acharné, dont l'ardeur utilisait souvent pour ses études jusqu'aux récréations et faisait même craindre pour sa santé. » En 1861, Darboux se présenta simultanément à l'École normale et à l'École polytechnique. Quand le jury d'examen de cette dernière École arriva à Montpellier, M. Berger demanda aux examinateurs si l'on pouvait prévoir quel serait le premier reçu. On lui cita le nom d'un élève de Paris. « Non, dit M. Berger, le premier sera Darboux, que vous allez interroger. » Le propos eût pu être imprudent avec tout autre candidat, mais le professeur connaissait son élève, et Darboux fut admis le premier; il avait, quelques semaines après, le même rang au concours de l'École normale.

Ce succès sans précédent fit grand bruit dans le Midi. Les journaux de la région en parlèrent longuement, et les personnages importants de Nîmes se succédèrent dans la petite maison de la rue Saint-Castor, pour féliciter la mère justement fière de son fils. Ce double triomphe fut pour le Lycée de Montpellier le point de départ d'une nouvelle prospérité. A cette occasion, M. Berger fut décoré à titre exceptionnel; il devint, quelques années après, proviseur dans la maison où il avait longtemps enseigné.

Darboux avait montré de bonne heure des aptitudes remarquables pour l'enseignement. En arrivant à Paris au mois d'octobre 1861, il était probablement décidé à entrer à l'École normale. Cependant Pasteur, alors administrateur de l'École et directeur des études scientifiques, se méfiait des conseils qui pouvaient être donnés au premier de la liste polytechnicienne. Nous pouvons le dire aujourd'hui, ces temps sont bien lointains et certaines rivalités d'écoles n'intéressent plus que l'histoire : Pasteur n'aimait pas l'École polytechnique. Il lui reprochait de vouloir accaparer l'enseignement supérieur. « Les conditions d'admission aux deux écoles, écrivait-il à cette époque, sont presque de tous points les mêmes. Ainsi un grand nombre de candidats sont chaque année reçus simultanément dans l'une

et dans l'autre. Beaucoup viennent à nous cependant, et des meilleurs, tous ceux par exemple qui ont une vocation décidée pour l'enseignement et les sciences pures dans ce qu'elles ont de plus élevé. Quelle perspective pourra désormais les attirer à l'École normale, s'ils voient que l'École polytechnique, en leur ouvrant toutes les carrières dont elle a le monopole, conduit en outre aux plus hautes chaires de l'enseignement, sans la garantie d'un talent éprouvé, et de préférence aux premiers d'entre les élèves de l'École normale. » Peu de jours avant la rentrée, Darboux n'a pas encore fait connaître sa décision. Le 19 octobre 1861, Pasteur inquiet écrit à Nisard, chargé, à titre d'inspecteur général, de la haute direction de l'école : « C'est un succès unique que celui de M. Darboux, dans l'histoire des concours des deux Écoles. Quel sera son choix ? Il a le goût de l'enseignement et veut embrasser la carrière des sciences. J'ai employé tous mes soins pour qu'il soit maintenu dans ces bonnes dispositions, en assurant M. Berger, son professeur, que si M. Darboux entrait à l'École normale, les plus vives sympathies l'y suivraient et ne l'abandonneraient pas à sa sortie, mais je sais que du côté de l'École polytechnique les plus actives sollicitations l'environnent chaque jour. Et malheureusement, si nous pouvons en toute sincérité affirmer qu'un sujet d'une aussi rare distinction, ayant le goût de l'enseignement, est mieux placé à l'École normale et qu'il y fera des progrès incomparablement plus rapides, nous ne pouvons nous dissimuler que certaines carrières de l'École polytechnique offrent aux jeunes gens et à leurs familles un éclat que n'ont pas les modestes fonctions de l'enseignement.... Quoi qu'il en soit, essayons de l'emporter dans cette occasion sur notre rivale. »

Les élèves de la section des sciences de l'École normale ne pouvaient alors suivre au dehors, pendant les deux premières années, que les cours classiques de la licence. Pasteur espère être agréable à celui qu'il veut attirer, en proposant de l'autoriser, par mesure exceptionnelle, à suivre un des cours de mathématiques supérieures du Collège de France ou de la Sorbonne, dès son entrée à l'École, et il prie le Ministre d'écrire à Darboux dans ce sens, ajoutant comme conclusion : « Ce que j'ai appris de M. Darboux me porte à penser qu'il n'est pas moins distingué par les qualités du cœur que par celles de l'intelligence. Il saura reconnaître ce haut témoignage d'intérêt. » Je ne sais dans

quelle mesure la lettre, qu'il reçut du Ministre, influa sur la décision de Darboux. Trois jours avant la rentrée, il optait pour l'École normale, où il devait avoir pour camarade de promotion notre confrère M. Violle, notre correspondant Charles André, qui fut directeur de l'Observatoire de Lyon, et Édouard Lucas, habile à résoudre de curieux problèmes sur les nombres.

***

Le choix de Darboux fut diversement jugé. Il paraît que Nîmes se divisa en deux camps, beaucoup ne comprenant pas que leur compatriote n'entrât pas à l'École polytechnique, où il aurait eu un si beau costume, et où l'attendait un avenir si brillant. La presse parisienne elle-même s'occupa du jeune normalien; le *Journal des Débats* profita de la circonstance pour adresser quelques critiques à l'administration universitaire, par la plume spirituelle de J.-J. Weiss, qui pensait d'ailleurs plus à la section littéraire de l'École qu'à la section scientifique. « M. Nisard, écrivait le brillant journaliste, tire grand orgueil d'un jeune homme qu'il dit d'un rare savoir et de la plus haute espérance, et qui, reçu à l'École normale et à l'École polytechnique, a opté pour l'École normale. Cet accident singulier a surpris tout le monde, et M. Nisard plus que personne. L'homme de goût et d'esprit qui dirige l'École normale n'en est pas à ignorer ce que deviennent depuis dix ans dans l'Université les gens d'un rare savoir et de la plus haute espérance. Pour ce qui est de nous, faut-il l'avouer, nous ne partageons pas l'étonnement général. Le jeune homme, dont parle M. Nisard, est sans doute un mathématicien exact, qui ne se paye pas de vaines apparences. Nous supposons qu'il a ouvert un dictionnaire de la langue française au mot « Polytechnie »; il y a lu « Polytechnie, qui embrasse tous les arts », et, en regardant autour de lui, il a découvert qu'il n'y a rien de plus polytechnique que l'École normale. Celle-ci est en effet un établissement situé rue d'Ulm qui prépare à toutes les carrières, sans en excepter le professorat. Parmi ceux qui, vers 1847, y lisaient Voltaire et Cicéron, on compte aujourd'hui deux médecins, un fabricant de conserves alimentaires, un chef de service des Messageries maritimes, deux membres du corps de la marine, un vérificateur de la ville de Paris, deux colons, un vaudevilliste, un père jésuite, un orato-

rien, des journalistes, etc. » Et Weiss continuait, en demandant : « D'où vient qu'à présent un homme distingué, s'il a passé par l'École normale, peut prétendre à tout, sauf peut-être au Collège de France et à la Sorbonne ? » Malgré leurs exagérations, ces lignes, qui montraient la nécessité de certaines réformes dans l'enseignement public, ne durent pas déplaire à Pasteur.

Le bruit fait pendant quelques jours autour de son nom laissait Darboux indifférent. Il était d'une grande modestie, et un peu timide dans ce milieu parisien si nouveau pour lui. Dès son entrée à l'École, il passe à la bibliothèque une partie de ses récréations, et sa principale distraction est d'aller entendre les concerts, que des camarades artistes donnent dans les salles de conférences. Il aimait la musique; doué d'une excellente mémoire musicale, il pouvait redire encore dans sa vieillesse les chants du mois de Marie, qu'il avait entendus de son lit d'enfant le soir avant de s'endormir.

Darboux est vite apprécié par ses maîtres, Bertrand, Puiseux, Briot, qui le signalent comme un élève hors ligne. Non moins que ses collègues de mathématiques, Henri Sainte-Claire Deville vante son intelligence. En physique, Verdet le note comme faisant preuve d'une rare aptitude pour la physique mathématique. De tous les maîtres de Darboux, Bertrand eut sur lui le plus d'influence; une même finesse d'esprit et le goût des mêmes problèmes les rapprochaient. Dès sa seconde année d'École, le jeune normalien avait commencé des travaux personnels, et, malgré le souci de la préparation à l'agrégation, présentait à l'Académie, avant la fin de sa troisième année, une note sur les surfaces orthogonales. Ce coup d'essai était un coup de maître. Grande fut la satisfaction de Pasteur, qui écrivait dans un rapport sur Darboux : « Travail, conduite, distinction d'esprit, de caractère, de tenue, rien ne laisse à désirer. L'esprit d'invention était la seule qualité dont il fallait attendre la révélation chez ce jeune maître. Or, il en a témoigné récemment par un travail très remarquable présenté à l'Académie et par diverses notes remises à ses professeurs. Il faut absolument qu'il reste à Paris. » En 1858, Pasteur avait fait créer les emplois d'agrégés préparateurs, qui permettaient aux jeunes agrégés les plus distingués de continuer leurs études pendant quelques années sans aucun souci professionnel, et de s'essayer à des recherches personnelles. De nombreuses vocations scientifiques se sont ainsi

affirmées. Nos confrères Gernez, Van Tieghem, Mascart ont été les premiers titulaires de ces emplois. Darboux resta deux ans dans ce poste, après avoir été reçu le premier à l'agrégation en 1864. Il put ainsi développer à loisir les résultats qu'il avait obtenus sur les surfaces orthogonales. Ce fut le sujet de sa thèse de doctorat soutenue en 1866. Elle fut imprimée dans les *Annales de l'École normale supérieure*. Pasteur avait fondé ce recueil deux ans auparavant, pensant qu'il serait utile et glorieux, pour l'établissement dont il avait la direction scientifique, de créer une publication périodique dans laquelle seraient réunies les meilleures productions de ses anciens élèves et de ses maîtres. Les premiers volumes renferment des mémoires de Pasteur sur la fermentation acétique, de Van Tieghem sur la fermentation de l'urée, de Gernez sur le pouvoir rotatoire des vapeurs, de Mascart sur le spectre ultraviolet, d'Hermite sur les intégrales doubles, de Darboux sur les surfaces orthogonales. C'était un brillant début pour les *Annales* qui n'ont pas cessé de répondre aux espérances de son fondateur. Quand la nécessité de journaux spécialisés eut amené leur transformation, elles sont devenues et sont restées un des plus importants périodiques consacrés aux sciences mathématiques. On ne saurait être trop reconnaissant à Pasteur des services qu'il a, par d'heureuses initiatives, rendus à la science et à l'enseignement pendant sa direction de l'École normale, et son nom doit être cité dans l'histoire des transformations de l'Université à la fin du second Empire. Pasteur fut vraiment un entraineur d'âmes, et ceux qui, dans leur jeunesse, l'ont entendu parler de la science n'ont pas oublié la profonde impression qu'il produisait sur eux.

***

La thèse de Darboux, devenue depuis longtemps classique, est relative aux systèmes triples de surfaces orthogonales, c'est-à-dire aux systèmes de surfaces tels que par chaque point de l'espace passent trois surfaces du système se coupant deux à deux à angle droit. D'après un théorème célèbre de Dupin, de telles surfaces se coupent suivant leurs lignes de courbure. Darboux établit la proposition suivante plus générale : Pour que deux systèmes formés de surfaces orthogonales soient orthogonaux à un troisième système, il faut et il suffit que les lignes

d'intersection des surfaces des deux systèmes soient des lignes de courbure de ces surfaces. La recherche de systèmes orthogonaux présente de grandes difficultés. Un géomètre illustre avait cru que, étant donnée une série de surfaces dépendant d'un paramètre arbitraire, il existe deux nouvelles séries qui, avec la première forment un système triplement orthogonal. Dans une note mémorable, Bouquet avait montré, sur un exemple particulier, qu'il n'en était rien. Ainsi, en égalant à une constante arbitraire une fonction des coordonnées, celle-ci ne peut être quelconque si la famille de surfaces ainsi obtenue fait partie d'un système triple orthogonal. Pour qu'il en soit ainsi, il est nécessaire et suffisant que cette fonction des trois coordonnées satisfasse à une équation aux dérivées partielles du troisième ordre. Tel est le résultat remarquable obtenu par Darboux, qui fixe entièrement le degré de généralité du problème. Il serait injuste d'oublier que, deux ans auparavant, Bonnet avait rencontré dans cette théorie une équation du troisième ordre, où figuraient d'autres variables, mais son analyse conduisait à une équation nécessaire qui n'apparaissait pas nettement comme suffisante. Pour rappeler les admirables travaux de Lamé sur les coordonnées curvilignes, Darboux a donné le nom de *Surfaces de Lamé* aux familles de surfaces faisant partie d'un système triple orthogonal. Dans la note qu'il avait présentée à l'Académie, étant encore élève à l'École normale, il avait découvert un système de Lamé, formé de cyclides, c'est-à-dire de surfaces du quatrième degré ayant pour ligne double le cercle imaginaire de l'infini. Il en continue dans sa thèse l'étude extrêmement intéressante. L'intégration de l'équation du troisième ordre signalée par Darboux surpasse encore aujourd'hui les forces de l'analyse. Depuis longtemps, les géomètres ont cherché des systèmes de Lamé répondant à certaines conditions supplémentaires. Dans ces études, des termes empruntés à la physique reviennent constamment. On dit qu'une famille de surfaces est isotherme quand, un équilibre calorifique étant supposé établi, la température sur chaque surface de la famille est constante. Lamé avait montré que, à l'exception des cylindres et des cônes, les seuls systèmes à la fois orthogonaux et isothermes sont formés de surfaces du second ordre. Le système des cyclides n'est pas isotherme, mais les lignes de courbure forment sur chaque surface un réseau isotherme; il est

isothermique suivant l'expression de Darboux, qui montre de plus qu'il n'y a pas d'autres systèmes orthogonaux possédant cette propriété, en dehors des cylindres et des surfaces de révolution. Il y a grand intérêt à avoir des exemples effectifs de systèmes de Lamé ayant un grand degré de généralité; Darboux en donne des exemples étendus.

J'ai insisté sur la thèse de Darboux. C'est qu'elle traite de questions dont il s'occupera pendant toute sa vie, et l'on y trouve le souci de l'élégance et de la perfection qui caractériseront son œuvre scientifique. L'étude des propriétés infinitésimales des courbes et des surfaces ne cessera d'être l'objet de ses méditations. Il prenait rang, par ce remarquable travail de début, parmi les successeurs de Monge, de Meusnier et d'Euler, et de leurs éminents continuateurs en France, Dupin, Lamé Liouville, Bertrand et Bonnet. En même temps, il montrait une véritable maîtrise dans ce qu'on appelle quelquefois la *géométrie algébrique*, c'est-à-dire la géométrie analytique des courbes et surfaces algébriques.

Après cette brillante soutenance, Bertrand, voulant donner à son élève un témoignage d'estime, le chargea en 1866 de sa suppléance au Collège de France. Ce fut pour le jeune docteur l'occasion d'exposer, avec les principes de la théorie analytique de la chaleur, ses recherches personnelles sur les surfaces isothermes et isothermiques. A la fin de 1867, Darboux était nommé professeur de mathématiques spéciales au Lycée Louis-le-Grand. Il avait, bien jeune encore, la responsabilité d'une classe importante, où son prédécesseur Bouquet laissait le souvenir d'un maître excellent. Le nouveau professeur sut prendre de suite une grande autorité. Son enseignement avait, au témoignage de ceux qui l'ont entendu, une forme très personnelle; dans sa classe, le souci de l'examen prochain ne hantait pas sans cesse les élèves, ce qui n'empêchait pas ceux-ci de remporter de brillants succès dans nos grandes écoles. En ce temps-là d'ailleurs, les programmes étaient moins chargés, et l'on se fiait davantage à l'intuition dans l'exposition des principes, sans se soucier, comme disait Hermite, des raffinements de rigueur rebutant pour de jeunes esprits qui n'en peuvent comprendre la portée. Un professeur, comme Darboux, dominant de haut son sujet, avait le loisir d'exercer une véritable influence sur le développement intellectuel de ses élèves, en excitant leur

intérêt par des choses simples et belles. « Nous travaillions avec entrain, écrit un de ses auditeurs de 1871, M. Lucien Lévy, sans nous rappeler que nous avions de sérieux examens à préparer, et sans même savoir les noms des examinateurs. » Développer l'intelligence, et non préparer des examens : telle devrait être la devise de toutes les classes de l'enseignement secondaire. Il s'en faut qu'il en soit ainsi aujourd'hui. La faute n'en est pas aux maîtres excellents et dévoués qui ne manquent pas, mais aux programmes et à la forme des examens terminant les études classiques. En ce qui concerne les mathématiques, l'admirable enchaînement de leurs déductions, le sentiment esthétique qu'elles développent, en feront toujours un élément important dans une culture générale de l'esprit.

Darboux aimait l'enseignement; il a dit souvent combien cette classe de mathématiques spéciales l'avait intéressé. C'était pour lui un plaisir de chercher des exercices pour ses élèves dans les mémoires originaux. Il eut toujours du goût pour les théorèmes élégants, d'un énoncé simple, qui se rencontrent fréquemment dans l'étude des courbes algébriques. En ce moment même, il étudiait une classe remarquable de courbes et de surfaces du quatrième degré, et les imaginaires jouaient un rôle essentiel dans ses recherches. L'introduction de ces éléments en géométrie était due à Poncelet et à Chasles. Ainsi on disait, depuis Poncelet, que toutes les circonférences d'un plan passent par deux points fixes qui sont imaginaires et à l'infini, et que deux circonférences concentriques sont doublement tangentes en ces points. On exprime ainsi sans doute des faits analytiques, mais ce langage est fécond au point de vue géométrique. Nul n'a mieux que Darboux montré l'importance de l'introduction des éléments imaginaires, non seulement dans la géométrie algébrique, mais aussi en géométrie infinitésimale.

L'ouvrage publié en 1873 *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques et la théorie des imaginaires* est d'une grande richesse. Ce beau livre est plein d'idées et de faits. Certaines digressions ont une haute valeur. Un des problèmes fondamentaux de la géométrie infinitésimale est celui des surfaces applicables les unes sur les autres. Darboux retrouve, par une méthode nouvelle et extrêmement simple, cet important résultat, que la recherche de toutes les surfaces applicables sur une surface donnée revient à l'intégration d'une équation aux

dérivées partielles du second ordre. Une autre remarque importante concerne la géométrie non euclidienne du géomètre russe Lobatchevsky. Tout le monde a plus ou moins entendu parler de cette géométrie, où la somme des angles d'un triangle est inférieure à deux droits, et où par un point on peut mener deux parallèles à une droite. Il résultait d'une étude de Cayley que l'on peut faire correspondre tout l'espace non euclidien à l'intérieur d'une quadrique convexe située dans un espace euclidien, les distances et les angles s'exprimant à l'aide de certains rapports anharmoniques. Une remarquable transformation permit à Darboux de substituer à la correspondance de Cayley une interprétation dans laquelle l'espace entier non euclidien correspond au demi-espace euclidien situé du même côté d'un plan, les géodésiques étant des arcs de circonférences normaux à ce plan. Henri Poincaré, sans connaitre la remarque de Darboux, a employé, longtemps après, cette représentation dans ses recherches sur les groupes discontinus. Il l'a aussi utilisée dans ses études philosophiques sur les principes de la géométrie. Il voyait dans cette correspondance une sorte de dictionnaire permettant de passer de la géométrie non euclidienne à la géométrie euclidienne, et il en tirait la conclusion que cette dernière géométrie est seulement la plus commode, mot qui revient si souvent dans ses écrits; je ne peux d'ailleurs adhérer, pour ma part, à ce nominalisme, car il isole les notions géométriques de l'ensemble des autres notions auxquelles nous a conduits le monde extérieur, oubliant que la géométrie fit jadis partie de la physique.

Les problèmes de géométrie infinitésimale conduisent souvent à des équations aux dérivées partielles. L'intégration de ces équations est un des problèmes les plus difficiles de l'analyse. Au XVIIIe siècle, d'Alembert donna la solution générale de l'équation célèbre des cordes vibrantes, qui régit aussi le mouvement de l'air dans un tuyau sonore; les noms de Monge et d'Ampère sont liés ensuite à l'histoire de l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre. Pendant de longues années après les recherches de ces deux grands géomètres, aucun progrès réel ne fut réalisé dans cette théorie. En 1870, Darboux fit connaître une méthode extrêmement importante qui allait bien au delà des recherches antérieures. Le champ des équations intégrales fut considérablement agrandi, comprenant en

particulier toute la première classe de la classification d'Ampère. Darboux n'a pas poursuivi lui-même les applications de sa méthode, mais nombreux ont été ses élèves, en France et au dehors, qui en ont montré la fécondité.

***

En 1872, Darboux était nommé maître de conférences à l'École normale. Je l'ai rencontré pour la première fois deux ans après, dans une de ces circonstances qui, décidant de l'avenir, ne s'oublient guère. Il faisait partie du jury d'examen d'entrée à l'École, à laquelle j'étais candidat. Je le vois encore, avec son air très jeune. Son aspect était froid, et rien en lui, sauf la prononciation de quelques mots, n'indiquait qu'il fût originaire du midi de la France. Il posait avec calme des questions bien enchaînées, et paraissait indifférent aux réponses. Une partie de l'examen porta sur une généralisation du binome de Newton, que j'ai retrouvée plus tard dans les *Exercices mathématiques* de Cauchy.

Vers la même époque, Darboux devint suppléant de Liouville dans la chaire de mécanique rationnelle de la Faculté des sciences. Il a raconté lui-même qu'il fut prévenu un mercredi soir de cette nomination; il devait faire le vendredi matin une leçon sur le principe des vitesses virtuelles. Ce début à la Sorbonne eut lieu devant huit auditeurs. La parole claire et élégante du nouveau professeur ne tarda pas à attirer un public plus nombreux. On trouvait à la fois, dans son enseignement très éclectique, l'emploi le plus judicieux des raisonnements géométriques et le commentaire des admirables méthodes de la mécanique analytique de Lagrange. Les élèves de l'École normale suivaient à la fois le cours de Darboux à la Faculté et les conférences de Briot à l'École. Ce fut pour eux l'occasion d'une première leçon de philosophie des sciences. Il y a bien des manières d'exposer les principes de la mécanique. Un d'entre nous ayant répété, comme il l'avait entendu dire à la Sorbonne, que la force est une cause de mouvement, fut vivement repris : « Non, non, Monsieur, une force c'est quand on tire », s'écria Briot, faisant en même temps le geste de tirer sur un fil attaché à un clou. Briot, envisageant d'abord la force au point de vue statique, se méfiait sans doute du formalisme de quelques-uns

de ceux qui veulent au début rattacher la force à l'accélération. En fait, les deux points de vue sont légitimes, et il faut bien finir par les rapprocher; l'expérience a montré leur accord. Mais ce conflit apparent entre leurs maîtres troubla des débutants.

Le cours de mécanique rationnelle fut pour Darboux l'occasion d'ingénieuses recherches. Il les inséra plus tard dans des notes de la mécanique de Despeyroux, où l'on admire la souplesse de son esprit et la variété de son talent. Rappelons-en quelques-unes. Après Poisson, mais beaucoup plus simplement, Darboux rattache la démonstration statique de la règle du parallélogramme des forces à une équation fonctionnelle, et il met nettement en évidence les hypothèses nécessaires à une déduction rigoureuse. A propos de l'équilibre des fils, il montre que la figure d'équilibre d'un fil parcouru par un courant électrique et placé dans le champ d'un pôle d'aimant est une ligne géodésique d'un cône de révolution. Ce problème est aussi celui de la trajectoire d'un électron soumis à la même influence. La question analogue, où le pôle unique est remplacé par un aimant, est beaucoup plus difficile; dans le cas de l'aimant terrestre, certaines trajectoires d'électrons émanés du soleil paraissent, d'après des travaux récents, expliquer la formation des arcs et des draperies d'aurores boréales.

Bertrand ayant, en 1877, posé la question de trouver les lois de forces dépendant uniquement des coordonnées du point d'application, pour lesquelles la trajectoire est toujours une section conique, l'expression de toutes ces forces fut donnée simultanément par Halphen et par Darboux. On peut en déduire, avec une très grande vraisemblance, que la loi de la gravitation universelle s'applique bien au delà de notre système solaire, et régit le mouvement de certaines étoiles, simples à l'œil nu, mais formées en réalité de deux astres lumineux gravitant l'un autour de l'autre. Dans ces mondes étranges si différents du nôtre, les habitants des planètes aperçoivent deux soleils; au point de vue de la mécanique céleste, les choses doivent leur paraître d'une effroyable complication, si tant est que la mesure de la simplicité soit la même pour leur intelligence que pour la nôtre.

Un travail de plus longue haleine se rapporte au mouvement d'un corps solide autour d'un point fixe. On pouvait faire à la

belle solution de Poinsot, relative au cas où il n'y a pas de force, le reproche qu'elle ne donnait pas une représentation du temps. Darboux combla cette lacune et construisit même, avec le concours de M. Kœnigs, un mécanisme représentant complètement le mouvement à la Poinsot. Rappelons encore un mémoire sur l'équilibre astatique, une étude sur le choc des corps, où l'on trouve une analyse délicate de ce phénomène dans le cas du frottement, en tenant compte du fait que la vitesse relative tangentielle des corps en contact peut devenir nulle pendant la durée du choc, et enfin des recherches sur les systèmes articulés.

Dans cette période, entre 1870 et 1880, l'activité scientifique de Darboux fut prodigieuse. Ses mémoires d'analyse pure ne sont pas moins importants que ses travaux de géométrie et de mécanique. Un des objets de l'analyse abstraite est l'étude de l'idée de fonction, c'est-à-dire de dépendance entre deux ou plusieurs grandeurs. Il a fallu longtemps avant qu'on se rendît compte de l'étendue extraordinaire de cette notion; c'est là d'ailleurs une circonstance qui a été heureuse pour les progrès de la science. Si Newton et Leibnitz avaient pensé que les fonctions continues n'ont pas nécessairement une dérivée, le calcul différentiel n'aurait pas pris naissance. Il est indispensable que les choses paraissent d'abord simples. Sans vouloir trop généraliser, on peut dire que l'erreur est quelquefois utile; à certaines époques, une vérité seulement approchée s'est montrée plus féconde que ne l'eût été une connaissance plus complète. Ainsi Newton n'aurait probablement pas découvert les lois de la gravitation universelle, si, au début de ses travaux, il n'avait par regardé les lois de Kepler comme entièrement rigoureuses. Pour en revenir à l'idée de fonction, c'est seulement après les merveilleuses découvertes du XVIIIe siècle et du commencement du XIXe siècle en mécanique et en astronomie, que l'esprit critique s'en empara et chercha à l'approfondir dans toute sa généralité. Cauchy a été dans ce domaine, comme dans tant d'autres, un précurseur, mais il trouva d'abord à l'étranger des continuateurs. En France, le mémoire de Darboux *sur les fonctions discontinues*, paru en 1875, marque une date dans l'histoire des principes du calcul infinitésimal. On y trouve une proposition fondamentale sur les intégrales par excès et par défaut, et de nombreux exemples de fonctions continues n'ayant pas de

dérivées. Darboux racontait plus tard que ce mémoire avait été froidement accueilli par plusieurs de ceux qui habituellement s'intéressaient à ses travaux. Ils l'avaient dissuadé de labourer plus longtemps le champ stérile des fonctions qui n'ont pas de dérivées. Ces conseils étaient inutiles; en écrivant son mémoire, Darboux avait prouvé une fois de plus qu'il était capable de parcourir avec succès des voies très diverses, mais ses goûts l'avaient toujours porté vers des résultats plus concrets et susceptibles d'une application moins lointaine. Il le montrait brillamment peu après dans son mémoire *sur l'approximation des fonctions de très grands nombres* qui est une de ses productions les plus originales.

On rencontre fréquemment, tant en analyse qu'en mécanique céleste et en physique mathématique, des expressions dépendant d'un entier très grand, dont il importe d'avoir une valeur approchée. L'étude des singularités, sur son cercle de convergence, d'une série entière associée peut, dans des cas étendus, conduire à l'approximation cherchée. Cette idée simple permit à Darboux de compléter des résultats obtenus par d'illustres devanciers tels que Laplace et Cauchy, et de faire de nouvelles applications. Ses procédés ont été ensuite utilisés en mécanique céleste pour trouver une expression approchée des termes de rang élevé dans le développement de la fonction perturbatrice. Plus récemment, Poincaré a étendu la méthode de Darboux au cas des fonctions de deux variables; c'est de là qu'il put déduire en toute rigueur ce résultat profondément caché, que le problème des trois corps n'admet pas d'autre intégrale uniforme que les intégrales connues des aires et des forces vives. Le principe fondamental du mémoire de Darboux a été aussi utilisé par M. Hadamard dans ses études sur les développements en séries de Taylor.

Darboux montra aussi un sens analytique très fin dans son mémoire sur les solutions singulières des équations aux dérivées partielles, couronné en 1877 par l'Académie, où il a donné l'explication définitive de certains paradoxes souvent signalés dans cette théorie. Il faut encore mentionner son travail sur les équations différentielles ordinaires du premier ordre et du premier degré, où est établie la possibilité d'obtenir l'intégrale générale, quand on connaît un nombre suffisant de solutions particulières.

A la mort de Chasles en 1880, Darboux devint professeur de géométrie supérieure à la Sorbonne. Cette chaire avait été fondée en 1846, sur la proposition de Poinsot, et Chasles en avait été le premier titulaire. Pendant de longues années, le grand géomètre avait initié ses auditeurs à ses découvertes sur les sections coniques, sur les quadriques, sur les courbes planes et gauches, sur les transformations géométriques, sans négliger l'histoire des sciences, dont il avait écrit jadis un admirable chapitre dans l'*Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*. Les travaux de Chasles étant devenus classiques, le nouveau professeur fut conduit à donner une autre orientation à son enseignement. La géométrie infinitésimale y prit une place prépondérante. Darboux a occupé cette chaire pendant 36 ans, et l'on peut répéter à son sujet ce qu'Arago a écrit de Fourier : « La nature l'avait doué au plus haut degré du talent d'enseigner, et il a laissé la réputation d'un professeur plein de clarté, de méthode et d'érudition; j'ajouterai même la réputation d'un professeur plein de grâce, car notre confrère a prouvé que ce genre de mérite peut ne pas être étranger à l'enseignement des mathématiques. »

La carrière de Darboux suivait son cours normal. L'Académie lui avait donné en diverses circonstances des témoignages de haute estime. Ses beaux travaux le désignaient pour la première place vacante dans la section de géométrie. Il y remplaça Puiseux le 3 mars 1884.

***

On a distingué chez les mathématiciens deux tendances d'esprit différentes. Les uns se préoccupent principalement d'élargir le champ des notions connues; sans se soucier des difficultés qu'ils laissent derrière eux, ils recherchent de nouveaux sujets d'études. Les autres préfèrent rester, pour l'approfondir davantage, dans le domaine des notions mieux élaborées; ils veulent en épuiser les conséquences et s'efforcent de mettre en évidence dans chaque question les véritables éléments dont elle dépend.

Il suffit souvent aux premiers d'être assurés qu'un problème peut être résolu, et ils laissent à d'autres le soin de le résoudre

effectivement. On dirait, en leur appliquant un mot de Fontenelle à propos de Leibnitz, qu'ils se contentent de voir croître dans les jardins d'autrui les plantes dont ils ont fourni les graines, comme si l'art de découvrir était plus précieux que la plupart des choses qu'on découvre. Les seconds s'intéressent moins aux généralités et pensent que seules ont du prix les solutions poussées jusqu'à leur dernier terme.

Aucune hiérarchie n'est à établir : l'esprit souffle où il veut; et d'ailleurs nos classifications sont toujours insuffisantes par quelque endroit. Nous rangerons, sans hésiter, parmi les premiers, un Henri Poincaré, inventeur de génie, qui, comme Cauchy, se souciait peu de donner à ses conceptions une forme définitive. On est tenté de rapporter aussi à la première tendance les mémoires de Darboux sur l'analyse pure, dont les conséquences ont été approfondies par d'autres plus que par lui-même; mais c'est par le souci de la perfection que se distinguent la plupart des travaux géométriques de notre confrère, qui cherchait à tirer d'une méthode tout ce qu'elle est susceptible de fournir. Il savait combien peut être féconde l'étude approfondie d'un cas simple. Il y démêlait les éléments tenant au fond même de la question, et s'élevait progressivement aux généralisations dont elle était susceptible. Darboux excellait aussi à établir des rapprochements inattendus entre des questions paraissant sans liens, ce qui donne à son œuvre géométrique une cohésion et une unité remarquables.

Les mathématiciens sont souvent appelés *géomètres*. Notre section de mathématiques pures s'appelle la *section de géométrie*. Or, plus d'un mathématicien éminent n'a jamais écrit une ligne sur la géométrie proprement dite, c'est-à-dire l'étude des propriétés des figures faites à un point de vue synthétique, sans aucun mélange de considérations analytiques. Les procédés de l'analyse mathématique et de la géométrie analytique d'une part, de la géométrie pure d'autre part, ont été quelquefois au siècle dernier opposés les uns aux autres. Les *analystes* reprochaient aux *géomètres* de n'avoir pas de méthodes générales; les géomètres répliquaient, la phrase est de Poinsot, que « les calculs longs et difficiles sont le plus souvent la preuve que notre esprit n'a point, dès le commencement, considéré les choses en elles-mêmes et d'une vue assez directe ». On se rappelle aussi l'amertume des préfaces de Poncelet au sujet des

réserves faites par Cauchy sur certains principes de son *Traité des propriétés projectives*.

Dans ces discussions, tous avaient tort en quelque manière. L'analyse, avec ses notations de plus en plus perfectionnées, constitue une langue d'une admirable clarté, qui, suivant le mot de Fourier, n'a pas de signe pour exprimer les notions confuses, et le calcul possède une admirable puissance de transformation; dans des questions très complexes, on pourrait regarder les choses directement et en elles-mêmes jusqu'à la fin des temps, sans faire aucun progrès. De plus, le simple jeu des symboles peut suggérer des généralisations, en créant des types de relations analytiques, comme le montre l'histoire de la mécanique et de la physique mathématique ; il est clair que, dans ce cas, il appartient ensuite à l'expérience de vérifier si l'instrument forgé est assez souple pour se prêter à des concordances expérimentales. On entend dire quelquefois qu'il n'y a dans une formule que ce qu'on y a mis. C'est une phrase vide de sens ou c'est un pur truisme. Des résultats, identiques au fond, peuvent avoir des formes très différentes, et il arrive que la forme soit l'essentiel. Ainsi, il n'y a dans la mécanique céleste rien de plus que la formule de la gravitation universelle et quelques constantes fournies par l'observation; d'innombrables transformations de calcul font passer de ce point de départ à l'explication de presque toutes les particularités des mouvements des astres.

On doit avouer d'autre part que, dans la complexité des formules, on ne démêle pas toujours des faits simples, que mettent parfois en évidence des raisonnements purement synthétiques. Une méthode géométrique peut, chemin faisant, mieux explorer qu'une méthode analytique les alentours immédiats d'une question. On voit mieux le pays, quand on voyage à pied; il est vrai qu'on va moins loin. Notons aussi que, dans certaines applications, des raisonnements géométriques permettent de donner facilement une première approximation, à laquelle conduirait moins immédiatement l'emploi de l'analyse.

La conclusion s'offre d'elle-même. Rien n'est plus stérile que d'opposer la synthèse à l'analyse et inversement. On doit se garder de l'exclusivisme auquel se laissèrent jadis entraîner d'illustres mathématiciens, comme Poncelet et Chasles. Avant eux, Monge, dans ses applications de l'analyse à la géométrie,

avait été plus éclectique. Aussi Darboux a-t-il écrit très justement, dans une étude sur le développement des méthodes géométriques : « Monge, le rénovateur de la géométrie moderne, nous a montré dès le début, ses successeurs l'ont peut-être oublié, que l'alliance de la géométrie et de l'analyse est utile et féconde, que cette alliance est peut-être une condition de succès pour l'une et pour l'autre. » Cette pensée guida Darboux dans toute sa carrière scientifique. Il sut harmonieusement utiliser tout à la fois les raisonnements géométriques et les ressources de l'analyse mathématique la plus élevée; dans son œuvre se trouve pleinement réalisée l'alliance souhaitée par Monge.

Un ouvrage considérable de géométrie infinitésimale, intitulé : *Leçons sur la théorie géométrique des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal*, fut le fruit de l'enseignement du professeur de la Sorbonne. Il constitue en même temps un traité sur les équations aux dérivées partielles. Parmi celles-ci, l'auteur fait une étude approfondie de certaines équations étudiées d'abord par Laplace, dont il montre le rôle en géométrie, et pour lesquelles il a constitué une théorie des invariants. On lui doit aussi d'importants progrès dans la question de l'applicabilité des surfaces. Il a étudié en particulier celles qui sont applicables sur une surface du second degré, et donné dans le cas de certains paraboloïdes des solutions d'une grande élégance. Tous les géomètres connaissent ses recherches sur la représentation sphérique, sur les surfaces à courbure constante, sur les surfaces isothermiques, sur les surfaces à lignes de courbure planes ou sphériques, sur les cercles géodésiques, ainsi que ses travaux sur les déformations infiniment petites des surfaces, se rattachant à la notion féconde de l'équation aux variations, qu'il avait introduite en analyse dès 1883. Dans ses études de géométrie infinitésimale, Darboux a envisagé systématiquement le déplacement d'un trièdre mobile, dégageant la véritable signification d'éléments introduits antérieurement par Ribaucour.

En dynamique analytique, le problème des lignes géodésiques a conduit Darboux à diverses questions se rattachant au principe de la moindre action, dont l'importance est aujourd'hui capitale dans l'évolution de la mécanique. On n'a pas toujours assez remarqué la manière si heureuse dont il traite,

sans intervention du calcul des variations et par des méthodes purement algébriques, les questions de minimum se rattachant à ce principe célèbre.

Les résultats essentiels de la théorie des systèmes orthogonaux ont été exposés, il y a quelques années, par notre confrère dans ses *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes*, ouvrage qu'il avait médité pendant toute sa vie. On y trouve en particulier une étude profonde sur l'extension à un nombre quelconque de dimensions du problème de Lamé. Quand ce nombre surpasse *trois*, des circonstances toutes nouvelles se présentent. De plus, d'un système orthogonal correspondant à un certain nombre de variables, on peut déduire un système analogue avec une variable de moins, ce qui a permis à Darboux de trouver une infinité de nouveaux systèmes orthogonaux. Rappelons encore cet important résultat que, dans l'espace à trois dimensions, un système de Lamé est en général déterminé par trois surfaces particulières, deux à deux orthogonales et se coupant suivant des lignes de courbure.

Ces grands traités, également remarquables par la richesse du fond et la beauté de la forme, sont dignes d'être proposés comme modèles à ceux qui cultivent les sciences mathématiques. Ils ont fait de Darboux, à l'étranger comme en France, le chef incontesté d'une école de géomètres analystes, qui porte sa marque. Aussi sa réputation scientifique était-elle considérable, et la plupart des Académies étrangères l'avaient élu associé étranger ou correspondant.

***

L'activité de Darboux ne s'est pas bornée aux remarquables productions mathématiques, dont nous avons essayé de donner une idée, et à sa belle carrière de professeur. Il aimait l'action et ne pensait pas que l'homme de science doit nécessairement rester confiné dans ses études spéciales. Dès son entrée au conseil de la Faculté des sciences, il montra l'intérêt qu'il portait à l'enseignement public. Très documenté, il apportait toujours des avis judicieux et motivés, et son influence grandit vite sur ses collègues. Aussi, en 1889, ceux-ci le désignèrent-ils pour les fonctions de doyen, qu'il conserva pendant 14 ans.

Le rétablissement des Universités eut lieu pendant cette

période, et, quoique le vocable d'Université de France, quelque peu contradictoire avec les nouvelles dispositions, subsiste encore, nous possédons maintenant, comme tous les autres pays, des Universités attachées à nos grandes villes et soumises à un régime relativement libéral. Nous n'avons fait d'ailleurs que reprendre notre bien, car historiquement c'est sur le sol de France que sont nées les Universités. La liberté donnée aux nouveaux groupements donnait aux doyens une certaine indépendance par rapport au pouvoir central, mais en même temps des responsabilités que ne connaissaient pas leurs prédécesseurs des régimes antérieurs. Darboux sut manœuvrer avec habileté au milieu de grandes difficultés; il étudiait à fond les questions qui lui étaient le plus étrangères, s'entourant de tous les conseils qui pouvaient éclairer sa décision. Son successeur M. Appell a pu en toute justice lui dire le jour de son jubilé : « Jamais, depuis la création des Facultés, aucun doyen n'a accompli une œuvre aussi considérable que la vôtre. »

L'œuvre était double; le doyen avait à traiter non seulement les questions administratives résultant de la renaissance de l'Université de Paris, mais devait pourvoir aussi à des besoins nouveaux. Pendant longtemps, les Facultés s'étaient moins préoccupées du rôle scientifique que du rôle professionnel. Une place très réduite avait été donnée aux recherches d'ordre purement scientifique; le grade avait été la fin suprême. Maintenant, la création de laboratoires de recherches devait être poursuivie en même temps que l'agrandissement des laboratoires d'enseignement. La tâche du doyen se compliquait encore par suite de la construction de la nouvelle Faculté. On avait tenu, malgré de sages avis, à rester sur l'emplacement vénérable consacré par le souvenir de Robert de Sorbon; aussi fut-il nécessaire, comme le disait Darboux, d'aménager la Sorbonne à la manière d'un paquebot, c'est-à-dire en hauteur. Cet aménagement exigea une collaboration constante avec l'éminent architecte de la Sorbonne, M. Nénot, qui pourrait témoigner du soin avec lequel le doyen discutait les problèmes soulevés par les nouvelles installations.

La puissance de travail de Darboux était considérable. Ses occupations administratives ne l'empêchaient pas de poursuivre ses recherches scientifiques, et il faisait alterner sans efforts une étude géométrique avec la rédaction d'un rapport

sur le régime de la licence ès sciences ou la réglementation d'un Institut de chimie appliquée.

Le 21 mai 1900, Darboux succéda à Joseph Bertrand comme secrétaire perpétuel de l'Académie. Il conserva encore pendant quelque temps le décanat, mais, en 1903, il voulut se consacrer tout entier à ses nouvelles fonctions. Au poste où l'avait appelé la confiance de ses confrères, Darboux eut, en toute circonstance, le souci de maintenir ou d'accroître l'influence et le prestige de notre compagnie. Il connaissait à fond tous les rouages de notre administration et s'appliquait à les améliorer. Ceux qui l'ont vu dans les commissions de l'Institut conservent le souvenir de cet esprit lucide, habile dans une discussion à mettre en évidence le point essentiel.

La notoriété que lui valaient ses travaux scientifiques, l'habileté et le sens des réalisations qu'il apportait dans le maniement des affaires, donnèrent à Darboux une grande influence dont il usait au profit du bien public. On a dit qu'il était autoritaire et supportait mal la contradiction. Darboux a été quelquefois passionné, mais le désir qu'il avait de faire prévaloir son opinion provenait toujours d'un sentiment élevé, et le plus souvent il n'hésitait pas à changer d'avis quand on lui proposait une solution plus favorable aux intérêts dont il avait la charge. Il semble que, sous son aspect généralement sévère, Darboux était d'un naturel timide et craignait de se livrer. Les situations importantes qu'il occupait, le crédit qu'il avait dans les ministères, les nombreuses présidences de commissions et de comités dont on le chargeait, lui donnaient un air officiel qui masquait parfois son véritable caractère. Quand les circonstances permettaient de le mieux connaître et qu'on pouvait entrer dans son intimité, on trouvait un homme affectueux et bon, d'un commerce très sûr, aimant à rendre service, sans le leur dire, à ceux qui étaient dignes d'être soutenus.

***

On relira toujours avec plaisir et profit les notices historiques, très étudiées et très documentées, que Darboux prononçait dans nos séances publiques. Avec quelle piété il a retracé la vie du maître vénéré, dont l'influence sur lui avait été très grande, Joseph Bertrand, et montré les faces diverses de ce brillant esprit. Les pages, d'un ton moins ému mais plus grave, qu'il a

consacrées à Hermite sont parmi les meilleures qu'il ait écrites. Il a exprimé avec force l'impression que l'enseignement d'Hermite avait produite sur lui, et l'admiration qu'il ressentait pour l'œuvre profonde du grand analyste. L'affectueux respect qu'il témoignait à son ancien maître était mêlé de quelque crainte. Le pessimisme d'Hermite l'effrayait. « Malgré tout le plaisir que j'avais à le voir, écrit-il, il m'arrivait quelquefois de redouter sa conversation. » Ceux qui ont vécu dans l'intimité d'Hermite savent combien le préoccupait l'avenir de la France; c'était là la cause principale de son pessimisme. Nous l'avons perdu, il y a 16 ans, mais depuis longtemps déjà, il voyait venir le moment où l'Allemagne se jetterait sur nous, et il parlait souvent de la prochaine guerre. Il n'avait pas prévu, et peut-être étaient-elles en dehors de toute prévision, les forces cachées qui, aux jours décisifs, ont soulevé notre pays contre la plus odieuse des agressions.

Les circonstances inspiraient parfois à notre secrétaire perpétuel le sujet de ses lectures académiques. En 1903, les opérations de la Mission de l'Équateur, chargée de la mesure d'un arc de méridien, appelaient l'attention sur une science d'origine essentiellement française, la géodésie. Darboux en profita pour faire l'éloge du général Perrier, au nom duquel restera attachée la jonction géodésique de l'Espagne et de l'Algérie. Un peu plus tard, en 1909, les succès récents de l'aviation lui suggérèrent d'écrire une notice historique sur un précurseur génial, membre de l'ancienne Académie des Sciences, le général Meusnier, dont l'activité s'est appliquée aux sujets les plus variés, et qui fut tué, en 1793, au siège de Mayence. Chasles le rangeait avec raison parmi les fondateurs de la géométrie infinitésimale, à côté de Monge et d'Euler. Meusnier effectua avec Lavoisier l'expérience célèbre de la décomposition de l'eau par le fer à haute température, qui eut une si grande importance pour le développement de la chimie. Enfin, son admirable mémoire sur l'équilibre des machines aérostatiques marque une étape décisive dans l'histoire de l'aérostation; on y trouve les règles de manœuvre encore suivies aujourd'hui et la découverte capitale du ballonnet à air, qui assure au ballon l'invariabilité de forme nécessaire pour sa direction, en même temps qu'il remédie à son instabilité verticale. Grâce à Darboux, nous pouvons mieux juger de l'œuvre de

Meusnier, et nous possédons dans nos recueils une reproduction maniable des plans de son projet de machine aérostatique. Si les moteurs modernes avaient existé en 1783, on aurait connu à cette époque le ballon dirigeable.

En 1911, Darboux acquitta une dette de reconnaissance envers les donateurs de l'Académie. Depuis le baron de Montyon, la liste est longue de ces bienfaiteurs de la science, qui appartiennent à des milieux très divers. Plusieurs d'entre eux nous ont fait connaître avec quelques détails la pensée qui a guidé leurs générosités, comme le Dr Lacaze, celui-là même qui a laissé au Louvre sa magnifique collection de tableaux, écrivant dans son testament que les sciences de la nature sont la base la moins équivoque du savoir humain. Darboux fait de judicieuses remarques sur l'évolution que le temps doit amener dans la forme de quelques-unes des libéralités qui nous sont faites. « Récompenser des travaux, disait-il, l'Académie s'est toujours montrée disposée à le faire. Elle le fera encore à l'avenir. Mais provoquer, subventionner et encourager des recherches, cela est mieux encore. » L'Académie possède quelques subventions importantes répondant à ce dernier objet, grâce en particulier à Loutreuil et à notre confrère le prince Bonaparte, mais il est à souhaiter que leur nombre augmente. Aux désirs exprimés par Darboux, nous en joignons d'autres aujourd'hui. L'Académie serait heureuse que des dons lui permissent de participer elle-même à la création de centres de recherches poursuivies sous sa direction. Plusieurs grandes sociétés savantes de l'étranger ont pu entrer dans cette voie que les conditions de nos donations ne nous ont pas jusqu'ici permis d'aborder. Vous avez déjà pris quelques résolutions dans ce sens, pour le jour que nous souhaitons prochain, où nous aurons les ressources nécessaires.

Il y a deux ans, Darboux faisait sa dernière lecture sous cette coupole. Il avait voulu rendre hommage à ceux de nos lauréats qui ont fait pour la patrie le suprême sacrifice. En termes émouvants, il a salué la mémoire de tant de jeunes hommes auxquels un bel avenir semblait promis, tombés victimes de l'effroyable tourmente qu'un peuple de proie a déchaînée sur le monde. Il s'étonne avec tristesse qu'il ait pu se trouver des savants pour contribuer par leurs inventions à rendre la guerre plus cruelle et plus inhumaine. Je m'en étonne avec lui; il est certes très

exact que les Allemands auraient, s'il était possible, déshonoré la science en lui demandant les moyens de commettre des crimes jusque-là inconnus; mais prenons garde, en parlant ainsi, à ce que nous entendons par ce mot « la science ». Chez les peuples civilisés, quand le savant parle de la science, il y voit généralement quelque chose de plus qu'un outil, si merveilleux soit-il. Le culte presque religieux du vrai et l'habitude de la méditation inclinent l'esprit à la sérénité, à la bonté et aussi à la modestie; la science va avec la conscience. Il s'est trouvé un peuple, que l'on a avec trop de raisons qualifié de barbare, où de nombreux savants se sont montrés incapables de ces vues idéales. Le même mot n'a pas, de part et d'autre, la même signification. Aussi est-ce une grande vanité de répéter, comme on l'a fait quelquefois, que la science rapproche les nations. Entendue au sens étroit, c'est-à-dire de connaissance en vue de fins pratiques, la science ne rapproche ni n'éloigne : elle est indifférente. Quand elle est un lien, c'est qu'il s'y trouve surajouté un élément, qu'on pourrait dire moral. Des esprits généreux pensaient, avant la guerre actuelle, que les congrès internationaux étaient des instruments puissants de concorde entre les peuples. C'est ainsi que Darboux avait l'intime et profonde conviction, il l'a écrit quelque part, qu'en allant à Berlin, à Vienne, à Budapest, il participait à des œuvres de paix. Malheureusement, les nobles pensées qui l'animaient n'étaient pas partagées par tous les savants qu'il y rencontrait. Nous devons revenir de certaines illusions. Les Allemands, toujours organisés, se servaient avant tout de ces réunions pour étendre sur le monde leur emprise scientifique et même économique. Souhaitons qu'une nation, qui s'est mise en dehors de l'humanité, soit exclue, au moins pour un temps, des assises scientifiques entre peuples de culture humaine. D'ailleurs les congrès internationaux n'ont d'intérêt que si des relations personnelles s'établissent entre les hommes de science des divers pays; ces relations, qui supposent la confiance, sont impossibles avant de longues années entre savants allemands et savants français. Il y a, entre eux et nous, trop de sang et trop de crimes.

***

Darboux suivait avec grand intérêt tout ce qui touche à l'histoire des sciences. Il a plusieurs fois fait, à l'étranger, des

lectures d'un caractère historique. A l'Exposition universelle de Saint-Louis en 1904, il traça une large esquisse des progrès de la géométrie au XIXe siècle. Non moins remarquable fut le discours qu'il prononça, en 1908, à Rome au congrès des mathématiciens sur la géométrie infinitésimale, où il caractérise l'évolution des méthodes suivies depuis les premiers fondateurs, comme Euler, Monge et Gauss, jusqu'aux géomètres contemporains. Les problèmes dont la solution semble prochaine et les voies qui paraissent devoir être fructueuses pour les chercheurs sont aussi indiqués. De telles pages, écrites avec autant d'autorité que d'impartialité, sont extrêmement précieuses.

Notre confrère a maintes fois regretté la tendance, qu'ont trop de savants français, à se désintéresser de l'histoire des sciences; il savait combien on y rencontre d'erreurs, involontaires ou non, si difficiles à redresser quand le temps les a consacrées, et de silences parfois intentionnels. Des étrangers bienveillants accordent que les idées ne nous manquent pas en France, mais que nous ne les suivons pas toujours avec assez de persévérance. C'est une raison de plus pour que nous ne négligions pas l'histoire des sciences, car ceux qui exploitent avec profit les pensées d'autrui oublient quelquefois leur provenance; on en a vu des exemples au centre de l'Europe. Aussi vous vous rappelez avec quelle insistance Darboux poussait ses nouveaux confrères à écrire sur leurs prédécesseurs des notices, qui constitueraient des documents utiles à l'histoire de la science française; il désirait que l'excellente tradition, rigoureusement suivie dans toutes les autres Académies de l'Institut, le fût aussi dans la nôtre.

Ce fut, pour Darboux, une grande satisfaction que de pouvoir commencer la réalisation d'un projet qui lui tenait à cœur : l'impression des procès-verbaux, restés manuscrits, des séances de l'Académie des sciences, depuis la fondation de l'Institut en l'an IV jusqu'à l'année 1835. Le recueil, jusqu'ici publié, de ces procès-verbaux en est au *septième* volume. Les historiens de l'avenir y trouveront les textes les plus précieux pour une époque où l'Académie comptait des hommes tels que Lagrange, Laplace, Monge, Cuvier, Lamarck, pour ne citer que quelques noms. Les rapports sur les travaux présentés sont très nombreux; on y rencontre l'éloge, et aussi la critique, sous des formes parfois pittoresques. Ainsi un auteur, M. de Ranson, ayant présenté

à un an d'intervalle deux mémoires sur les théorèmes d'Archimède, Cauchy écrit : « C'est pour la seconde fois que l'auteur revient sur cet objet. Le travail qu'il a présenté l'année dernière n'ayant pas été approuvé, M. de Ranson reconnait qu'il s'était glissé une erreur dans ce travail, parce que, dit-il, *errare humanum est;* une nouvelle preuve de la vérité de cet axiome est le nouveau mémoire qu'il a plu à M. de Ranson de présenter à l'Académie. » A partir de 1835, les séances de notre Académie, où le public a été admis, ont pris un autre caractère. Les rapports sont devenus plus rares, mais la publication des *Comptes rendus hebdomadaires*, due à l'initiative d'Arago, a créé le plus puissant moyen d'action dont puisse disposer une société savante.

Il y a un intérêt national à établir des éditions définitives des œuvres de nos savants les plus éminents. On doit à Darboux la publication des œuvres de Fourier ; il y a ajouté des notes importantes, commentant la pensée de l'illustre auteur de *la théorie analytique de la chaleur* dans les passages difficiles ou obscurs. En analyse et en physique mathématique, le nom de Fourier reste à jamais attaché à la théorie des séries trigonométriques. Darboux a fait l'intéressante remarque que Fourier, sans traiter d'une manière absolument rigoureuse la sommation de ces séries, avait indiqué la voie dans laquelle Dirichlet devait donner la première démonstration qui fût à l'abri de toute objection. Il a éclairé aussi un point d'histoire, resté obscur, relatif à un théorème donnant une limite supérieure du nombre des racines d'une équation comprises entre deux nombres donnés. Cette belle proposition, qui a précédé le théorème de Sturm, a été attribuée par Arago à Budan; en réalité, elle fut énoncée et établie pour la première fois par Fourier.

L'importance des périodiques scientifiques qui se publient dans un pays, donne assez bien la mesure de son activité dans le domaine des sciences. C'est à Nîmes, la ville natale de Darboux, que furent publiées de 1810 à 1831 des annales, qui ont été, pendant 15 ans, le seul journal du monde entier, exclusivement consacré aux sciences mathématiques; on les appelle les *Annales de Gergonne*, du nom de leur fondateur. Ce recueil contient de nombreux mémoires de géométrie, en particulier ceux de Poncelet sur la théorie des polaires réciproques. Les *Annales de Gergonne* étaient bien connues à Montpellier, quand

Darboux y était élève, et peut-être y prit-il le goût de la géométrie. Nous avons eu ensuite en France le *Journal de Liouville*, qui est un des principaux périodiques mathématiques de notre époque, et les *Annales de l'École normale* dont j'ai déjà parlé. Darboux, reprenant la publication interrompue d'un *Bulletin* publié pendant quelque temps par de Férussac, fonda en 1870, sous le nom de *Bulletin des sciences mathématiques*, un journal d'un caractère spécial, où, à côté des mémoires originaux, les travaux mathématiques parus dans tous les pays sont analysés régulièrement. Depuis lors, avec le concours de divers collaborateurs, il n'a cessé de diriger ce recueil. Il y a donné de nombreuses études sur des livres récents et y a publié d'importantes recherches personnelles. Le *Bulletin des sciences mathématiques* restera connu sous le nom de *Bulletin de Darboux;* cette création n'est pas un des moindres services que le fondateur de ce recueil aura rendus à la science.

***

Tant de travaux et d'occupations variées ne suffisaient pas à l'activité de Darboux. Il s'intéressait vivement à l'enseignement secondaire des jeunes filles, dont il avait été un des fondateurs, et fit jusqu'à sa mort des conférences à l'École de Sèvres. Il avait aussi accepté avec satisfaction la présidence du conseil d'administration de l'Institut Pasteur. Tout ce qui se rattachait à ce grand nom était pour lui l'objet d'un soin pieux, et lui rappelait le temps de sa jeunesse. Il y a quelques années, à l'inauguration d'un monument élevé à Pasteur dans le jardin de l'École normale, il évoquait encore l'accueil plein de bonté que le maître immortel avait fait, 50 ans auparavant, à sa vieille mère, venue à Paris, disait-il, pour le consacrer en quelque sorte à l'enseignement.

Darboux a tenu enfin à donner une part de son temps à une œuvre charitable, d'un haut intérêt scientifique. Il présida pendant 17 ans la *Société des amis des sciences*. Celle-ci, fondée en 1857 par l'illustre chimiste Thenard, a un but singulièrement élevé : c'est une société de secours, mais où les titres à invoquer sont des services rendus aux sciences pures et appliquées, à l'industrie, à l'agriculture. Darboux a beaucoup contribué à son développement; il rêvait d'une grande œuvre de solidarité scientifique, où ceux, et ils sont légion, qui profitent des progrès

et des découvertes de la science, viendraient tous en aide aux chercheurs, uniquement préoccupés de leurs travaux, insouciants de l'avenir pour ceux qui les entourent. Ses appels émus ont été souvent entendus, moins cependant qu'il ne l'aurait voulu, et il voyait avec regret que la science, sur laquelle on fait de si éloquents discours, recueille encore tant d'ingratitude. En travaillant à secourir de nobles et quelquefois glorieuses infortunes, Darboux a montré que le cœur était chez lui à la hauteur de l'intelligence.

Notre confrère garda longtemps un air extrêmement jeune; les années semblaient passer sur lui, sans qu'il en sentît le poids. Cependant, vers 1910, sa santé, jusque-là excellente, commença à s'altérer, et apparurent les premiers symptômes du mal qui troubla les dernières années de sa vie. Au mois d'octobre 1911, un coup cruel le frappa; il perdit Mme Darboux. Il devait peu après, dans une circonstance solennelle, évoquer en ces termes son souvenir : « La compagne, qui, pendant plus de 40 ans, a fait le charme de ma vie, m'assistant de ses conseils et de sa chère présence, m'a communiqué quelque peu de ces sentiments de bonté et d'humanité, qui viennent si naturellement au cœur des femmes. » C'est le 21 janvier 1912 que de nombreux élèves, amis et collègues de l'illustre mathématicien, français et étrangers, se trouvaient réunis à la Sorbonne pour lui offrir, à l'occasion du 50e anniversaire de son entrée dans l'enseignement, une médaille reproduisant ses traits. D'éloquents orateurs retracèrent dans cette mémorable séance la carrière, si admirablement remplie, du savant et du professeur, dont la renommée allait bien au delà des limites de notre pays.

Les fatigues de l'âge et les souffrances de la maladie ne ralentissaient pas l'activité intellectuelle de notre secrétaire perpétuel. Lagrange vieillissant, à ce que raconte Delambre, avait perdu le goût des mathématiques et son enthousiasme s'était éteint. Darboux, comme avait fait Hermite, garda jusqu'à la fin la même vivacité et la même curiosité d'esprit. L'année dernière, il reprit dans son cours à la Sorbonne l'étude des principes de la géométrie analytique, qui le ramenait au temps lointain où il enseignait à l'École normale ; il a rédigé ces leçons, simples et lumineuses, maintenant accessibles à tous. Ce livre, qui vient de paraître, est le dernier sorti de sa plume. C'est un ouvrage d'enseignement, mais où se reconnaît le maître ouvrier,

et où sont établies sur une base algébrique les notions essentielles de la géométrie moderne, qui ont fait jadis l'objet de tant de discussions.

Darboux avait encore d'autres plans de travaux. Il voulait écrire un livre sur un problème qui a joué un grand rôle dans le développement de la géométrie infinitésimale, celui des cartes géographiques. Tout à la fois, l'élégance et l'importance pratique de cette question célèbre le séduisaient. Il en avait fait autrefois une étude approfondie dans son enseignement, et, récemment, il avait précisé des indications restées trop vagues sur le mode le plus avantageux de construction d'une carte géographique pour un pays donné.

Son activité n'était pas moindre pour les affaires de l'Académie. Les événements actuels rendent difficiles certaines gestions; Darboux y pensait dans les nuits d'insomnie que lui causait la maladie, et nous le retrouvions toujours attentif aux moindres détails. Il retarda le plus possible le moment d'une opération reconnue nécessaire, et n'entra dans la maison de santé qu'après avoir mis la dernière main aux travaux qu'il voulait achever. L'opération faite le 13 février paraissait avoir réussi.

La veille de sa mort, Darboux s'entretenait encore avec plusieurs amis et donnait les bons à tirer de sa dernière publication. Il avait dit un jour à un de ses collaborateurs : « Je voudrais mourir debout. » Son souhait fut à peu près réalisé; la mort le frappa subitement vers midi, le 23 février dernier. La France perd en lui un bon serviteur, l'Académie un de ses membres qui l'ont le plus honorée. Son œuvre, d'une rare perfection, lui assure une place éminente dans l'histoire de la géométrie.

Le Commandant GUYOU [1]

La mort du commandant Guyou est une grande perte pour le Bureau des longitudes et aussi pour la marine française, dont il était un des plus éminents représentants. Quoique la maladie ne lui permit pas, depuis quelques années, d'assister à nos séances, Guyou n'avait pas cessé de participer à nos travaux, et ses conseils si autorisés, particulièrement en ce qui concerne la navigation et l'astronomie nautique, nous étaient précieux. Nous aimions à profiter des avis judicieux que lui suggéraient son intelligence si claire et son esprit pratique. Nous admirions tous aussi l'élévation de son caractère et la fermeté stoïque avec laquelle il supportait les douleurs et les tristesses d'une maladie qu'il savait sans espoir.

Émile Guyou naquit le 25 novembre 1843 à Fontainebleau, où ses parents étaient commerçants. Quoique leur situation fût très modeste, ils voulurent, au début de 1857, envoyer au Lycée de Sens leur fils, dont la vive intelligence avait été remarquée des professeurs du Collège de sa ville natale. A son arrivée, le proviseur du Lycée lui demanda ce qu'il voulait faire. Guyou, qui venait de lire l'histoire de Robinson, répondit qu'il voulait être marin. Sur cette réponse prise au sérieux, on précipita son instruction; en trois ans, les études classiques furent faites, et Guyou était envoyé, en janvier 1860, au Lycée de Lorient, pour se préparer à l'École navale. Il y était reçu au mois de juillet suivant. A sa sortie du *Borda*, il fit, pendant deux ans, une campagne dans les Antilles et à Cayenne, et, depuis lors, navigua pendant près de 19 ans, sauf de rares séjours à terre. Quand la guerre de 1870 éclata, il demanda à débarquer. Nommé, peu de temps après, lieutenant de vaisseau, il fut chargé de former une compagnie de fusiliers marins, et prit part aux opérations de l'armée de la Loire. Après la guerre,

---

[1] Extrait de l'*Annuaire du Bureau des longitudes pour l'an 1916*.

Guyou reprit son service à la mer et fit un long séjour en Cochinchine, puis il participa à une campagne hydrographique en Tunisie. Il revint ensuite à la Majorité générale de Cherbourg à la fin de 1878. Un grand découragement paraît s'être emparé de lui à cette époque, et il renonça définitivement à la carrière active malgré les offres flatteuses que lui firent ses chefs pour le retenir. Il demanda, en 1879, à être nommé professeur d'architecture navale au *Borda;* son intention était de rester dans cette position pendant quelques années, et de prendre ensuite sa retraite pour vivre au fond de quelque village. Heureusement pour la science, sa destinée fut autre. La carrière scientifique de Guyou, à laquelle le menait l'enseignement, allait commencer.

Notre collègue avait acquis, pendant ses voyages, une pleine expérience des choses de la mer, et il avait beaucoup réfléchi à tout ce qui concerne les sciences nautiques. Pour trouver l'explication et approfondir l'étude des faits qui s'offrent au regard du marin attentif, il avait complété ses études scientifiques, consacrant ses loisirs à la géométrie et à la mécanique. Il se trouvait ainsi bien préparé pour les enseignements qu'on lui confia de 1880 à 1885 à l'École navale, où il fut successivement chargé des cours d'architecture navale, et d'astronomie et navigation. Il a, en grande partie, renouvelé ces enseignements, et il a laissé dans notre grande école maritime un souvenir durable. On trouve dans ses cours l'origine de plusieurs de ses travaux les plus importants.

A la fin de 1885, Guyou quittait Brest et était chargé du service des instruments nautiques à la direction du service hydrographique à Paris, poste qu'il occupa jusqu'en 1905, une décision spéciale du Ministre l'ayant maintenu à la tête de ce service après sa retraite, prise en 1898. Son habileté à traduire sous une forme simple des théories compliquées trouva là un nouveau champ d'activité, particulièrement en ce qui concerne le magnétisme à bord des navires. On lui doit la transformation du matériel des compas de notre marine et l'introduction, sur nos bâtiments, de nouveaux instruments. Entre temps, Guyou fut, pendant plusieurs années, examinateur d'admission à l'École navale, et là son influence ne fut pas moins heureuse que dans son enseignement au *Borda*.

Guyou avait un sens très fin de la mécanique; il recherchait une vue directe des choses et recourait le moins possible aux

formules. Je ne comprends bien, disait-il, que la mécanique géométrique. Il a montré dans plusieurs de ses travaux avec quelle habileté il maniait les formules, quand cela était nécessaire, mais il préférait les représentations géométriques, estimant que, si elles sont parfois insuffisantes pour l'étude approfondie de phénomènes complexes, elles font connaître l'allure générale des mouvements et rendent les plus grands services, au moins dans une première approximation.

Un des premiers travaux de Guyou, publié en 1877, se rapporte à une théorie géométrique de la houle cylindrique simple et permanente. Guyou admet au début, comme l'avait fait M. Bertin dans un travail analytique antérieur, que, dans la houle, certaines surfaces dites *d'égale profondeur* coïncident avec les surfaces de niveau ; il retrouve alors, par des raisonnements d'une extrême simplicité, la houle trochoïdale de Gerstner, où les molécules liquides décrivent des circonférences d'un mouvement uniforme et oscillent ainsi autour d'une position moyenne. Il établit de plus que le centre de gravité d'une masse liquide quelconque décrit uniformément une circonférence.

Guyou s'est beaucoup occupé de la théorie du navire. Dès 1879, il étudiait la stabilité de l'équilibre des corps flottants. On sait que, depuis Bouguer, de nombreux auteurs se sont occupés de cette importante question ; de bonne heure, la condition de stabilité, à savoir que le centre de gravité du flotteur doit être au-dessous du plus petit métacentre, fut correctement énoncée. Mais toutes les démonstrations données manquaient de rigueur. Guyou a le premier établi rigoureusement le théorème, dans toute sa généralité. Il part de ce principe que l'équilibre est stable quand le centre de gravité de l'ensemble du liquide et du flotteur est le plus bas possible. Bravais, semble-t-il, avait entrevu la possibilité de se servir de ce principe, mais il n'avait envisagé que des cas très particuliers. La démonstration de Guyou est d'une rare élégance ; elle est devenue classique et s'appuie seulement sur les éléments de la géométrie infinitésimale. Dans le même ordre d'idées, Guyou a généralisé certains résultats de Dupin relatifs aux surfaces de carène. Au lieu de considérer des flottaisons isocarènes et le centre de gravité des volumes correspondants, il envisage plus généralement des tranches comprises entre deux flottaisons isocarènes et la surface lieu de leur centre de gravité, et il obtient pour les courbures

de cette surface une expression très simple donnant à la limite la loi déjà connue des courbures de la surface de flottaison.

Les recherches précédentes furent bientôt suivies de l'étude de la stabilité différentielle à bord des bâtiments. On énonçait encore, en 1879, que tout poids ajouté à un flotteur augmente ou diminue la stabilité suivant que ce poids est placé au-dessous ou au-dessus de la flottaison. Guyou montre que l'on ne doit pas faire intervenir la flottaison, mais un point particulier qu'il a appelé le *métacentre différentiel*. Il étudie aussi la question analogue, dont l'intérêt est évident, relative à la stabilité initiale d'un navire contenant du lest liquide.

Un mémoire étendu, fait en collaboration avec M. Simart, et inséré dans le *Recueil des savants étrangers*, contient d'importants développements de géométrie du navire. Les auteurs y obtiennent, sous forme de séries, des représentations des surfaces de flottaison et de carène à l'aide des équations définissant la forme du navire. L'intérêt de cette question n'est pas purement spéculatif, car aujourd'hui les éléments de stabilité ne doivent pas seulement être calculés pour des inclinaisons très petites, mais jusqu'aux inclinaisons telles que le plat-bord commence à immerger.

On doit à Guyou un volume sur la *Théorie du navire*, où il a rassemblé ses propres travaux et présenté sous une forme très personnelle ceux de ses devanciers. Le but de l'auteur a été de mettre à la disposition des officiers et du public maritime, sous une forme élémentaire, les connaissances acquises relativement à la mécanique du navire. Il y a pleinement réussi : cet ouvrage est un chef-d'œuvre de simplicité et d'élégance. Les développements théoriques y occupent naturellement une place importante; on y trouve aussi de très intéressants développements sur le côté pratique du sujet. Quand la théorie est impuissante, Guyou excelle à faire comprendre, par des images appropriées et d'ingénieux rapprochements, les faits à expliquer. Citons les pages sur la propulsion, sur le mouvement du navire sous voiles et sur les girations des bâtiments à vapeur. Je dois aussi dire quelques mots du chapitre, plein de fines analyses, qui concerne les effets du mouvement du navire sur le personnel et le matériel embarqués, et où sont formulées les règles précises auxquelles on doit se conformer pour l'installation des instruments délicats à bord des bâtiments. Quand un pendule ou un niveau sont

entraînés par le navire d'un mouvement assez paisible, ils indiquent une direction lentement variable qu'on a quelquefois confondue avec celle de la pesanteur. Il n'en est rien; cette verticale apparente diffère de la verticale vraie. On peut faire une remarque analogue pour les toupies tournantes, et il y a lieu également de distinguer le poids apparent du poids réel. On suppose toutefois, dans ce qui précède, que le pendule a une période suffisamment courte et que le mouvement de précession de la toupie est assez rapide. Si, au contraire, la période du pendule est longue, et si la toupie est à précession lente, la direction indiquée se rapproche de la verticale vraie. On sait que ces principes ont été appliqués par Froude et par M. Bertin pour la construction de certains instruments enregistreurs, et aussi par l'amiral Fleuriais dans son horizon gyroscopique, destiné à suppléer à l'horizon de la mer pour la mesure des hauteurs des astres, quand, pour une cause ou une autre, cet horizon n'est pas visible. Guyou avait vu de bonne heure l'intérêt de l'instrument de Fleuriais, qui est employé aujourd'hui de plus en plus dans la marine, et qui paraît destiné à jouer un rôle dans la navigation aérienne. Il a, avec beaucoup de pénétration, expliqué pourquoi l'appareil fonctionne mieux à la mer qu'à poste fixe.

Les phénomènes les plus simples étaient souvent pour Guyou l'objet de judicieuses remarques. Ainsi les expériences de Marey sur la natation des poissons lui suggèrent l'idée d'un propulseur à pénétration tangentielle. Cet appareil consiste dans une palette dont l'axe est perpendiculaire à la direction de la quille du navire et à laquelle la machine imprime un mouvement tel que, pour une valeur déterminée du rapport de la vitesse du navire à la vitesse angulaire de l'arbre moteur, elle glisse tangentiellement dans le liquide à la manière de la vis dans l'écrou, ce qui peut être réalisé de diverses manières. Pour toute autre valeur du rapport indiqué, la palette glisse sur une trajectoire sinueuse à laquelle elle se présente obliquement, de manière à être soumise à une pression accélératrice ou retardatrice. L'idée précédente mériterait d'être poursuivie.

Dans une autre circonstance, l'attention de Guyou est appelée sur les photographies de Marey faisant connaître les mouvements que certains animaux exécutent pour retomber sur leurs pieds. Notre collègue explique immédiatement ce retournement spon-

tané de l'animal, qui peut au premier abord paraître impossible en vertu du théorème des aires; mais un examen plus approfondi de ce théorème montre qu'un système déformable partant du repos peut, par le seul travail des forces intérieures, tourner d'un angle quelconque autour de son centre de gravité, tous ses points se trouvant à la fin de la rotation dans les mêmes positions relatives qu'au début. Dans les photographies de Marey, lorsque l'animal, par une contraction de ses muscles, imprime à son corps un mouvement de torsion, il donne par l'extension de ses pattes un grand moment d'inertie à la partie qui tourne dans le sens négatif, tandis que la partie qui tourne dans le sens positif, et où les pattes sont ramenées le long du corps, a un plus petit moment d'inertie. Après deux phases du mouvement, où le rôle des pattes avant et arrière est interverti, les parties de l'animal sont revenues dans la même position relative, et il a tourné d'un certain angle. La question du chat retombant sur ses pattes eut à la fin de 1894 son heure de célébrité. J'ajoute qu'il ne faudrait pas croire que la variation du moment d'inertie pendant la déformation du système est nécessaire pour amener la rotation continue. Un homme marchant sur un disque horizontal mobile autour d'un axe vertical et restant toujours à la même distance de l'axe a fait tourner le disque d'un certain angle, quand il est revenu à son point de départ, et le moment d'inertie du système n'a cependant pas changé. Pour des raisons analogues, nous augmentons la vitesse angulaire de rotation de la terre quand nous marchons vers l'ouest sur un parallèle et nous la diminuons quand nous marchons vers l'est; peut-être dans le cas d'immenses charriages portant sur de grandes masses, cette variation a-t-elle pu être sensible pendant le cours des âges géologiques.

Je tiens encore à rappeler une note d'une remarquable simplicité sur le gyroscope de Foucault, dont la théorie est faite par Guyou d'un trait de plume, en supposant que l'attraction de la Terre est constante dans l'étendue occupée par l'instrument. Cette hypothèse est aussi acceptable que celle dans laquelle la pesanteur apparente est supposée constante, quand il s'agit simplement de montrer le mouvement de rotation de la Terre, la différence portant simplement sur des termes dépendant du carré de la rotation diurne.

Chef du service des instruments nautiques au service hydro-

graphique de la marine, Guyou dut s'occuper des divers instruments placés à bord des navires. Il eut aussi à rédiger des instructions pour les personnes chargées d'entretenir ou utiliser les instruments nautiques. Enfin il réunissait les renseignements recueillis auprès des inventeurs et des constructeurs, et il y joignait les résultats de ses propres études. Sous sa direction, les instruments nautiques de la marine ont subi de nombreux perfectionnements; on doit signaler l'introduction des roses à huit aiguilles de Lord Kelvin, des compas étalons de relèvement, de divers télémètres, ainsi que l'adaptation à tous les habitacles du système de compensation des compas Thomson.

La théorie du magnétisme, en vue de ses applications navales, a fait de la part de Guyou l'objet de nombreuses recherches personnelles. On lui doit une remarquable interprétation géométrique des équations fondamentales de Poisson : la force qui trouble les compas des navires est la résultante de trois forces constantes en intensité d'une définition simple, l'une fixe dans le navire, l'autre fixe dans l'horizon, la troisième mobile à la fois dans le navire et dans l'horizon, tournant dans le sens du navire et d'un angle double. Ce théorème, qui est la traduction géométrique des formules de Poisson, éclaire très vivement tout ce qui se rapporte à la compensation. Il a été donné pour la première fois en 1889 dans la première édition du *Manuel des instruments nautiques*, et est aujourd'hui partout utilisé. Grâce au théorème sur les trois forces, on peut, comme l'a montré Guyou, obtenir des dygogrammes, c'est-à-dire des constructions graphiques à l'aide desquelles on obtient simultanément, pour un cap magnétique donné, la déviation ainsi que la force directrice. Les dygogrammes permettent de déduire, dans les cas usuels, les déviations pour tous les caps des déviations observées à deux caps cardinaux voisins; ils offrent donc un grand intérêt pour la pratique de la navigation. Ces dygogrammes s'obtiennent à l'aide du polygone dynamique des trois forces indiquées plus haut, en regardant l'une d'elles comme fixe, les deux autres se déplaçant par rapport à elle. Suivant la force conservée fixe et suivant la place qu'on donne à cette force dans le polygone, on peut obtenir quatre figures distinctes; quand on place la force fixe entre les deux autres, l'origine et l'extrémité du contour décrivent deux circonférences et l'on a des dygogrammes bicirculaires, particulièrement em-

ployés par Guyou dans les questions de compensation des compas.

En 1895, le Bureau des longitudes avait conçu le projet de refaire les cartes magnétiques du globe, et il avait trouvé pour cette entreprise le concours du département de la marine. Des missions confiées à des officiers de marine ne devaient pas se borner aux opérations à terre; le ministre avait décidé que les traversées des bâtiments de guerre seraient en outre utilisées, dans la mesure du possible, pour la détermination des éléments en mer. Il n'existait alors aucune formule, ayant quelque valeur scientifique, pour corriger les résultats observés à bord de l'influence du fer des bâtiments. Guyou fut chargé d'établir les formules convenables. Il y réussit, en partant des formules de Poisson développées en séries trigonométriques et résolues par la méthode des moindres carrés. Le navire choisi était un croiseur, le *Dubourdieu*, qui voyagea pendant plusieurs mois. Le choix d'un navire en fer était assez peu heureux; néanmoins, l'accord de résultats déduits d'observations très différentes témoigne de la précision de la méthode donnée par Guyou, malgré les conditions excessives de l'application. Au bout de cinq mois, les missions magnétiques furent supprimées. Il reste de cette campagne interrompue le résultat important, tout à l'honneur de notre collègue, que, même sur un bâtiment en fer comme le *Dubourdieu*, dont les déviations dépassent 20°, il est encore possible à un bon observateur d'obtenir des valeurs satisfaisantes pour les éléments magnétiques. On sait que, aux États-Unis, l'Institution Carnegie a plus récemment, avec un navire en bois spécialement construit à cet effet, entrepris une étude systématique du magnétisme terrestre. Espérons que, quelque jour, l'entreprise qu'avait en vue le Bureau des longitudes pourra être reprise par lui, mais limitée à la France, dont les cartes magnétiques laissent à désirer.

Parmi les instruments introduits dans la marine sur l'initiative de Guyou, un télémètre construit spécialement sur ses indications mérite une mention particulière. Ce télémètre a pour principal objet la mesure angulaire d'une base de longueur connue située sur un navire éloigné; son principe est celui de l'héliomètre de Bouguer, c'est-à-dire de l'objectif scié en deux parties suivant un diamètre. C'est un instrument remarquable, dont l'emploi s'est beaucoup étendu et qui peut être associé

avantageusement à un télémètre portant lui-même sa base.

Il nous reste à dire quelle a été l'œuvre de Guyou en astronomie nautique. Elle est fort importante, et c'est par elle que notre collègue est surtout connu des jeunes officiers de marine. L'origine de la plupart des travaux d'astronomie nautique de Guyou se trouve dans ses cours au *Borda* de 1881 à 1884, qui sont devenus classiques à l'École navale.

Les traités de navigation ont longtemps présenté quelque confusion. Voulait-on une latitude, une longitude, un azimut, on cherchait dans le chapitre consacré à ces sujets, et, parmi les méthodes indiquées, on choisissait celle qu'on préférait. A moins d'avoir beaucoup réfléchi à ces questions, il était impossible de se rendre compte pourquoi on donnait tant de solutions diverses et d'inégale précision pour un même problème. Guyou a voulu, autant que possible, présenter l'astronomie nautique sous une forme méthodique et rationnelle. En réalité, les problèmes que doit résoudre le marin restant les mêmes, les méthodes qu'il doit appliquer et la précision qu'il peut atteindre dépendent de la nature de ses ressources en instruments : compas, loch, sextant, chronomètres. Les méthodes doivent donc être classées d'après les ressources nécessaires à leur application.

Nous ne parlerons pas, malgré leur intérêt, des travaux de Guyou sur la méthode des distances lunaires. Quoique la marche proposée pour avoir par cette méthode une précision suffisante fût fort ingénieuse, elle n'a pas été adoptée par les marins, qui ont renoncé aux observations des distances lunaires.

Guyou a fait connaître en 1883 une propriété essentielle des courbes de hauteur, c'est-à-dire des courbes qui représentent sur la carte de Mercator les cercles de la sphère, et qu'il appelle des *cycliques*. Cette propriété consiste en ce qu'une cyclique quelconque représente encore un cercle, quelle que soit la position où on l'amène par un mouvement de translation. Les courbes de hauteur sont classées en trois catégories, suivant que le plan des cercles correspondants sur la sphère coupe l'axe terrestre extérieurement aux pôles, entre les deux pôles, ou passe par un des pôles; dans ce dernier cas, il y a une courbe unique en parabole. Au premier abord, ce transfert d'un problème de la sphère à la carte ne paraît pas devoir être avantageux, les cercles de la sphère étant remplacés par des courbes transcendantes; mais les propriétés indiquées plus haut amènent des simplifications

considérables, et c'est d'elles que Guyou a tiré les méthodes de calcul de point dont nous allons parler.

Les problèmes nautiques ont surtout pour but de calculer le point, c'est-à-dire la position du navire en mer, et de régler les chronomètres. Le point s'obtient par la rencontre de deux lieux géométriques déterminés simultanément ou ramenés au même instant. Rappelons que le lieu des points de la sphère terrestre où, à un instant donné, un astre est vu à la même hauteur au-dessus de l'horizon, est un cercle, appelé *cercle de hauteur*, ayant pour centre le point de la surface de la terre, où l'astre est au zénith, et pour rayon un arc de grand cercle égal au complément de la hauteur de l'astre ; ce cercle est représenté sur la carte par une certaine cyclique. A une position approchée du navire obtenue par l'estime correspond un point sur la carte. Le problème de la droite de hauteur consiste, comme on le sait, à obtenir dans le voisinage de ce point un point de la cyclique, dit *point déterminatif*, et à mener par ce point une tangente à cette courbe : cette tangente est la droite de hauteur. Le point déterminatif peut être choisi d'une infinité de manières. La méthode ancienne, à laquelle est attaché le nom de Marc Saint-Hilaire, consistait à prendre sur le cercle de hauteur le point le plus voisin du point estimé, dit le *point rapproché*. Guyou procède autrement. Il fait glisser sur la carte, parallèlement au méridien, la cyclique et le point estimé ; il y a sur la sphère un nouveau cercle et un nouveau point, et l'on peut pour ce nouveau cas envisager le point rapproché que l'on reporte sur le cercle primitif, ce qui donne sur celui-ci un autre point déterminatif.

Guyou montre que, parmi toutes ces solutions, il en est une pour laquelle les erreurs sont réduites le plus possible, et que cette solution est celle que l'on obtient en supposant la courbe de hauteur déplacée sur la carte de manière que le parallèle estimé coïncide avec l'équateur : c'est ce qu'il appelle la *réduction à l'équateur*. Il pousse même plus loin l'étude de la question en montrant que l'on peut, dans le tracé du lieu géométrique du navire sur la carte, substituer à la droite de hauteur le cercle de courbure de la cyclique et obtenir ainsi un résultat plus précis, avantageux dans certains cas.

Tous les cas particuliers de la hauteur méridienne, des hauteurs circumméridiennes, circumzénithales ou simultanées, sont examinés en détail.

La nouvelle méthode a réalisé un très grand progrès pour la solution des problèmes de navigation; elle possède sur toutes les précédentes cette double supériorité, de permettre de déterminer la droite de hauteur avec toute la précision que comportent les observations, puis de se prêter à une réduction en tables d'un maniement fort simple. Les calculs sont réduits à quelques additions ou soustractions, et une construction graphique, faite avec une règle et un rapporteur, permet de saisir le sens des opérations et d'éviter toute erreur.

En 1911, parurent les *Nouvelles tables de navigation*, couronnant l'œuvre astronomique de notre collègue, tables destinées au calcul des droites de hauteur et du point à la mer, ainsi qu'au réglage des chronomètres pour les besoins de la navigation. Ces tables sont très supérieures à celles antérieurement en usage. Leur précision dépasse celle qu'on peut avoir par les observations prises au sextant, et elle est suffisante pour le réglage des chronomètres obtenu par des observations faites à terre. Si l'on pense aux progrès incessants du matériel naval, à l'augmentation continue de la vitesse, à la concurrence commerciale exigeant pour les paquebots l'entrée dans les ports à des heures fixes, à l'obligation pour le navire de guerre d'utiliser toutes les ressources de la science nautique afin d'assurer le succès de sa mission, on appréciera l'intérêt considérable que présente le perfectionnement des méthodes de navigation. Aussi les tables de Guyou ont trouvé auprès des marins l'accueil le plus favorable, et elles ont rendu son nom populaire dans la marine, non seulement en France, mais aussi en Russie et en Italie, où ses travaux étaient très appréciés.

En 1885, Guyou, alors lieutenant de vaisseau, présentait, au Bureau des longitudes, un mémoire dans lequel il faisait remarquer que les grands progrès réalisés par la *Connaissance des temps* pour les besoins des astronomes rendaient cet ouvrage moins commode pour les marins, et demandait qu'un recueil spécial fût publié pour ces derniers. Après plusieurs années et une longue enquête, le nouveau recueil fut créé sous le nom d'*Extrait à l'usage des marins*, et la direction en fut confiée par le Bureau à Bouquet de la Grye, qui la conserva jusqu'à sa mort en 1910. Guyou fut alors chargé de cette publication. Au lieu d'en faire un simple extrait de la *Connaissance des temps*, il en fit, dès 1912, un ouvrage approprié à la navigation. C'était la

première fois que des éphémérides préparées spécialement pour les calculs de navigation étaient mises à la disposition des marins. Tout d'abord, la précision des tables a été réduite aux limites utilisables dans la navigation courante; les interpolations et les calculs ont été ainsi beaucoup facilités. Puis les données astronomiques y ont été présentées dans la forme même qui permet de les utiliser directement, et par suite d'effectuer les calculs nautiques de la façon la plus simple. Enfin, on y a ajouté une *Table du point*, afin que l'*Extrait* puisse suffire seul à la préparation des calculs des droites de hauteur. Récemment, sur l'initiative du service hydrographique, le ministre de la marine a demandé aux intéressés quelle était leur opinion sur l'*Extrait de la connaissance des temps*. L'enquête a été entièrement favorable à la nouvelle rédaction, et Guyou, au soir de sa vie, eut la satisfaction de constater que ses idées étaient approuvées par tous les marins.

Guyou a écrit pour nos publications quelques articles que je dois rappeler. Il s'était depuis longtemps intéressé à l'application de la division décimale du quart de cercle à la pratique de la navigation. Il en était un partisan résolu, tout en reconnaissant que l'opposition des astronomes à l'introduction des idées nouvelles, malgré l'exemple et l'autorité de Laplace, s'appuie sur de bonnes raisons en ce qui concerne les observations et les documents astronomiques. En France, l'usage du *grade* tend à se généraliser dans les services publics : service géographique de l'armée, services du génie, des ponts et chaussées et des mines. Dans le volume de nos *Annales*, en 1899, et dans l'*Annuaire pour l'an* 1902, Guyou fait connaître le résultat des essais entrepris dans notre marine, sous la direction du Bureau des longitudes, pour l'application des unités angulaires décimales à la navigation; ces expériences lui paraissaient très satisfaisantes.

Guyou a été, pendant plusieurs années, directeur de l'observatoire que le Bureau des longitudes possède au parc de Montsouris. Dans l'*Annuaire de* 1908, il en raconte l'histoire et montre les services considérables que cette école d'astronomie pratique rend aux marins, aux géographes et aux voyageurs. Rappelons que la transmission précise de l'heure par le téléphone a été faite pour la première fois par cet observatoire en 1905; dans cette expérience, on transmettait directement le

bruit des battements de la pendule au moyen d'un microphone spécial introduit dans la boîte de l'instrument, sans faire intervenir, bien entendu, aucun contact électrique.

On voit comme a été bien remplie la vie d'Émile Guyou. Il fut à la fois un homme de science et un homme d'action. Il se regardait avant tout comme un marin, et le savant, chez lui, n'eut d'autre souci que de faire progresser les sciences nautiques, qu'il voyait, avec peine, trop délaissées. On ne saurait exagérer l'importance de l'œuvre qu'il a accomplie en astronomie nautique. S'il nous était permis ici d'émettre un vœu, nous souhaiterions qu'un jour le nom de ce bon serviteur du pays fût donné à un navire important de notre flotte.

Les travaux de Guyou attirèrent de bonne heure l'attention de l'Académie des sciences, qui lui décernait, en 1887, le prix Plumey pour sa *Théorie du navire*, et, en 1891, une part du prix de la marine pour son *Manuel des instruments nautiques*. Le 15 janvier 1894, Guyou était élu membre de l'Académie des sciences en remplacement de l'amiral Pâris. En 1896, il succédait à l'amiral Fleuriais comme membre titulaire du Bureau des longitudes. Il avait été nommé capitaine de frégate le 14 mars 1887.

Tous ceux qui ont approché Guyou garderont le souvenir de la droiture de son caractère et de la sûreté de son commerce. Personne moins que lui ne fut l'homme des combinaisons où se plaisent les habiles. Il défendait avec énergie les causes qu'il croyait justes, et aucune considération étrangère ne pouvait le décider à modifier les décisions qu'il avait prises après mûre réflexion. Depuis près de huit ans, la maladie l'éloignait de nous, mais son intelligence ne fut jamais plus vive, et l'on a vu que dans ces dernières années il termina des recherches depuis longtemps commencées. Les soins et le dévouement de sa femme prolongèrent son existence, et il eut la satisfaction de pouvoir suivre l'éducation de son fils et l'aider de ses conseils. Il aimait à recevoir les amis et les collègues qui venaient lui rendre visite et qui sortaient souvent de sa chambre, émus de la sérénité et de la résignation d'un malade que ne quittait pas l'idée d'une mort prochaine. Depuis un an, le mal impitoyable semblait avoir une accalmie. On eût dit que, à force de volonté, Guyou voulait vivre assez pour voir le dénouement du drame effroyable qui se joue en ce moment et que son patriotisme

éclairé sentait venir depuis longtemps. Son vœu n'a pas été exaucé. Il était parti pour la Bretagne, au milieu de juillet, relativement content de sa santé; dans les premiers jours du mois d'août, la fièvre le prit, et Guyou ne se fit plus aucune illusion. « J'ai la fièvre, mais je ne souffre pas, écrivait-il le 3 août, il me semble que c'est ainsi que la bienfaisante nature arrange les choses pour se séparer à l'amiable de ses créatures à l'heure marquée par les destins. » Il s'est éteint sans souffrances le 25 août, et repose maintenant dans le cimetière de Lannion.

Depuis la mort de Henri Poincaré, Guyou était le plus ancien d'entre nous par la date de sa nomination. Nous conserverons pieusement le souvenir du marin éminent qui s'est efforcé, avec un plein succès, d'accroître encore les relations entre la marine et le Bureau des longitudes.

LES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

EN FRANCE

DEPUIS UN DEMI-SIÈCLE [1]

On se propose d'indiquer ici succinctement la part prise par la France dans le progrès des mathématiques pures, pendant la seconde moitié du XIXe siècle et dans les premières années du siècle actuel, sans avoir la prétention de donner en quelques pages un tableau complet, et en laissant de côté des travaux trop récents, pour lesquels le recul paraît insuffisant.

Pendant la première moitié du XIXe siècle, les voies les plus fécondes avaient été ouvertes par Fourier, Cauchy et Galois. L'ouvrage de Fourier sur la théorie analytique de la chaleur est célèbre en physique mathématique ; il contient le germe des méthodes employées dans l'étude des équations différentielles auxquelles conduisent de nombreuses théories physiques, et les séries célèbres qui portent le nom de Fourier ont fait l'objet d'immenses généralisations. L'activité de Cauchy fut prodigieuse et s'étendit à tous les domaines des mathématiques pures et appliquées. Sa plus grande création fut celle de la théorie des fonctions de variables complexes; il a ainsi donné une vie nouvelle à l'analyse mathématique, et, en ce sens, les travaux les plus modernes relèvent de lui. On doit les notions les plus essentielles sur la théorie des groupes à Évariste Galois, qui en a fait d'admirables applications à la théorie des équations algébriques et montra qu'à chaque équation correspond un groupe de substitutions dans lequel se reflètent les caractères essentiels de l'équation. D'ailleurs, les notions introduites par Galois

---

[1] Chapitre consacré aux sciences mathématiques dans « Un demi-siècle de civilisation française (1870-1915) », Hachette, 1916.

dépassent de beaucoup en réalité le domaine de l'algèbre et s'étendent au concept de groupe d'opérations dans son acception la plus étendue. Si brève qu'ait été la vie de Galois, qui disparut à 20 ans dans une obscure querelle, il avait fait aussi en analyse des découvertes capitales sur les intégrales de différentielles algébriques, comme le montre une lettre écrite la veille de sa mort.

Les trois grands noms que nous venons de citer sont représentatifs des mentalités que l'on rencontre chez ceux qui cultivent les sciences mathématiques. A ce sujet, il ne sera pas inutile d'indiquer les points de vue divers sous lesquels ces sciences peuvent être envisagées. Pour Fourier, l'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques. L'affirmation est exacte d'une manière générale; il est vrai, comme le dit l'illustre géomètre et physicien, que la physique a été souvent l'origine première de grandes théories analytiques, mais il ne faut pas ajouter que l'analyse est uniquement utile au physicien, parce qu'elle constitue une langue d'une admirable clarté, qui n'a pas de signe pour exprimer les notions confuses et procure à la pensée une véritable économie. C'est méconnaître que le calcul a devancé parfois l'expérimentation, c'est méconnaître aussi l'admirable puissance de transformation du raisonnement et du calcul mathématiques. Des notions, identiques au fond, peuvent avoir des formes très différentes, et il arrive que la forme soit essentielle; telle aussi l'énergie peut être constante en quantité, mais variable en qualité. La phrase, quelquefois citée, qu'il n'y a dans une formule que ce que l'on y a mis, est vide de sens ou n'est qu'un pur truisme. Il n'y a par exemple dans la mécanique céleste que la loi de la gravitation universelle et quelques constantes fournies par l'observation, mais d'innombrables transformations de calcul nous font passer de ce point de départ à l'explication de presque toutes les particularités des mouvements des astres. Ce n'est pas assez non plus que de vanter la clarté du langage analytique; en fait, il a joué un rôle important pour la plus grande extension des principes. Par le simple jeu de ses formules, l'analyse peut suggérer des généralisations dépassant beaucoup le cadre primitif. N'en a-t-il pas été ainsi avec le principe des déplacements virtuels en mécanique, dont l'idée première vient des mécanismes les plus simples ? La forme analytique qui le

traduisait, où apparaissent des sommes de produits de deux facteurs, suggéra des extensions qui conduisirent de la mécanique rationnelle à la mécanique chimique à travers la physique tout entière. Un autre exemple est encore fourni par les équations de Lagrange; ici des transformations de calcul ont donné le type des équations différentielles, auxquelles certains ont proposé de ramener la notion d'explication mécanique. Le mathématicien a créé un moule témoignant de l'importance de la forme d'une relation analytique; il va de soi qu'il appartient à l'expérience de vérifier si l'instrument forgé est assez souple pour se prêter aux concordances expérimentales.

Si la mécanique et la physique mathématique sont pour le mathématicien pur une mine fructueuse, il s'en faut de beaucoup que les questions de philosophie naturelle soient l'unique objet de ses méditations. On le comprend assez par ce qui précède, et la marche n'est pas parallèle entre la théorie pure et ses applications. Le monde des formes et des grandeurs abstraites est en lui-même un sujet d'études, sur lequel l'esprit humain fait travailler les règles logiques qu'il a lentement élaborées à travers les âges. L'imagination a aussi sa part dans ces recherches, et la mathématique a une valeur à la fois scientifique et artistique. Là, comme dans bien d'autres domaines, le beau et l'utile se rejoignent parfois, et des spéculations théoriques, restées pendant longtemps éloignées de toute application, ont pu un jour être utilisées. Beauté et simplicité vont d'ailleurs de pair, et l'on sait que le mot *élégance* revient souvent sur les lèvres des géomètres.

Le XVIIe et le XVIIIe siècle virent presque toujours les mathématiques et leurs applications cultivées par les mêmes savants. Il devait arriver un moment où des spécialisations s'établiraient; c'est une loi générale, qui régit malheureusement tous les ordres de recherches, et à laquelle échappent seuls quelques rares esprits, assez puissants pour ne pas avoir à sacrifier l'étendue à la profondeur. Les problèmes analytiques posés exigeaient de nouveaux perfectionnements. Une ère nouvelle commençait pour les mathématiques, rappelant, toutes proportions gardées, les temps où la géométrie grecque, devenue autonome, s'était séparée des spéculations cosmogoniques auxquelles elle avait été liée à une époque antérieure. Fourier et Poisson cultivèrent à peu près exclusivement les parties de l'analyse se rapportant

à la physique, tandis que les recherches de Galois furent d'un caractère essentiellement abstrait. Quant à Cauchy, il fut à la fois un grand théoricien de la physique et de la mécanique, et un inventeur de génie en mathématiques pures.

I. — Les fonctions analytiques.

Plaçons-nous maintenant dans les environs de 1850. Cauchy, avons-nous dit, est le créateur de la théorie des fonctions *analytiques;* non pas qu'il l'ait présentée d'une manière didactique. Son esprit, toujours en travail, se souciait peu de donner à ses conceptions une forme parfaite. Les lois des fonctions analytiques appliquées à des fonctions particulières ont souvent donné avec facilité leurs principales propriétés. La théorie des fonctions elliptiques en offre un mémorable exemple. Ainsi Liouville a traité le premier de la théorie générale des fonctions doublement périodiques; peu après, Hermite intégrait le long d'un parallélogramme de périodes et obtenait la décomposition fondamentale en éléments simples. Le mémoire de Puiseux sur les fonctions algébriques d'une variable a fait époque, en donnant une idée précise d'un mode d'existence de fonctions non uniformes; c'est dans ce travail qu'est posée nettement la notion de période d'une intégrale, indiquée seulement par Cauchy. Briot et Bouquet ont été aussi parmi les premiers pionniers mettant en lumière la fécondité et la puissance des idées de Cauchy. Leur étude sur certaines équations différentielles à intégrales uniformes, et surtout leur mémoire sur les singularités correspondant au cas où le coefficient différentiel est indéterminé, resteront dans l'histoire de la science; ce dernier travail appelait pour la première fois l'attention sur les points singuliers. Dans leur grand ouvrage sur les fonctions elliptiques, Briot et Bouquet ont voulu, suivant leur propre expression, rendre à Cauchy la justice qui ne lui a pas toujours été rendue.

On voit combien à ses débuts la théorie des fonctions d'une variable complexe a été une science essentiellement française; elle est toujours restée en grand honneur chez nous. Depuis 40 ans, une partie importante de notre effort a été consacrée, soit aux fonctions analytiques en général, soit à certaines fonc-

tions spéciales. L'édifice fut repris à la base simultanément en France par Méray et en Allemagne par Weierstrass, en prenant comme premier élément de la théorie la série entière. Les deux points de vue, celui de Cauchy, adopté plus tard par Riemann, et celui de Méray-Weierstrass, se raccordent d'ailleurs très vite, et il n'y a aucun intérêt, tout au contraire, à apporter là un esprit systématique.

Les fonctions analytiques ont fait pendant de nombreuses années l'objet de l'enseignement d'Hermite; citons d'abord parmi ceux qui ont fait progresser la théorie générale les noms de Laguerre, Poincaré, Picard, Appell, Goursat, Painlevé, Hadamard, Borel. La démonstration du théorème de Cauchy sur l'intégrale nulle le long d'un contour supposait la continuité de la dérivée; Goursat montra que cette hypothèse est inutile.

Cauchy et ses premiers disciples français avaient seulement considéré les pôles des fonctions uniformes. Le géomètre allemand Weierstrass appela l'attention sur une singularité plus complexe, le point singulier essentiel. Picard établit que, dans le voisinage d'un point singulier essentiel isolé, la fonction prend une infinité de fois toute valeur donnée, une exception étant possible seulement pour *deux* valeurs au plus; diverses conséquences résultent de là pour les fonctions entières. La démonstration utilisait la fonction modulaire de la théorie des fonctions elliptiques, fonctions à singularités plus élevées présentant précisément la propriété qu'on veut démontrer être impossible. Ces propositions donnèrent lieu à un grand nombre de travaux. Borel, le premier, indiqua le principe d'une démonstration, où n'intervenait pas la transcendante indiquée.

Depuis 1880, les généralités sur les fonctions uniformes, mises sous forme de séries ou de produits infinis, ont été étudiées par les géomètres cités plus haut. Rappelons notamment les developpements, en séries de polynomes, d'Appell et de Painlevé, les fonctions à espaces lacunaires de Poincaré et de Goursat, et plus récemment certains développements de Montel.

L'étude des séries entières sur leur cercle de convergence est de la plus haute importance. Dans son beau mémoire sur l'approximation des fonctions de grands nombres, Darboux a tiré un parti très heureux du cas où les singularités sur ce cercle sont de nature simple. Le travail d'Hadamard sur cette question est fondamental et a appelé en particulier l'attention

sur des cas étendus où le cercle de convergence est une coupure; il a été suivi dans cette voie par Borel, Leau et Fabry; celui-ci a pu établir que, en général, le cercle de convergence est une coupure. La considération d'une certaine intégrale définie par Hadamard a été féconde et fut l'origine de nombreuses recherches ultérieures.

La notion de genre a été introduite par Laguerre dans la théorie des fonctions *entières;* elle est intimement liée à la distribution des racines de la fonction. Poincaré a donné une condition nécessaire pour qu'une fonction soit de genre donné. Hadamard put démontrer que la condition est suffisante, et il établit un lien entre la décroissance des coefficients et la croissance des racines; de ces résultats il a fait une application remarquable à l'étude d'une fonction célèbre considérée par Riemann dans la théorie des nombres premiers. Borel s'est occupé avec grand succès de la distribution des racines des fonctions entières et de l'impossibilité de certaines identités; il a étudié, après Hadamard, la difficile question de la croissance des fonctions entières, sujet qu'ont encore approfondi dans des études récentes Boutroux; Denjoy et Valiron.

La notion de série divergente sommable, telle qu'elle a été posée par Borel, s'est montrée très féconde pour l'extension d'une série entière au delà de son cercle de convergence, même dans le cas où le rayon de ce cercle est nul. On doit à Painlevé d'importants développements dans cet ordre d'idées, qui se raccorde avec les résultats de Mittag-Leffler sur *l'étoile* d'une fonction. La plupart des travaux précédents ont été exposés d'une manière didactique dans une collection précieuse sur la théorie des fonctions, publiée par Borel et ses collaborateurs français Lebesgue, Boutroux, Baire, Montel qui y font aussi connaître leurs travaux personnels.

La théorie générale des fonctions multiformes présente de grandes difficultés. Poincaré a démontré à ce sujet un théorème remarquable et bien inattendu : étant envisagée une fonction multiforme quelconque d'une variable, on peut exprimer fonction et variable par des fonctions uniformes d'un paramètre, résultat considérable qui montre que, au moins théoriquement, les fonctions multiformes se ramènent aux fonctions uniformes. Painlevé a fait une classification rationnelle des singularités des fonctions analytiques.

Si, d'une variable, on passe à deux variables, les difficultés augmentent considérablement. L'extension aux intégrales doubles du théorème fondamental de Cauchy relatif aux intégrales prises le long d'un contour a été réalisée par Poincaré; on en déduit la notion de résidu d'une fonction rationnelle. Il faut encore citer le théorème de Poincaré sur la possibilité de mettre sous la forme de deux fonctions entières toute fonction uniforme n'ayant que des singularités non essentielles à distance finie, résultat étendu par Cousin à un nombre quelconque de variables.

Jetons maintenant un coup d'œil sur quelques fonctions spéciales. Il n'en est pas qui aient été plus étudiées que les fonctions algébriques d'une variable depuis le mémoire de Puiseux. La notion capitale du *genre* d'une courbe algébrique avait été entrevue par Abel; elle fut certainement approfondie par Galois, comme le montre une lettre rappelée précédemment. Mais la théorie fut complètement reprise par Riemann et Weierstrass, et poussée à un haut point de perfection. Les intégrales de différentielles algébriques ont fait, au point de vue de la réduction, l'objet des travaux de Picard et de Poincaré. Appell s'est occupé des fonctions à multiplicateurs, et, dans le cas elliptique, a étudié les développements en éléments simples des fonctions doublement périodiques de troisième espèce. La découverte des fonctions, que Poincaré a appelées *fonctions fuchsiennes*, et qui restent invariables, par les substitutions d'un groupe linéaire discontinu conservant une circonférence, restera à jamais mémorable. Ces fonctions lui ont permis de faire une représentation paramétrique uniforme d'une courbe algébrique quelconque : c'est là certainement un des résultats les plus profonds obtenus depuis 50 ans en analyse. Les fonctions fuchsiennes correspondant à une courbe de genre supérieur à l'unité ont comme singularités essentielles soit la circonférence entière, soit sur celle-ci un ensemble parfait discontinu de points; c'est ce qui résulte d'un théorème général de Picard, d'après lequel deux fonctions uniformes autour d'un point, liées par une relation algébrique de genre supérieur à *un*, ne peuvent avoir ce point comme point singulier essentiel isolé. Il y a des groupes linéaires plus généraux que les groupes fuchsiens; Poincaré les étudie sous le nom de *groupes kleinéens*.

La circonférence ici est remplacée par des courbes étranges ayant en chaque point une tangente, mais n'ayant pas de courbure.

On peut développer les fonctions non seulement en séries et produits infinis, mais les mettre aussi sous forme de fractions continues. Laguerre et Halphen ont signalé à ce sujet des circonstances curieuses, et un mémoire de Stieltjes renferme des résultats généraux sur la convergence de certaines fractions continues, convergence qui peut cesser le long de certaines lignes. Au point de vue historique, Laguerre paraît avoir donné le premier exemple d'une série divergente, d'où l'on peut déduire une fraction continue convergente.

Dans le champ des fonctions spéciales de plusieurs variables, les fonctions abéliennes ont été le plus étudiées. Les mémoires d'Hermite sur la division et la transformation de ces fonctions sont classiques. Poincaré, Picard et Appell ont donné diverses démonstrations de la relation, énoncée par Riemann, entre les périodes d'une fonction de n variables à $2n$ périodes. Cousin a été le plus loin dans cette voie, en étudiant les relations entre les périodes d'une fonction de n variables à $n + 2$ périodes. Les fonctions abéliennes *singulières* ont été l'objet des travaux d'Humbert, qui en a tiré des résultats intéressant non seulement la théorie des fonctions, mais aussi la géométrie et la théorie des nombres. On doit à Hermite l'étude de polynomes généralisant les polynomes de Legendre, et il a été suivi par Didon et par Appell qui a découvert aussi des séries hypergéométriques de deux variables. Des transcendantes nouvelles présentant un théorème de multiplication et comprenant comme cas particuliers les fonctions abéliennes, ont été introduites par Poincaré et par Picard.

Après les études de Poincaré sur les fonctions fuchsiennes, il était naturel de rechercher des groupes discontinus à deux variables et des fonctions correspondantes. Les types sont ici très nombreux. L'étude des groupes linéaires et de certains groupes quadratiques a été abordée par Picard et l'a conduit aux fonctions hyperfuchsiennes et hyperabéliennes.

Quand on passe d'une à deux variables, les différences sont profondes dans la théorie des fonctions algébriques, comme il résulte des travaux de Picard, qui a posé les principes de la théorie des intégrales de différentielles totales et des intégrales

doubles attachées à une surface algébrique, ainsi que de leur périodicité. Les nombres des intégrales distinctes, simples et doubles, de seconde espèce sont deux *invariants* fondamentaux de la surface. Il faut y ajouter un troisième invariant découvert aussi par Picard, en relation étroite avec les courbes algébriques tracées sur la surface. Certains points de la théorie des surfaces algébriques peuvent être rapprochées de questions de *géométrie de situation*, questions difficiles, quand on les prend dans toute leur généralité, et sur lesquels Poincaré a écrit de profonds et difficiles mémoires. Les surfaces hyperelliptiques, signalées d'abord par Picard, ont été étudiées d'une manière approfondie par Humbert, qui a découvert à leur sujet des théorèmes d'une grande élégance.

Je ne veux pas terminer ce chapitre consacré aux fonctions analytiques sans rappeler que, dans ces dernières années, Borel a insisté sur ce que, des deux notions, *l'analyticité* au sens de Weierstrass, et la *monogénéité* au sens de Cauchy, c'est cette dernière qui est l'essentiel. La théorie des fonctions analytiques ne serait donc qu'un cas particulier de la théorie des fonctions monogènes.

II. — Les équations différentielles.

Au XVIIe siècle, le développement de la dynamique naissante fut l'origine des plus grands progrès de l'analyse. Ce fut une époque décisive dans l'histoire de la science que le moment où l'on se rendit compte avec précision que l'étude des phénomènes naturels était susceptible de prendre une forme mathématique, et cela surtout, quand le développement de la mécanique conduisit à postuler que les modifications d'un système dépendent uniquement de l'état actuel de celui-ci ou, tout au plus, de cet état et de l'état infiniment voisin. On fut ainsi conduit à des équations différentielles, c'est-à-dire à des relations entre des fonctions et leurs dérivées. Cette idée a, depuis le XVIIIe siècle, orienté le développement de l'analyse. Les problèmes posés par la géométrie eurent aussi une part dans cette orientation. On voit donc l'importance de la théorie des équations différentielles dont nous allons suivre maintenant les principaux progrès.

C'est à Cauchy que l'on doit les premières démonstrations rigoureuses de l'existence des intégrales des équations différentielles. Quand les équations et les données sont analytiques, l'idée essentielle consiste dans la considération de fonctions majorantes; pour le cas général des systèmes d'équations aux dérivées partielles, la démonstration complète a été donnée par Riquier, Delassus et, dans un ordre d'idées un peu différent, par Cartan. Il y eut longtemps quelques hésitations sur la notion même d'intégrale générale pour une équation aux dérivées partielles; Ampère et Cauchy ne se plaçaient pas au même point de vue. Goursat a montré que le point de vue de Cauchy est plus général que celui d'Ampère.

Sans supposer les éléments analytiques, Cauchy a donné une méthode pour établir l'existence des intégrales des équations différentielles ordinaires; les développements ainsi obtenus restent valables tant que les intégrales restent continues et laissent continus les coefficients différentiels, comme l'ont montré Picard et Painlevé. Pour le problème classique et d'autres plus généraux, quant aux conditions aux limites, on peut utiliser des méthodes d'approximations successives, dont Picard a donné des exemples très étendus, et qui présentent une grande marge dans leur application, comme l'ont montré ensuite les travaux d'Hadamard, de Coulon, d'Adhémar, de Cotton et autres.

Les équations linéaires sont particulièrement simples. L'étude des points singuliers réguliers avait été faite en Allemagne par Fuchs. Pour les points irréguliers, Poincaré a fait connaître des représentations asymptotiques très cachées des intégrales, valables sur un rayon partant du point singulier, mais pouvant varier quand le rayon change. Une admirable découverte de Poincaré, se rattachant à ses travaux sur les fonctions fuchsiennes, fut l'intégration des équations linéaires algébriques à points singuliers réguliers, au moyen de séries thétafuchsiennes. Parmi les équations spéciales, citons les équations hypergéométriques de Goursat, l'équation de Lamé intégrée par Hermite, les équations de Picard à coefficients doublement périodiques et à intégrale uniforme, les équations d'Halphen intégrables par des exponentielles et des fonctions rationnelles.

Dans les équations non linéaires on ne peut habituellement tirer aucun parti de solutions particulières pour avoir l'inté-

grale générale; c'est ce qui donne un grand prix à un travail de Darboux sur les équations du premier degré, pour lesquelles l'intégrale générale se déduit d'un certain nombre d'intégrales particulières. Les résultats anciens de Briot et Bouquet ont été d'abord complétés par Poincaré et par Picard, puis ensuite par Autonne et Dulac; mais c'était là une étude locale. En dehors des points singuliers visibles sur l'équation, il peut y en avoir d'autres variables d'une intégrale à l'autre. Ceux-ci, d'après Painlevé, sont nécessairement des points critiques algébriques pour les équations du premier ordre, et Poincaré, complétant un résultat de Fuchs, avait montré que l'on est ramené, dans le cas des équations du premier ordre à points critiques fixes, à des quadratures ou à une équation de Riccati. Picard avait indiqué que la méthode de Poincaré ne pouvait pas s'étendre au second ordre, à cause de la possibilité d'une transformation univoque non birationnelle pour une surface. Les difficultés étaient considérables; elles ont été brillamment levées par Painlevé dans une série de travaux très remarquables qui le conduisirent à tous les types d'équations à points critiques fixes. Dans la voie ouverte par Painlevé, ont marché avec succès P. Boutroux, Gambier, Chazy, et Garnier.

L'étude des équations différentielles dans le champ réel est capitale pour la géométrie et la mécanique. Poincaré a consacré de nombreux mémoires à la question des courbes définies par des équations différentielles. Le cas le plus simple est celui des équations du premier ordre et du premier degré; la nature des points singuliers, foyers, cols, nœuds, est d'abord discutée, puis sont envisagées les courbes intégrales fermées (cycles) et celles qui sont asymptotes à un cycle limite. Pour les équations du premier ordre et de degré supérieur, le *genre* d'une certaine surface fermée intervient dans la discussion, et ce n'est pas un des moindres mérites de Poincaré d'avoir montré le rôle de la géométrie de situation dans ces questions. Parmi les recherches qui ont suivi, il faut au moins citer les études de Painlevé sur les trajectoires en dynamique et celles d'Hadamard. Celui-ci montre notamment que l'allure des géodésiques dans les surfaces à courbures opposées et à connexion multiple peut dépendre des propriétés arithmétiques de constantes d'intégration.

Les conditions pouvant déterminer une intégrale d'une équa-

tion aux dérivées partielles sont très variées. Nous avons parlé du problème de Cauchy; l'étude des cas exceptionnels de ce problème conduit à la notion des multiplicités caractéristiques, vaguement entrevue par Monge et Ampère. Pour les équations linéaires du second ordre à deux variables, la détermination d'une surface intégrale par la condition de passer par deux caractéristiques a été d'abord étudiée. Dans son grand ouvrage sur la théorie des équations aux dérivées partielles du second ordre, Goursat a ajouté aux résultats antérieurs ceux de ses belles recherches personnelles. Beudon, Hadamard, Delassus et Le Roux ont aussi réalisé d'importants progrès dans l'étude des caractéristiques.

Pour les équations particulières, les conditions aux limites sont le plus souvent fournies par la géométrie ou la physique. Il arrive en général que tous les éléments envisagés sont réels, et la nature des caractéristiques joue un rôle essentiel dans la position des problèmes. Picard a montré que, pour les équations linéaires, toutes les intégrales sont analytiques quand les caractéristiques sont imaginaires. Les problèmes sont si variés qu'il est impossible de parler de méthodes générales. Cependant, dans des cas étendus, on peut employer les méthodes d'approximations successives de Picard, dont nous avons déjà parlé plus haut; dans d'autres cas, une solution particulière, présentant certaines discontinuités, joue un rôle essentiel : telle la fonction de Green pour le potentiel. On doit de nombreux travaux sur ce sujet à Poincaré, Picard, Hadamard et leurs élèves d'Adhémar, Le Roy, Coulon, Gevrey. Souvent aussi il y a lieu de recourir à des développements généralisant les séries de Fourier, et dont autrefois Fourier lui-même, Poisson, Sturm, et Liouville avaient donné des exemples. Dans cet ordre d'idées, le mémoire de Poincaré sur la méthode de Neumann renferme des vues originales et profondes sur des fonctions dites *fondamentales*. Le grand mémoire de Poincaré sur les équations de la physique mathématique restera particulièrement mémorable; l'existence des harmoniques en nombre infini d'une membrane vibrante, dont Schwarz et Picard avaient étudié les deux premières, y est établie pour la première fois rigoureusement. Depuis lors, la théorie des équations intégrales de Fredholm a permis de traiter autrement les problèmes de ce genre, mais Poincaré aura été là, comme en d'autres domaines, un précurseur.

C'est surtout dans la théorie des équations aux dérivées partielles que la physique et la mathématique se prêtent le mutuel appui dont je parlais au début. J'ajouterai quelques exemples à ceux que nous avons déjà rencontrés. Quand toutes les intégrales ne sont pas analytiques, le prolongement d'une solution réside dans le fait qu'il y a des contacts jusqu'à un certain ordre. Ces notions ont conduit aux résultats importants obtenus par Hugoniot dans la mécanique des fluides et magistralement complétés par Hadamard dans son livre sur la propagation des ondes. Ailleurs, il pourra y avoir des contacts d'ordre infini entre des intégrales non analytiques, et c'est la raison pour laquelle le célèbre théorème de Lagrange sur les potentiels de vitesse en hydrodynamique rationnelle ne subsiste pas pour les fluides visqueux, comme Boussinesq l'a indiqué le premier. Une vue très nette des différentes espèces d'ondes, au point de vue de la propagation, résulte de la considération de différents types d'équations. Dans les équations du type de la chaleur, qui remontent à Fourier, il n'y a pas de vitesse de propagation. Les choses se passent autrement dans les équations du type de la propagation du son, qui est aussi celui de la propagation de la lumière et des ondes électriques; il y a lieu d'envisager là une vitesse de propagation. Les deux types précédents se trouvent rassemblés dans l'équation de la propagation du son dans un liquide visqueux, de l'électricité dans une ligne télégraphique avec self-induction. Il y a, dans ce cas, propagation par ondes avec une vitesse déterminée, mais cette onde s'étale à l'arrière, comme il résulte des travaux de Poincaré, Picard et Boussinesq. Dans des questions un peu différentes, notamment dans une étude sur le principe d'Huyghens, Hadamard a montré l'importance de la parité des dimensions de l'espace et de l'intégrale résiduelle.

Parmi les applications de la théorie des équations différentielles, il en est qui concernent la géométrie. En France et aussi en dehors de notre pays, cette école d'analystes géomètres, pour qui les problèmes de géométrie infinitésimale sont l'occasion de belles recherches analytiques, a actuellement Darboux pour chef; elle se rattache à Monge et à Ampère, tout en utilisant les travaux analytiques les plus récents. Les leçons de Darboux sur la théorie générale des surfaces et ses leçons sur les surfaces orthogonales forment des ouvrages considérables, où l'auteur

expose ses recherches et aussi celles de ses devanciers, en leur donnant une forme nouvelle et originale. Parmi ces devanciers, nous devons citer Liouville, Bertrand, Bonnet, qui ont été au milieu du siècle dernier les dignes continuateurs de Monge. Relativement à l'intégration effective des équations aux dérivées partielles du second ordre, il n'avait été, pendant de longues années après la publication du mémoire d'Ampère de 1818, rien ajouté d'essentiel à la théorie développée par le grand géomètre et physicien. Darboux, en 1870, publia un mémoire fondamental faisant connaître une méthode nouvelle, où il substitua aux équations de Monge une suite indéfinie de systèmes analogues, trouvant même l'intégrale générale si celle-ci ne renferme pas de signe d'intégrale définie. L'étude des systèmes orthogonaux, des surfaces applicables, de la représentation sphérique des surfaces doit à Darboux des progrès considérables; il a tiré aussi d'importants résultats de la considération de l'équation linéaire aux variations correspondant à une équation quelconque aux dérivées partielles.

Goursat a consacré plusieurs mémoires à élucider les questions que suggère la méthode de Darboux; on lui doit aussi de pénétrantes recherches sur des équations intégrables comprenant la première classe d'Ampère, et sur les caractéristiques des équations à plus de deux variables indépendantes. Guichard, qui a montré un esprit inventif dans toutes les parties de la géométrie infinitésimale, a été un heureux continuateur de Darboux dans ses travaux sur les systèmes orthogonaux et les systèmes cycliques, et sur la déformation des quadriques. Les recherches de Kœnigs sur la géométrie réglée, sur les systèmes conjugués, sur les surfaces ayant certains éléments linéaires, et sur les mécanismes dont il a rattaché la théorie à des principes généraux, le placent également parmi les maîtres de la géométrie infinitésimale et aussi de la géométrie cinématique.

III. — Théorie des nombres. Algèbre et géométrie.

La théorie des fonctions analytiques et celle des équations différentielles nous ont conduit plus d'une fois à parler de diverses autres branches des sciences mathématiques. Il importe cependant de nous arrêter sur quelques recherches se rapportant

plus spécialement à la théorie des nombres, à l'algèbre, à la géométrie et à la théorie des groupes.

Les recherches d'Hermite sur la théorie des nombres ont rendu son nom célèbre. L'introduction de variables continues a été l'idée fondamentale qui a dominé la longue suite de ses travaux en arithmétique supérieure; les méthodes qu'il a créées ont ouvert à la théorie des nombres des horizons entièrement nouveaux. Un peu plus tard, Hermite passait, de l'approximation simultanée de plusieurs nombres par des fractions de même dénominateur, au problème analogue pour plusieurs fonctions. Ce mode d'approximations algébriques le conduisait en 1873 à une de ses plus mémorables découvertes, je veux parler de la démonstration de la transcendante du nombre e, base des logarithmes népériens. En suivant la voie ouverte par Hermite, le géomètre allemand Lindemann démontrait peu de temps après la transcendance du nombre π, rapport de la circonférence au diamètre.

Les travaux de Jordan sur l'équivalence des formes ont réalisé de grands progrès dans la théorie générale des formes algébriques de degré supérieur. Dans la théorie des formes quadratiques, Poincaré a marqué sa trace par l'introduction de points de vue nouveaux, en particulier sur le *genre* de ces formes. La considération des formes ternaires l'a aussi conduit à une classe de fonctions fuchsiennes présentant un théorème de multiplication. Picard et Humbert ont appliqué la méthode de réduction continuelle d'Hermite à l'étude de divers groupes discontinus.

Parmi les recherches arithmétiques d'une autre nature, les études de Cahen et surtout d'Hadamard sur la théorie asymptotique des nombres premiers doivent être rappelées.

Nous avons dit, au début de cet article, que Galois avait posé les véritables bases de la théorie des équations algébriques. Jordan a publié un ouvrage considérable sur les substitutions et les équations algébriques. Il y fait une étude approfondie des idées de Galois, en y ajoutant des résultats essentiels sur les groupes primitifs, les groupes transitifs et les groupes composés, dont un des plus importants est que les facteurs de composition d'un groupe sont les mêmes, à l'ordre près, de quelque manière qu'aient été effectuées les opérations qui les déterminent. Dans

la théorie des équations algébriques, Jordan a étudié les équations à groupe composé, abordé et résolu le problème posé par Abel : celui de rechercher les équations de degré donné résolubles par radicaux et de reconnaître si une équation rentre ou non dans cette classe. D'autres travaux algébriques de Jordan se rapportent au problème des groupes linéaires d'ordre fini, dont il indique la formation dans ses grandes lignes ; c'est la question des équations différentielles linéaires à intégrales algébriques. Goursat a approfondi un cas particulier intéressant de ce problème, en recherchant les divisions régulières de l'espace en un nombre fini de régions congruentes.

Laguerre a apporté d'importantes contributions à la théorie des équations algébriques. Il fait preuve d'une rare finesse dans ses notes sur le théorème de Descartes, le théorème de Sturm, la méthode de Newton, et reste toujours soucieux des applications particulières. On a plaisir à retrouver ces résultats rassemblés dans ses *Œuvres complètes* récemment parues.

Les recherches de géométrie pure et de géométrie analytique sont depuis longtemps en honneur dans notre pays, comme le montrent assez les noms de Lamé, de Dupin, de Poncelet et de Chasles. Après Bertrand, Jordan s'occupe des polyèdres dans un beau mémoire consacré en fait à la géométrie de situation, et dans un autre travail donne la condition pour que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et extensibles à volonté soient applicables l'une sur l'autre sans déchirure ni duplicature. Une partie importante des travaux de Laguerre est consacrée à la géométrie ; il eut, tout jeune encore, l'heureuse fortune de compléter l'œuvre de Poncelet en géométrie projective, en montrant comment se fait la transformation des relations angulaires, étendit la théorie des foyers à toutes les courbes algébriques et fonda la géométrie de direction. De Jonquières a donné le premier exemple des transformations birationnelles de degré quelconque dans le plan, dont Cremona devait indiquer ensuite la forme générale.

Halphen se fit d'abord connaître par ses travaux sur la célèbre théorie des caractéristiques de Chasles, résolvant un problème qui avait arrêté l'illustre géomètre. Les cyclides, c'est-à-dire les surfaces du quatrième ordre ayant pour ligne double le cercle de l'infini, occupèrent de nombreux auteurs, parmi lesquels

Laguerre, Darboux et Moutard ; ces deux derniers découvrirent simultanément le remarquable système triplement orthogonal formé de cyclides. Dans son ouvrage, paru en 1873, sur une classe de courbes et de surfaces algébriques, Darboux a fait connaître un grand nombre de résultats intéressants sur les courbes cyclides et les surfaces cyclides, et a étudié les relations de ces dernières avec les fonctions abéliennes hyperelliptiques. A propos de la géométrie de Cayley, Darboux donne une interprétation de la géométrie non euclidienne dans un demi-espace euclidien, souvent attribuée à Poincaré.

Les courbes gauches algébriques ont fait l'objet d'un grand mémoire d'Halphen, qui est peut-être sa plus belle œuvre mathématique. Ce travail touche en bien des points à la théorie des fonctions ; c'est aussi une étude profonde de géométrie analytique. L'auteur a réussi à énumérer et à classer en diverses familles les courbes gauches d'un même degré ; il montre la précision de ses méthodes en donnant, comme exemple, la classification complète des courbes de degré 120. Entre tant de résultats bien dignes de remarque, Halphen fait connaître la limite inférieure du nombre des points doubles apparents d'une courbe gauche de degré donné, et démontre que les courbes répondant à cette limite sont sur une surface du second ordre.

Certaines surfaces particulières ont attiré particulièrement l'attention des géomètres : telles les surfaces de Steiner et de Kummer. Darboux a indiqué une génération géométrique des lignes asymptotiques de la première, et Picard a montré qu'elle était la seule surface non réglée dont toutes les sections planes sont unicursales. Humbert a fait connaître de nouvelles propriétés de la seconde, notamment que toute courbe algébrique tracée sur elle est l'intersection de celle-ci avec une surface qui la touche tout le long de la courbe. Les surfaces de Kummer singulières ont fourni à Humbert le premier exemple du fait très curieux qu'une surface peut avoir une infinité discontinue de transformations birationnelles en elle-même, sans avoir une infinité continue de telles transformations. Dans un ordre d'idées plus particulièrement géométrique, on doit aussi à Humbert de curieux théorèmes sur les aires sphériques et ellipsoïdales, qui étendent à la sphère et à l'ellipsoïde des propriétés fondamentales du cercle et de l'ellipse.

La théorie des formes algébriques avait jadis conduit à la notion d'invariant. Dans une note mémorable, Laguerre fit voir que cette notion peut s'étendre aux équations différentielles linéaires. De son côté, Halphen faisait une étude approfondie des équations différentielles restant inaltérées par une transformation homographique quelconque. L'équation différentielle des lignes droites et celle des coniques donnaient les deux premiers exemples; la découverte d'un invariant du septième ordre amenée par d'ingénieuses considérations géométriques permit à Halphen de développer la théorie générale qu'il étendit aux courbes gauches. Après l'apparition de la note de Laguerre, Halphen vit de suite le rapport entre ses recherches antérieures et la notion introduite par Laguerre, et il édifia une théorie complète des invariants des équations linéaires. Il montra ensuite l'intérêt de ces recherches pour le calcul intégral, en apprenant à reconnaître si une équation différentielle linéaire est susceptible d'être ramenée à certains types déjà intégrés.

La théorie des groupes est fondamentale en algèbre ; elle ne joue pas en analyse un moindre rôle, depuis que le géomètre norvégien Sophus Lie a édifié la théorie des groupes de transformations, faisant une étude approfondie des groupes d'ordre fini et posant les bases de la théorie des groupes infinis. Dans les travaux de Lie, la théorie des groupes intervient essentiellement comme un principe de *classification;* dans les applications qu'il a faites de sa théorie aux équations différentielles, celles-ci sont des équations particulières. La théorie des groupes a apparu comme un principe de *réduction* depuis que Picard a montré comment les idées de Galois sur les équations algébriques pouvaient être étendues aux équations différentielles linéaires; il a été suivi dans cette voie par Vessiot et par Drach. On doit à Drach d'avoir montré le premier comment la notion de groupe de rationalité pouvait être étendue à toutes les équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles; c'est ce qu'il appelle l'*intégration logique* qu'il oppose à l'intégration géométrique ou intégration par séries. Vessiot s'est occupé de la théorie de Galois et de ses diverses généralisations à un point de vue un peu différent, et a publié de beaux mémoires d'une forme parfaite sur l'intégration des systèmes différentiels

qui admettent des groupes continus de transformations, et sur la réductibilité et l'intégration des systèmes complets; il a aussi donné la condition pour qu'une équation différentielle linéaire soit intégrable par quadratures, problème qui correspond à celui des équations algébriques résolubles par radicaux.

Les théories générales, pour prendre dans la science un droit de cité définitif, ont le plus souvent besoin de s'illustrer par des applications particulières. Dans plusieurs domaines, celles-ci ne sont pas toujours faciles à trouver, et des théories très générales risquent quelquefois de rester confinées, si j'ose le dire, dans leur extrême généralité. Il arrive aussi que les applications tentées ramènent seulement à des cas déjà connus; dans ce cas, la théorie, intéressante au point de vue de la classification, n'apparaît pas comme une arme pour la découverte de faits nouveaux. Aussi est-il intéressant de rappeler que la recherche du groupe de rationalité de l'équation différentielle des lignes de courbure de la surface des ondes a conduit Drach à l'intégration de cette équation, cherchée en vain depuis longtemps.

Les recherches de Cartan sur la théorie des groupes sont très importantes. Elles concernent surtout la *structure* des groupes et la détermination des groupes *simples*. Pour les groupes continus et *finis*, les principes avaient été posés par Lie et ses élèves; pour les groupes infinis, tout était à créer. Cartan a réussi à déterminer tous les groupes infinis *simples*, transitifs ou intransitifs. Je dois encore rappeler les travaux de Cartan sur les systèmes de Pfaff et les systèmes en involution.

IV. — Théorie des fonctions de variables réelles et théorie des ensembles.

Un des principaux objets de l'analyse abstraite est l'étude de l'idée de fonction, c'est-à-dire de dépendance entre deux ou plusieurs variables. Il a fallu longtemps pour qu'on se rendît compte de l'étendue de cette notion; c'est là d'ailleurs une circonstance très heureuse pour les progrès de la science. Si Newton et Leibniz avaient pensé que les fonctions continues n'ont pas nécessairement une dérivée, le calcul différentiel n'aurait pas pris naissance; de même les idées inexactes de

Lagrange sur la possibilité des développements en série de Taylor ont rendu d'immenses services. Les fonctions analytiques, qui sont les seules usuelles, ont pris une importance considérable, et l'on a vu plus haut que la théorie de ces fonctions est une branche maîtresse de l'analyse. Un jour devait venir cependant où l'idée de fonction serait approfondie dans toute sa généralité. Cauchy, dans plusieurs de ses écrits, avait donné plus de précision à certains résultats intuitifs sur les fonctions continues admis sans démonstration. En Allemagne, Dirichlet en donnant des conditions pour la possibilité du développement en série trigonométrique, Riemann en établissant la distinction entre les fonctions intégrables et les fonctions non intégrables, Weierstrass en donnant un exemple de fonction continue sans dérivée, allèrent beaucoup plus loin. En France, le mémoire de Darboux sur les fonctions discontinues marque une date; on y trouve une proposition qui permet de définir de la manière la plus nette l'intégrabilité d'une fonction, et de nombreux exemples de fonctions continues sans dérivées. Jordan a introduit dans cette partie de l'analyse d'importantes notions : telle la notion de fonction à variation bornée. Les courbes dites « de Jordan », séparant le plan en deux régions distinctes, sont également devenues classiques.

Le géomètre allemand Cantor a fondé la théorie des *ensembles* de points. On doit attacher une grande importance à la distinction entre les ensembles énumérables et les autres. Il en est de même pour la notion d'ensemble *dérivé* et d'ensemble *parfait*. Le nombre des mémoires consacrés aux ensembles est considérables : ils sont de valeur très inégale, au moins au point de vue purement mathématique. Un certain nombre d'entre eux n'ont actuellement aucun intérêt mathématique : c'est ce qui arrive pour les études sur les nombres transfinis qui n'ont conduit jusqu'ici à aucun résultat inaccessible par une autre voie. On rencontre dans cette *métamathématique* quelques paradoxes et des difficultés qui ont fait couler des flots d'encre. Plusieurs de ces difficultés proviennent de ce qu'on ne s'entend pas sur le mot *existence*, et l'on pourrait faire des comparaisons avec certaines querelles célèbres dans la philosophie scolastique au moyen âge. Reconnaissons d'ailleurs que les discussions des mathématiciens sur ce mot intéressent d'autres questions, notamment

celles qui concernent les théorèmes dits *d'existence* et se rencontrent dans diverses parties des mathématiques.

Nous envisageons seulement la partie de la théorie des ensembles, qui, jusqu'ici, a été un instrument de découverte entre les mains des mathématiciens; c'est celle qui a été utilisée dans la théorie des fonctions et en géométrie. Jordan avait donné une définition de la mesure d'un ensemble. Borel a repris la question sous un jour nouveau, en utilisant des définitions constructives; il a aussi introduit la notion importante d'un ensemble de *mesure nulle*. Dans plusieurs théories, on connaît maintenant des propositions qui sont exactes *à peu près partout*, en entendant par là que réserve est faite pour un ensemble de mesure nulle. Citons, comme exemple, le théorème de Borel, d'après lequel toute fonction bornée définissable analytiquement est égale, sauf, peut-être, pour un ensemble de mesure nulle, à une série convergente de polynomes. Les séries de Fourier et celles qui les généralisent offrent des exemples analogues.

Riemann, semblait-il, avait approfondi autant qu'il est possible la notion d'intégrale définie. Lebesgue a montré qu'il n'en était rien. L'idée de fonction *sommable*, qu'il a introduite dans la science, est plus générale que celle de fonction *intégrable* de Riemann, au moins pour les fonctions bornées. Une conséquence de cette notion généralisée de l'intégrale est que toute fonction bornée sommable est la dérivée de son intégrale indéfinie, sauf, peut-être, pour un ensemble de points de mesure nulle. Ces travaux ne sont pas restés sans applications, et les idées nouvelles ont montré leur fécondité entre les mains de Lebesgue et de ceux qui l'ont suivi. La théorie des séries de Fourier notamment s'est trouvée renouvelée. Loin de conduire à des complications nouvelles, l'emploi de l'intégration des fonctions sommables apporte d'heureuses simplifications. Borel a repris récemment la théorie de l'intégrale définie en se plaçant au même point de vue que dans sa théorie de la mesure.

Les notions d'aire et de surface sous leurs formes les plus générales sont liées à la théorie des ensembles. Lebesgue a été très loin dans cette voie, où l'on rencontre vite des énoncés différents de ceux auxquels on est habitué, par exemple celui-ci : qu'il y a d'autres surfaces que les surfaces développables qui sont applicables sur le plan.

Baire répartit les fonctions en différentes classes et cherche la

condition pour qu'une fonction d'une variable réelle puisse être développée en série de polynomes. La théorie des ensembles intervient dans la solution; pour le cas d'une série *simple*, la condition est que la fonction soit ponctuellement discontinue par rapport à tout ensemble parfait. Les recherches de Lebesgue sur les fonctions représentables analytiquement sont connexes de celles de Baire, et posent de graves questions sur le sens qu'il convient d'attribuer au mot *défini*.

Il est une branche de l'analyse, qui prend aujourd'hui une grande importance : c'est le *calcul fonctionnel*. Un des premiers chapitres du calcul fonctionnel est le *calcul des variations* auquel reste justement attaché le nom de Lagrange. Le problème du plus court chemin d'un point à un autre sur une surface est sans doute le premier type de problème relatif à ce calcul, qui s'est ensuite développé avec diverses questions posées par la mécanique, et qui englobe aujourd'hui la mécanique analytique tout entière. Le traité que publie en ce moment Hadamard sur le calcul des variations fait connaître les plus récents travaux en cette matière. De nombreux problèmes de l'électricité et de la chaleur relèvent aussi du calcul fonctionnel. La théorie des *équations intégrales*, brillamment créée tout d'abord en Italie et en Suède par Volterra et Fredholm, a fait en France l'objet de nombreux travaux, parmi lesquels ceux de Le Roux intégrant en même temps que Volterra les équations à limite supérieure variable, de Goursat sur les noyaux orthogonaux, de Picard sur les équations de première espèce et les équations singulières, de Marty sur les noyaux symétrisables. Hadamard s'est surtout attaché à mettre en évidence l'influence de la forme de la frontière du domaine dans divers problèmes de physique mathématique, appelant l'attention sur les *équations aux dérivées fonctionnelles;* il a été suivi avec succès dans cette voie par P. Lévy. L'étude du *continu fonctionnel*, nécessitant la création d'un nouveau chapitre de la théorie des ensembles, a été abordée très heureusement par Fréchet.

L'extension de nos idées sur les fonctions et les opérations fonctionnelles n'est pas la seule qu'aient poursuivie les mathématiciens. La question des quantités complexes a fait, surtout à l'étranger, l'objet de nombreuses recherches. Si on laisse tomber la loi commutative, ne gardant que la loi associative, on a une algèbre beaucoup plus générale; un exemple célèbre à quatre

unités est fourni par les quaternions de Hamilton. Une remarque fondamentale de Poincaré ramène toute la théorie des quantités complexes à une question concernant la théorie des groupes. Elle consiste en ce que, à chaque système d'unités complexes à multiplication associative, correspond un groupe continu linéaire de substitutions linéaires, et inversement. Le rapprochement entre la théorie des groupes de Lie et les nombres complexes donne la véritable origine de ces symboles. Divers auteurs étrangers avaient utilisé l'idée de Poincaré; dans ses travaux sur le même sujet, Cartan applique une méthode directe qui le conduit à des résultats nouveaux. Ces quantités complexes plus générales sont-elles susceptibles d'accroître la puissance de l'analyse ? Jusqu'ici l'emploi des quaternions a seul rendu quelques services en physique mathématique. On pouvait espérer que les nouvelles quantités complexes présenteraient quelque intérêt pour l'analyse générale; les essais tentés jusqu'ici n'ont pas été couronnés de succès.

V. — Quelques remarques finales.

La course rapide que nous venons de faire à travers les principales disciplines où s'exerce l'effort des mathématiciens aura peut-être montré la fécondité de cette branche de la science française depuis un demi-siècle. Les divisions et classifications, qui ont été nécessaires pour l'exposition, sont d'ailleurs bien artificielles et plus d'un sujet aurait pu être classé dans une autre section de cette étude. La pénétration entre elles des diverses parties d'une même science, et souvent même de sciences diverses, est d'ailleurs de plus en plus générale. Nous n'avons pas voulu ici faire de critique scientifique. Disons seulement que l'écueil des recherches mathématiques est dans un formalisme et un symbolisme excessifs, incapables de conduire à un fait nouveau et d'être utilisés dans une autre recherche que celle-là même pour laquelle ils ont été créés. Or, quand ces dernières conditions ne sont pas remplies, on peut penser qu'il n'y a pas eu progrès réel de la science. A cet égard, il semble que les mathématiciens français sont restés sagement dans de justes limites, n'oubliant jamais que leur science n'est pas un pur exercice de logique, et se montrent avant tout soucieux

de la découverte de faits mathématiques nouveaux et de rapprochements jusque-là insoupçonnés.

Nous nous sommes expliqué au début sur les rapports entre les mathématiques et la physique, et nous avons dit que les applications à la mécanique et à la physique étaient loin d'être le seul objet des études des mathématiciens. Il est bon cependant que de temps à autre, quand notre science tend à devenir trop formelle, nous nous rappelions la pensée de nos grands géomètres physiciens de la première moitié du siècle dernier. Dans notre vision actuelle du monde, l'analyse mathématique reste un instrument indispensable aux progrès des théories physiques, offrant aux physiciens des moules pour leurs vues théoriques; en échange, les physiciens rendent aux mathématiciens un service d'un haut prix, en les guidant dans l'infinie variété des formes que conçoit notre esprit et les empêchant à certaines heures d'errer à l'aventure. La mathématique n'apparaît plus alors comme la science étrange et mystérieuse que se représentent tant de gens; elle est une pièce essentielle dans l'édification de la philosophie naturelle.

QUELQUES RÉFLEXIONS

SUR

LA SCIENCE ET L'INDUSTRIE

APRÈS LA GUERRE [1].

En ce moment, la pensée de ceux qui ne peuvent concourir directement à la défense nationale est toujours obsédée des mêmes questions. On cherche à analyser les raisons de la puissance allemande dans le passé et à prévoir notre avenir après l'issue victorieuse de la lutte tragique où nous sommes engagés depuis 27 mois. C'est ce que je voudrais faire succinctement ici en restant sur le terrain scientifique et industriel.

Si l'on estime que le progrès réel de la science consiste dans la découverte de faits nouveaux, ou dans l'introduction de nouveaux points de vue, ou encore dans des rapprochements jusque-là insoupçonnés, si en un mot on met au premier rang l'esprit d'invention, l'Allemagne ne peut prétendre à aucune supériorité sur les autres nations. La preuve en a été faite maintes fois depuis deux ans, et il n'y a pas à y revenir. Nous rendons la justice qui leur est due à certains savants allemands, mais nous n'avons pas à nous incliner devant eux.

D'où vient cependant que l'Allemagne, depuis 30 ou 40 ans, ait pu prétendre à l'hégémonie scientifique et faire admettre parfois ses prétentions ? Les causes en sont multiples, les unes tenant à certains caractères de l'esprit germanique, les autres étant d'ordre politique.

Dans maintes parties de la science, les principes essentiels une fois posés et les bonnes méthodes trouvées, les applications ne demandent que de la patience et du soin. Il est très désirable que de nombreux chercheurs, élèves et collaborateurs des maîtres, travaillent sous leur direction et développent leurs

---

(1) *Revue hebdomadaire*, 18 novembre 1916.

idées. Les sujets d'études sont ainsi explorés dans tous les sens et l'effort de ces travailleurs patients augmente considérablement le rendement scientifique. L'Allemand, éminemment discipliné, est très propre à ces travaux, en partie collectifs, qui remplissent les nombreux volumes publiés chaque année en Allemagne. Certes, ils ne présentent pas l'ordre et la clarté que l'on trouve généralement dans nos livres français; les idées essentielles n'y sont pas mises en lumière, et certaines prétentions philosophiques en rendent souvent la lecture pénible. Mais il faut reconnaître que leur nombre en impose et témoigne d'une forte organisation du travail scientifique.

Quelque hommage toutefois que l'on soit disposé à rendre à un labeur méritoire, l'Allemagne n'aurait pas réussi à imposer l'idée de sa supériorité, si d'autres causes n'étaient intervenues. Il peut paraître étrange, même contradictoire à la notion de vérité, que des événements politiques et militaires influencent de quelque manière les jugements sur la valeur des œuvres intellectuelles. Et cependant, la science allemande bénéficia des victoires de 1870; de la supériorité militaire dans les années qui suivirent, plus d'un conclut à la supériorité dans tout autre ordre. Nos ennemis ne négligèrent rien d'ailleurs pour imposer la croyance à leur hégémonie. On ne se priva pas chez eux de certains démarquages, opérations faciles pour des gens dont la franchise n'est pas la vertu maîtresse, et au besoin on oublia les vrais constructeurs pour ne voir que ceux qui avaient apporté à l'édifice quelques achèvements; l'histoire des sci nces a des silences parfois intentionnels. La science devint pour nos voisins un moyen de domination. Elle fut une marchandise qu'une organisation puissante et sans scrupules chercha à placer dans toutes le parties du monde.

Cette croisade, derrière laquelle se profilait la force militaire de l'empire, ne donna que trop de résultats, et partout s'étendit l'emprise scientifique de l'Allemagne.

Il ne convient pas, en ce moment, de rechercher si nous n'avons pas nous-mêmes montré ici et là des engouements peu justifiés pour certaines méthodes d'outre-Rhin, et si nous ne nous sommes pas laissé parfois envahir par les brumes de la pensée germanique. Le passé ne doit nous intéresser qu'en tant qu'il est susceptible de préparer l'avenir. Il y a, dans les procédés de propagande allemande, des choses que les nations ayant l'âme

haute ne voudraient pas imiter, mais nous devons reconnaître que nous nous sommes trop peu souciés de notre influence extérieure. Pendant longtemps nous n'avons envoyé au dehors aucun missionnaire, tandis que les commis voyageurs de la science allemande ramenaient de nombreux étudiants dans les universités germaniques. Certaines formes d'enseignement propres à attirer les étrangers étaient aussi trop négligées chez nous. Quoique, dans ces dernières années, des progrès sérieux aient été réalisés, nous avons encore beaucoup à faire dans ces voies.

Nous devons également chercher à augmenter la diffusion du livre français, c'est-à-dire de la pensée française. En Allemagne, les bibliographies, les encyclopédies, les collections relatives à tel ou tel ordre d'études contribuent grandement au développement d'une librairie qui pouvait prétendre n'avoir pas de rivales. Il est désirable que nos savants consentent davantage à écrire eux-mêmes des ouvrages d'enseignement et des monographies où seront exposés d'un point de vue élevé les résultats essentiels d'une branche de la science. Du temps sera pris ainsi sur leurs recherches personnelles, mais ce patriotisme scientifique, si j'ose le dire, sera utile au pays, car ces ouvrages didactiques et ces larges synthèses trouveront au dehors des lecteurs, en même temps qu'ils pourront être utiles à l'histoire des sciences. En ce qui concerne les recherches scientifiques de nature plus originale, le caractère français ne se plierait pas à la sorte d'esclavage où se plaisent les travailleurs allemands. Nous laissons davantage l'esprit souffler où il veut. Cependant les académies et les sociétés savantes peuvent être extrêmement utiles par la direction des travaux qu'elles provoquent et la coordination des sujets de recherches proposés. Elles ont là un rôle à jouer dont l'importance doit aller en grandissant.

Nous ne devons pas envisager seulement la science du point de vue de ceux qui la cultivent. Il convient de se demander quelle est, à son égard, la mentalité générale dans notre pays. On y glorifie la science dans de beaux discours, mais cette haute estime reste souvent purement verbale. Que de questions d'ordre scientifique et d'ordre technique ne devraient recevoir de solutions législatives ou administratives qu'après consultations préalables des compétences. Il semble qu'en France l'homme cultivé, ne s'étant pas livré à des études spéciales, n'ait pas, en

général, une idée précise de ce qui constitue la méthode scientifique, méthode austère qui conduit lentement à quelques vérités partielles et qui ne permet que de loin les vastes synthèses. Ce n'est pas en entassant matières sur matières dans des programmes démesurément étendus que l'on arrive à faire comprendre cette méthode, et à donner une vue nette et éducative sur l'objet et la valeur de la science. Des réformes, qui amèneront d'ailleurs des allégements favorables aux études classiques s'imposent ici dans notre enseignement secondaire. Pour ne parler que des futurs industriels et hommes d'affaires, il en résultera de grands avantages, car les esprits ainsi formés auront plus tard, en la science, une confiance que n'ont pas toujours eue leurs devanciers et se rendront compte des améliorations qu'elle permet de réaliser. Au reste, la méthode scientifique trouve son application dans tous les domaines, génératrice de sages progrès et ennemie des chimères décevantes.

Une distinction est faite souvent entre la science pure et la science appliquée. Au fond, il n'y a qu'une science, se proposant l'étude des phénomènes et recherchant leurs lois. Une distinction plus exacte est à faire entre la science désintéressée, manifestation de notre curiosité et honneur de l'esprit humain, et les applications pratiques et méthodiques de la science. La science désintéressée conservera toujours des fidèles, nous devons l'espérer, mais c'est vers les applications pratiques que l'accroissement nécessaire de nos industries et la réparation de tant de ruines orienteront après la guerre beaucoup de jeunes initiatives. Si affaiblie que soit l'Allemagne après sa défaite, à quelques modifications politiques que l'obligent les traités de paix, qu'il subsiste une Allemagne ou des Allemagnes, nous aurons, nos alliés et nous, à soutenir dans les années qui vont venir une rude guerre économique. On peut déplorer, en philosophe et en artiste, cette course intensive à la production sans limites. Quelques-uns avaient pu espérer que les progrès de la technique scientifique permettraient un jour la diminution du travail matériel, laissant à l'humanité plus de temps pour son développement intellectuel et moral. La présence au centre de l'Europe d'un peuple de proie, contre lequel le monde devra encore se défendre, renvoie à d'autres temps la réalisation de ces rêves. Sous peine des dangers les plus redoutables, la recherche du rendement maximum s'imposera dans l'industrie et une analyse minu-

tieuse du travail sous toutes ses formes sera nécessaire pour éviter toute déperdition de force.

On entend dire parfois qu'il y avait en France, avant la guerre, une cloison étanche entre la science et l'industrie, et que nos industriels, comme défiants d'eux-mêmes, se contentaient de vivre au jour le jour sans chercher à accroitre leurs productions. C'est là un jugement bien sommaire, au moins pour quelques-unes de nos industries, qui ont depuis longtemps fait preuve d'initiative. Un exemple peu favorable, sur lequel on a insisté, est celui de certaines industries chimiques, celle des matières colorantes notamment qui avait presque disparu de notre pays et qui, très développée en Allemagne, s'y est trouvée prête pour la fabrication des explosifs. Il y aura certes beaucoup à faire, mais il serait injuste d'oublier que la France a des savants techniciens qui lui font honneur et sont appréciés à l'étranger comme chez nous; leur nombre malheureusement est insuffisant. Quoi qu'il en soit d'ailleurs du passé, les industries nées à l'occasion de la guerre ont pris un développement qui fait l'admiration universelle; elles témoignent de notre vitalité et autorisent pour l'avenir les plus grandes espérances. On doit toutefois se rappeler que le prix de revient n'intervient pas dans l'industrie de guerre et que les difficultés ouvrières sont à peu près inexistantes en ce moment. Puisse une union sacrée continuer entre le capital et le travail; elle est indispensable pour la prospérité du pays.

Nous parlions tout à l'heure de patriotisme scientifique. Il faut souhaiter aussi que se développe une sorte de patriotisme industriel; je veux dire que la coopération cordiale entre usines concurrentes est nécessaire. Cette collaboration incessante a été, il faut le reconnaître, une grande force pour l'industrie allemande, tandis que chez nous ne régnait pas toujours la même harmonie.

Les rapprochements entre la science et l'industrie seront facilités par la mentalité nouvelle à l'égard de la science, que créera un enseignement secondaire convenablement modifié. On doit aussi compter, pour favoriser la pénétration cherchée, sur des grands laboratoires de recherches scientifiques systématiquement orientés vers l'étude des problèmes techniques. Les travaux d'intérêt général exécutés dans ces laboratoires amènent des perfectionnements, dont tous peuvent profiter, dans les procédés industriels. Les modèles de ces institutions sont faciles

à trouver; il suffit de citer le *National physical laborary* anglais établi près de Londres. De tels laboratoires manquent à peu près complètement à notre pays.

Nous n'avons fait qu'effleurer quelques-unes des questions relatives à la science et à l'industrie qui se posent dès maintenant. Si grand que soit le labeur que nous aurons à fournir après la guerre, personne ne peut douter que nous en soyons capables, quand la France montre si héroïquement son désir de vivre. Nous aurons alors dépouillé cette mentalité de vaincus, qui, nous pouvons bien l'avouer maintenant, pesait lourdement sur nous depuis tant d'années et paralysait nos initiatives. Comme le disait récemment M. Briand à la Chambre des députés, nous n'oublierons pas dans nos statistiques cette énergie morale centuplée par la victoire obtenue pour une noble cause. Aux tristes jours que nous traversons succédera une ère glorieuse et féconde, où les peuples civilisés, débarrassés du cauchemar germanique, apporteront dans l'œuvre commune de l'humanité leurs qualités propres, sans qu'aucun prétende à une domination qui ne pourrait que retarder la marche de la civilisation.

L'HISTOIRE DES SCIENCES

ET LES

PRÉTENTIONS DE LA SCIENCE ALLEMANDE [1]

En parlant ici de la science, nous avons uniquement en vue les sciences mathématiques, physiques et naturelles. Les admirables découvertes faites dans ces domaines depuis trois siècles ont été souvent citées comme exemples des progrès de la civilisation. Mais il faut éviter de graves confusions. Parmi les progrès de la civilisation, entendue au sens le plus large et le plus humain, figurent aussi les progrès de la moralité, et l'on ne doit pas oublier que la science et la moralité sont loin de progresser de pair, l'accroissement de la connaissance scientifique ne rendant pas nécessairement les hommes plus moraux. Ainsi le sentiment de l'honneur et le respect de la parole donnée n'ont pas de commune mesure avec la connaissance des lois relatives à la compressibilité des gaz et à l'action des aimants sur les courants électriques. Les sciences peuvent contribuer au bonheur et au bien-être de l'humanité ainsi qu'au soulagement de ses misères; mais elles sont aussi susceptibles de concourir aux fins les plus criminelles.

Ces constatations sont banales; les événements actuels permettent seulement de les faire une fois de plus et dans des conditions singulièrement étendues. Cependant, ceux qui croient le moins à une influence profonde de la culture scientifique sur la valeur morale aiment à penser que, au moins pour les savants qui la font progresser, la science est autre chose que l'outil de merveilleux service dont parlait Montaigne, et que l'habitude de la méditation constante sur ce que les Anglais appellent *la philosophie naturelle* incline l'esprit à la sérénité et aussi à la modestie, car le savant, plus que tout autre, doit connaître la

---

(1) *Revue des Deux-Mondes*, 1er juillet 1915.

grandeur de nos ignorances. Il est triste de constater combien sont nombreuses en Allemagne les exceptions à cette mentalité du véritable homme de science. Quel étrange spectacle que l'effroyable orgueil des savants d'outre-Rhin professant que, là aussi, l'Allemagne est *au-dessus de tout*.

La prétention de la science allemande à une supériorité universelle est-elle fondée ? Il y a quelques mois, l'Académie des sciences de Paris rappelait que les civilisations latine et anglo-saxonne sont celles qui ont produit depuis trois siècles la plupart des grands créateurs dans les sciences mathématiques, physiques et naturelles, ainsi que les auteurs des principales inventions du XIXe siècle, sans oublier d'ailleurs les contributions apportées par des nationalités moins étendues. Nous nous proposons, en jetant un rapide coup d'œil sur l'histoire des sciences, de montrer que, effectivement, la plupart des contributions essentielles, tant théoriques que pratiques, n'appartiennent pas à des savants ou inventeurs allemands. Nous chercherons aussi à analyser les causes des prétentions de la science germanique; quelques-unes sont d'ordre philosophique, d'autres tiennent à une confusion entre le progrès réel de la science et l'accroissement du rendement scientifique. Peut-être aura-t-on l'impression que la part apportée par l'Allemagne est loin d'être en rapport avec le rôle qu'elle prétend jouer dans le monde.

I.

A diverses reprises, l'Allemagne fut entièrement tributaire de la civilisation celto-latine. C'est ainsi que, dans l'antiquité, le Germain barbare est tributaire du Celte, et qu'aux XIIe et XIIIe siècles la civilisation germanique n'est qu'un prolongement de la civilisation française (1). Au moyen âge, les grands centres d'enseignement se trouvaient en France, en Italie, en Angleterre, et les maîtres réputés de cette époque, qui sont d'origine allemande, comme Albert le Grand, ont étudié et enseigné en France et en Italie. Au XIVe siècle, comme il

(1) Sur l'histoire de l'influence française en Allemagne, on consultera avec grand profit un livre remarquablement documenté de M. L. Raynaud (Hachette, 1914). Ce livre a paru quelques mois avant la guerre

résulte des belles études de M. Duhem sur la science au moyen âge, il y eut, à l'Université de Paris, une vive réaction contre la physique et la mécanique d'Aristote; à ce mouvement se rattache le nom de Buridan, dont les vues sur la dynamique contenaient en germe le principe moderne de la conservation de l'énergie. Presque tous ceux qui dissertent sur la mécanique sont, au XIVe et au XVe siècle, des disciples de Buridan; au premier rang de ceux-ci figure Nicole Oresme, véritable précurseur de Copernic, dont les idées sur le mouvement des corps célestes dépassaient de beaucoup son temps et qui devança en partie Descartes dans la découverte de la géométrie analytique. Parmi les savants du début du XVIe siècle, on doit compter Léonard de Vinci, dont l'œuvre théorique se rattache d'ailleurs aux doctrines de l'Université de Paris. Nous arrivons alors au grand développement des mathématiques et de la physique à l'époque de la renaissance. Les noms de Copernic, Viète, Tycho-Brahé, Stevin, Galilée tiennent une place considérable dans l'histoire de l'astronomie, de l'algèbre, de la statique et de la dynamique. Un seul nom allemand se présente ici à nous, mais un des plus glorieux de l'astronomie, celui de Kepler, qui abandonne les mouvements circulaires ou leurs combinaisons pour représenter les trajectoires des astres, et, utilisant les observations de Tycho-Brahé, découvre, après dix-huit années de pénibles et laborieux calculs, les lois célèbres relatives aux planètes.

Aux XVIIe et XVIIIe siècles, nous trouvons un nouvel apogée de l'influence française en Allemagne. Dans l'histoire des sciences mathématiques et physiques, la France et l'Angleterre tiennent alors sans conteste la première place. On a beaucoup écrit sur la priorité de Newton et Leibniz comme inventeurs du calcul infinitésimal. La question des algorithmes employés par ces deux grands géomètres est certes de grande importance, mais il ne faut pas oublier le mot si juste de Lagrange dans son *calcul des fonctions*. « On peut regarder Fermat comme le premier inventeur des nouveaux calculs. » Les deux mémoires sur la théorie *de maximis et minimis* et des *tangentes* établissent en effet les droits incontestables du conseiller au parlement de Toulouse à l'invention du calcul infinitésimal.

De quelques vues isolées et trop spéciales sur l'algèbre géo-

métrique, qui remontaient aux Grecs, Descartes fait une doctrine, la géométrie analytique, et il apporte à la théorie des équations algébriques des contributions importantes. On a cherché parfois à rabaisser le rôle de Descartes en mécanique. C'est oublier qu'il a le premier énoncé la loi d'inertie sous une forme précise. Il a aussi introduit une idée capitale dans la science en affirmant que, dans un système isolé, comme nous dirions aujourd'hui, il y a quelque fonction des masses et des vitesses qui demeure constante. Descartes se trompe en envisageant à ce sujet les quantités de mouvement, tandis qu'il faut considérer les projections sur une droite de ces quantités, et Leibniz, qui critique justement Descartes, paraît être le premier à avoir envisagé la combinaison de la masse et de la vitesse représentant la force vive; il n'en reste pas moins que, en mécanique comme en philosophie, Leibniz est un disciple de Descartes. On sait de plus que le grand philosophe allemand séjourna longtemps à Paris et y subit l'influence de l'illustre hollandais Huyghens, qui avait créé la dynamique des forces variables, et, dans ses études sur le pendule composé, avait fait en réalité, pour la première fois, une application du théorème des forces vives au mouvement d'un système matériel.

Les temps étaient mûrs pour que le génie de Newton pût poser définitivement les principes de la dynamique et faire de ceux-ci l'admirable application qui a rendu son nom célèbre, en écrivant, dans son livre des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, le premier chapitre de la mécanique céleste. Après cette période d'induction, vient une période déductive où le développement mathématique joue un rôle essentiel, période à laquelle se rattachent surtout les travaux de d'Alembert et de Lagrange. Les applications viennent alors nombreuses. Quelle riche moisson en astronomie théorique nous rappellent les noms de Clairaut, de d'Alembert, de Lagrange, de Laplace. Newton mis à part et hors rang, on peut dire que la mécanique céleste est une science presque uniquement française, avec les grands géomètres que nous venons de citer et auxquels, en continuant jusqu'à nos jours, il faut joindre ceux de Poisson, de Cauchy, de Le Verrier, et de Henri Poincaré. Je n'ai garde d'oublier le Suisse Euler, qui fut un des grands analystes de la seconde moitié du XVIIIe siècle, et l'Allemand Gauss, illustre dans tant d'autres domaines; si grande que soit leur œuvre astrono-

mique, elle ne renferme cependant pas, en mécanique céleste, des découvertes aussi capitales que celles d'un Lagrange ou d'un Laplace.

Je ne puis insister ici sur le domaine abstrait des mathématiques pendant le XIXe siècle. Il faut citer cependant, parmi ceux qui ont ouvert les voies les plus fécondes, Cauchy, Galois, Gauss, Abel et Fourier. Le premier, en créant la théorie des fonctions de variables complexes, a donné une vie nouvelle à l'analyse mathématique, et, en ce sens, les travaux les plus modernes relèvent de lui; c'est ce qu'on oublie souvent en Allemagne. On doit les notions les plus essentielles sur la théorie des groupes à Galois, qui en a fait d'admirables applications à la théorie des équations algébriques, et ces notions ont pu être transportées plus tard en analyse. Le nom de Gauss, à qui la géométrie infinitésimale doit de grands progrès, domine surtout la théorie moderne des nombres, déjà explorée avant lui avec éclat par Fermat, Lagrange et Legendre. Cette science du discontinu, si difficile pour nos esprits habitués par les phénomènes naturels à l'idée de continuité, a été souvent appelée *la reine des mathématiques;* ce fut plus tard un des grands mérites d'Hermite d'introduire le continu dans certaines questions d'arithmétique supérieure. Les travaux sur les fonctions elliptiques et sur des transcendantes plus générales ont rendu célèbre le nom du Norvégien Abel. Quant à Fourier, son ouvrage sur la théorie analytique de la chaleur a fait époque en physique mathématique: il contient le germe des méthodes employées dans l'étude des équations différentielles auxquelles conduisent de nombreuses théories physiques, et les séries qui portent le nom de Fourier ont fait l'objet d'immenses généralisations.

Dans l'astronomie d'observation, on trouve, pour les temps modernes, les véritables pionniers dans les pays latins ou anglo-saxons. Sans remonter jusqu'à Galilée, indiquons seulement parmi les fondateurs de cette branche si captivante de la science : Bradley, qui découvrit l'aberration, d'après laquelle chaque étoile semble décrire annuellement une très petite ellipse, et la nutation, qui est une oscillation de l'axe terrestre d'environ 18 ans, puis l'infatigable observateur que fut William Herschell, dont les puissants télescopes sondèrent avec tant de succès les profondeurs du ciel, et à qui l'on doit la découverte

de la translation du système solaire. Nous pouvons rattacher à notre pays le Danois Roemer, qui séjourna longtemps en France et à qui l'observation des satellites de Jupiter révéla que la lumière a une vitesse finie. Le nom de l'astronome allemand Bessel doit être rappelé ici pour ses travaux sur les étoiles doubles et sur la mesure de la parallaxe d'une étoile de la constellation du Cygne, ce qui faisait connaître, pour la première fois, la distance d'une étoile à la Terre. Dans le monde plus lointain encore des nébuleuses, l'astronome anglais Huggins ouvre une voie nouvelle par ses observations sur les nébuleuses planétaires; il mesure aussi le premier la vitesse avec laquelle une étoile s'éloigne ou se rapproche de la Terre.

En physique générale, deux principes dominent l'énergétique. Sous leur forme thermodynamique primitive, le premier principe, ou principe de l'équivalence de la chaleur et du travail, est attribué généralement au médecin allemand Robert Mayer; le second, concernant la dégradation de l'énergie, est le principe de Carnot. Toutefois l'histoire du premier principe serait à reviser. Tout d'abord les expériences de Rumford sur l'échauffement produit dans le forage des canons conduisaient à l'idée de l'équivalence de la chaleur et du travail, et il en est de même des expériences de Davy sur le frottement l'un contre l'autre de deux morceaux de glace. Mais c'est dans l'ouvrage publié sur les chemins de fer par Seguin, l'inventeur des chaudières tubulaires, en 1839, c'est-à-dire quatre ans avant le travail de Mayer, que l'on rencontre des vues précises sur le premier principe de la thermodynamique, et même un calcul sur l'équivalent mécanique de la chaleur présentant une grande analogie avec celui du médecin allemand. De plus, dix ans auparavant, Carnot, modifiant ses vues sur le calorique, avait nettement indiqué le premier principe dans des notes trouvées après sa mort survenue en 1832, mais qui ne furent publiées que longtemps après. Il est donc légitime de regarder Sadi Carnot (qui était le fils aîné de Lazare Carnot) comme le créateur de la thermodynamique. En fait, comme l'a dit un bon juge, Lord Kelvin, dans toute l'étendue du domaine des sciences, il n'y a rien de plus grand que l'œuvre de Sadi Carnot. Il faut placer très haut Joule, Clausius et Helmholtz, mais Carnot les domine tous.

En optique, Young et surtout Fresnel développent avec éclat l'optique ondulatoire entrevue par Huyghens. Quel merveilleux

chapitre de la physique que celui de l'optique des interférences et de la polarisation, où tant de physiciens français et anglais ont fait, après Fresnel, de si remarquables découvertes. En Allemagne, nous devons citer ici Kirchhoff, dont le nom est attaché à l'analyse spectrale et à l'étude des lois du rayonnement.

Dans l'histoire de l'électricité, l'Italie, la France, l'Angleterre tiennent le premier rang avec Volta construisant la pile électrique, avec Ampère trouvant les lois de l'action des courants sur les courants, avec Faraday découvrant l'induction électrique. Plus récemment, le génie de Maxwell fonde l'électro-optique; grâce à lui, les phénomènes électriques et les phénomènes lumineux ne nous apparaissent plus comme deux mondes distincts. Dans l'étude des nouveaux rayonnements, rayons cathodiques, rayons de Becquerel et autres, la part des physiciens anglais et français est prépondérante. La découverte du radium par Curie nous a montré la matière dans des conditions d'instabilité jusque-là insoupçonnées. Seul le chapitre des rayons X ou rayons de Röntgen fut ouvert en Allemagne.

Dans la fondation de la chimie moderne, Lavoisier occupe une place à part. Un grand nombre de faits avaient été accumulés, depuis un siècle, et la découverte des principaux gaz, hydrogène, oxygène, azote, chlore, venait d'être effectuée par les Anglais Cavendish et Priestley, et le Suédois Scheele. Lavoisier prend tous ces résultats antérieurs comme point de départ de ses expériences, et, en les interprétant convenablement, il constitue la chimie moderne. Sa manière d'envisager la combustion en général constitue une véritable révolution scientifique. Après lui Dalton, Humphry Davy, Berzélius, Gay-Lussac, Dumas, Gerhardt ont été de grands créateurs. Aux chimistes allemands Richter et Wenzel se rattache la doctrine des équivalents chimiques, tandis que la théorie atomique proprement dite, dont la fécondité est si grande, trouve son origine dans les travaux de Dalton et dans ceux de Gay-Lussac. Les conceptions si simples de Haüy sur la matière cristallisée lui font découvrir les lois fondamentales de la cristallographie.

La mécanique chimique et la chimie physique relèvent de la statique chimique de Berthollet qui a montré que, dans les réactions chimiques, il faut tenir compte des conditions physiques. Dulong montrait ensuite que, dans la décomposition des sels, peut intervenir la masse des réactifs. Puis viennent

les travaux de Berthelot, sur l'éthérification et de Sainte-Claire Deville et de ses élèves sur la dissociation. Les notions ainsi acquises d'équilibre chimique et de transformation réversible ont été, depuis lors, l'objet d'un nombre immense de recherches, où l'Allemagne a apporté sa part, mais n'a pas en somme introduit les idées essentielles. La mécanique chimique et la chimie physique ont trouvé leur plus grand théoricien dans l'Américain Willard Gibbs qui, dès 1873, faisait connaître des résultats généraux sur les équilibres chimiques et sur la dissociation, retrouvés depuis, de divers côtés, par une voie indépendante.

Dans les sciences naturelles, l'orientation des recherches a été changée depuis Lamarck et Darwin. La biologie tout entière est dominée aujourd'hui par l'idée d'évolution, idée qui fut d'ailleurs un ferment puissant dans d'autres domaines, comme la philosophie et l'histoire. Lavoisier doit être compté parmi les grands physiologistes; il a le premier assimilé la respiration pulmonaire à une combustion. Bichat a fondé l'anatomie générale et a été le créateur de la science des tissus. On a pu dire de Claude Bernard qu'il fut la physiologie elle-même; c'est surtout à lui que la physiologie est redevable de la démonstration de la nature physico-chimique des actes élémentaires de l'organisme; et un de ses plus beaux titres de gloire est d'avoir créé la physiologie cellulaire, base principale de la physiologie générale. Il a été aussi l'initiateur de la doctrine des sécrétions internes dont Brown-Sequard montra ensuite la véritable portée, et ses travaux pathologiques ont apporté une large contribution au développement de la médecine expérimentale.

L'œuvre de Cuvier est immense; ses trois grands ouvrages *sur l'anatomie comparée, sur les ossements fossiles*, et *sur la distribution du règne animal d'après son organisation* ont transformé les sciences zoologiques. Le souvenir est resté des débats célèbres entre Cuvier et un autre grand naturaliste du siècle dernier, Geoffroy Saint-Hilaire, qui fonda l'embryogénie. Un peu plus tard, en Allemagne, l'embryologie comparée se développe avec von Baer, et Schwann établit la théorie cellulaire. Dans certaines sciences spéciales, comme l'histologie et la cytologie, à la suite d'observations fondamentales faites ailleurs, des progrès importants sont réalisés en Allemagne, grâce à l'excellence des techniques et au nombre considérable des chercheurs.

Le nom de Pasteur vient se placer à côté, sinon au-dessus de ceux de Lamarck, de Darwin, et de Claude Bernard. Ses travaux sur les fermentations ont orienté la biologie dans des voies inattendues et son œuvre a, en médecine, des prolongements indéfinis. Les perfectionnements apportés en Allemagne aux méthodes de culture microbienne ont permis de faire de trés intéressantes découvertes, mais les idées et les faits essentiels apportés depuis Pasteur dans le domaine auquel se rattache le nom de ce grand bienfaiteur de l'humanité, tels que la phagocytose, la bactériolyse et l'hémolyse, l'anaphylaxie, sont dus à des savants russe, belge, français.

On voit assez, par l'historique rapide qui précède, combien peu la science allemande est fondée à prétendre à l'hégémonie universelle. Si important qu'ait été l'apport de l'Allemagne, nous ne sommes pas injuste en constatant que les grandes idées directrices sont le plus souvent venues d'ailleurs. L'Allemagne sans doute a eu des chercheurs de génie, et personne ne se donnera le ridicule de vouloir diminuer un Gauss, un Clausius, un Kirchhoff ou un Helmholtz, mais il faut une singulière complaisance pour croire que l'Allemagne tient le premier rang dans les découvertes fondamentales qui ont depuis trois siècles contribué à la formation de la science moderne.

II.

C'est donc par une étrange aberration que la race germanique se proclame seule, dans le monde, capable de travailler au développement scientifique de l'humanité. Est-il possible de trouver quelques raisons à cette croyance de tant de cerveaux germains en leur supériorité ? Sans doute, la démence collective, qui pousse le peuple allemand à se regarder comme un peuple élu chargé par son Dieu de diriger le monde, donne une explication d'ordre général, mais il importe d'indiquer des raisons plus particulières.

On est constamment frappé, en lisant les livres et mémoires des auteurs allemands, de leurs prodigieuse incapacité à mettre en lumière les idées essentielles. Les détails accessoires et les points importants sont traités avec la même ampleur, et le lecteur chemine péniblement sans savoir où il va. Il y a là tout

d'abord une incapacité de rédaction qui nous choque et rend pénible la lecture de ces travaux, quelle que soit leur valeur intrinsèque. Souvent, même chez les plus illustres, les idées directrices restent obscures, peut-être à dessein. Tel Gauss dans ses recherches profondes sur la théorie des nombres, dont plus d'un passage constitue une énigme à déchiffrer. Il en est de même chez Weierstrass, puissant penseur mathématique assurément, mais qui semble craindre de montrer à ses lecteurs de trop vastes horizons et les conduit en tenant une lanterne sourde. Avec quel plaisir on revient, après la lecture d'un texte scientifique allemand, au mémoire clair et lumineux d'un Lagrange, au livre d'un J.-B. Dumas ou d'un Claude Bernard ! Je n'ose décider dans quelle mesure la langue allemande contribue aux défauts signalés plus haut. Il se peut que la formation de mots composés, où le rapport entre les composants est si mal défini, joue là un certain rôle ; il est étrange, en tout cas, que, depuis Fichte, les Allemands trouvent dans cette agglutination un signe de supériorité, mais nous devons nous incliner, la langue allemande étant, d'après ce célèbre philosophe, une langue mère (Muttersprache), tandis que les langues néo-latines sont des langues dérivées et, par suite, inférieures.

D'une manière plus générale, dans un ensemble un peu vaste, l'Allemand juge mal de l'importance relative des questions. C'est ce qu'on ne voit que trop dans les encyclopédies et les résumés pour lesquels il a tant de prédilection, et dont plus d'un fausse l'histoire des sciences dans l'esprit de ceux qui leur accordent toute confiance. Bien entendu, ces sortes d'ouvrages ont fréquemment le souci de glorifier la science allemande, mais, même quand ils sont faits avec impartialité, ils sont souvent inutilisables, confondant dans une même citation des mémoires fondamentaux souvent très courts et de longues dissertations qui n'ont pas amené un progrès réel. Ce défaut dans l'estimation de la valeur scientifique a conduit à apprécier la quantité aux dépens de la qualité, et l'Allemagne étant, sans conteste, le pays où les presses des imprimeries scientifiques travaillent le plus, la science allemande s'est estimée *au-dessus de tout*.

La difficulté à juger de l'importance réelle des problèmes fait parfois attacher un grand prix à des questions purement formelles sans intérêt pour le fond. Par un simple changement

de forme ou une légère modification expérimentale, on croit faire une grande découverte. Citons de ce formalisme un exemple pris dans les éléments de l'arithmétique. On sait qu'il existe des nombres incommensurables, c'est-à-dire des nombres qui ne peuvent s'exprimer par le rapport des deux nombres entiers. Le fait est connu depuis les pythagoriciens, qui démontrèrent que le rapport entre le côté d'un carré et sa diagonale était incommensurable. Ce fut même pour eux un grand scandale, car ils professaient qu'il existe un atome de longueur, ce qui entraînait la commensurabilité du rapport de deux longueurs quelconques. A lire certains traités allemands d'arithmétique, il semblerait que personne n'ait jamais rien compris aux incommensurables avant que tel géomètre allemand contemporain eût fait une longue exposition de la question déjà traitée en ses points essentiels dans d'anciens livres d'arithmétique. Nous trouvons là un exemple de cette manie de ratiociner et de rendre obscures les choses claires, qui est une des caractéristiques du pédantisme germanique.

Avec les particularités de l'esprit allemand que nous venons de signaler, on ne sera pas étonné de la façon dont est souvent traitée l'histoire des sciences de l'autre côté du Rhin. J'ai déjà dit qu'en Allemagne on ne rendait pas à notre grand géomètre Cauchy la justice qui lui est due; je pourrais faire la même remarque pour les théorèmes généraux de Liouville et d'Hermite sur les fonctions doublement périodiques, que l'on rattache, sans les citer, aux travaux de Weierstrass, et le moment approche où le nom de Henri Poincaré passera au second rang dans l'histoire des fonctions fuchsiennes qui sont une de ses plus belles créations. Dans un autre ordre d'idées, on sait que, pendant longtemps, la géodésie a été une science essentiellement française; dès le XVIIe siècle, des mesures d'arc de méridien furent exécutées en France, et c'est chez nous que fut établi le le système métrique. Des opérations géodésiques de plus en plus précises ont été faites depuis dans de nombreux pays, et cette science spéciale a pris un caractère international; mais ce n'est pas une raison pour en oublier l'histoire, comme on le fait souvent en Allemagne, ni pour chercher à accaparer les travaux faits ailleurs.

Lavoisier est, pour la grande majorité des chimistes, le fondateur de la chimie moderne. Il en va autrement en Allemagne.

où l'on cherche à diminuer son rôle. On insiste d'abord sur ce qu'il n'a pas découvert les principaux gaz de la chimie pneumatique; ce à quoi il n'a jamais prétendu, quoiqu'un chimiste allemand, trop célèbre depuis quelques mois, affirme que, Priestley ayant fait part à Lavoisier de sa découverte de l'oxygène, le chimiste français publia alors un mémoire où il s'attribuait l'honneur de la découverte de ce gaz. L'édification de la théorie de la combustion est le grand titre de gloire de Lavoisier. Or, la théorie du phlogistique de Stahl, écrit-on, avait déjà résolu ce qu'il y avait d'essentiel, en montrant qu'il s'agissait de phénomènes généraux et réciproques, combustion et régénération ou oxydation et réduction; elle avait offert en outre un excellent guide à des expérimentateurs comme Scheele et Priestley. En fait, ajoute-t-on, on passe de la théorie de Stahl à celle de Lavoisier par une simple transposition et un peu plus on remarquerait, en employant le langage de l'algèbre et donnant le signe moins au phlogistique, qu'il est équivalent de retrancher une quantité négative ou d'ajouter une quantité positive. Outre le désir de diminuer un savant français, il y a dans ces vues un produit d'une mentalité philosophique très répandue chez nos voisins, dont nous parlerons tout à l'heure.

Nous avons dit plus haut que les travaux de Henri Sainte-Claire Deville sur la dissociation sont fondamentaux dans l'histoire de la physico-chimie; ils offrent de nombreux exemples de ces équilibres réversibles qui jouent un si grand rôle dans la chimie actuelle. Aussi est-ce avec quelque étonnement que, dans des œuvres de vulgarisation estimées, on ne rencontre pas le nom de Deville. Il est souverainement injuste d'oublier le rôle des chimistes français dans la fondation de la chimie physique, que maintenant l'Allemagne voudrait faire passer pour une de ses créations. Que d'idées nouvelles alors furent à ce sujet émises chez nous, depuis les temps déjà lointains (1839) où Gay-Lussac comparait le phénomène de la dissolution à celui de la formation des vapeurs, et où un chimiste français écrivait (1870) que la force osmotique est l'analogue de la force élastique des vapeurs. On sait que la découverte d'une membrane semi-perméable par un botaniste allemand permit plus tard au Hollandais Van't Hoff de faire ses expériences sur l'osmose.

L'histoire des sciences est singulièrement difficile à écrire.

On y rencontre beaucoup de fausses attributions et de silences parfois intentionnels; il faut une grande sagacité et des recherches patientes pour retrouver les premières traces d'une idée appelée à un grand avenir. Une grande finesse d'esprit est ici nécessaire pour éviter deux écueils. Une constatation due à un pur hasard, inconsciente en quelque sorte, ne doit pas être mise sur le même rang qu'une découverte amenée par un heureux pressentiment qu'on pourrait appeler *le sens du vrai* et par des déductions bien liées. Un illustre physicien, mort il y a une vingtaine d'années, avait coutume de distinguer à ce sujet entre les trouvailles et les découvertes. Il importe, en second lieu, que les revêtements donnés à tel ou tel chapitre de la science ne fassent pas oublier les vrais constructeurs pour ne voir que celui qui a apporté à l'édifice les derniers achèvements; un nain placé sur la tête d'un géant peut apercevoir des horizons plus étendus, mais il a, à cela, peu de mérite.

On a quelquefois cherché à diminuer l'importance des admirables travaux de Berthelot sur les synthèses, parce qu'une ou deux synthèses organiques avaient été effectuées avant lui, dont celle de l'urée par Wohler, en 1829, n'est pas douteuse. Mais la distance est immense entre un fait particulier qui ne se rattachait à aucune idée générale et les vues profondes du chimiste français, systématiquement poursuivies.

A l'opposé, le nom de Pasteur n'est pas cité dans certains cours de bactériologie, et les Allemands aiment à remplacer son nom par celui de Koch. Certes, celui-ci fut un chercheur patient et sagace, qui débuta brillamment par la découverte des spores de la bactéridie charbonneuse, et les bactériologistes lui doivent d'excellents outils de travail, comme la méthode des cultures sur milieux solides et de nouveaux procédés de coloration, techniques qui lui permirent de découvrir le bacille tuberculeux, agent de la redoutable maladie dont le médecin français Villemin avait, dès 1865, montré la nature contagieuse, et le bacille virgule, cause du choléra asiatique. Mais, quelque intéressant que soit le rôle de Koch dans la bactériologie médicale, ses travaux ne sont venus qu'après ceux de Pasteur sur les fermentations, et il n'a pas été un initiateur.

Méfions-nous donc des renseignements que nous donnent les Allemands sur l'histoire des sciences. Ils manquent trop de finesse pour lui apporter une contribution d'une indiscutable

valeur, et leur orgueil prodigieux vicie d'avance une partie de leurs conclusions. Il semble que nous ne puissions pas, en France, nous adresser le reproche d'oublier les publications allemandes. Peut-être le reproche inverse serait-il plus fondé. Nous avons souvent montré des engouements peu justifiés pour certaines méthodes d'outre-Rhin, consacrant par nos éloges des travaux de second et de troisième ordre. Assurément, ces admirations, au moins exagérées, n'ont pas été aussi regrettables ni aussi dangereuses dans l'ordre proprement scientifique qu'en histoire et en philosophie, mais elles risquaient à la longue de nous faire perdre quelques-unes des traditions scientifiques auxquelles nous devons le plus tenir, et nous devrons reviser quelques-uns de nos jugements. Ce sera la tâche de demain.

III.

Demandons-nous maintenant s'il n'y aurait pas quelque différence entre la mentalité moyenne de l'homme de science en Allemagne et dans la plupart des autres pays. Une telle différence me paraît réelle et est d'ordre philosophique. Quelle est, en général, toutes exceptions réservées, la position des savants dans les pays latins et anglo-saxons par exemple, par rapport aux problèmes philosophiques, principalement parmi les savants adonnés aux sciences de la nature, physiciens, chimistes et biologistes? On peut dire qu'ils s'en désintéressent en tant que savants; en particulier, les discussions chères aux écoles philosophiques de tous les temps sur le réel et le vrai leur semblent oiseuses. Satisfait du sens commun, notre savant pose tout d'abord le postulat que le monde qui nous entoure est accessible à nos recherches et qu'il doit être intelligible pour nous; il croit à la science à laquelle il consacre parfois sa vie, et il se méfie des critiques subtiles qui n'ont jamais conduit à des découvertes effectives; il estime qu'il est sans intérêt de s'arrêter sur les inextricables difficultés que présentent les notions les plus simples et les plus usuelles quand on veut les approfondir et qui restent sans réponses, du moins sans réponses acceptées de tous. Claude Bernard disait, il y a longtemps, que, pour faire la science, il faut croire à la science; c'est là, incontestablement, pour celui qui cherche à faire œuvre scientifique,

un point de départ, et non un point d'arrivée. Il existe aujourd'hui une mentalité scientifique moyenne, caractérisée par l'admission des postulats énoncés plus haut, et l'écho de discussions, qui ont parfois laissé l'impression qu'il y avait une crise de la science, n'est pas sans provoquer quelque impatience dans nos laboratoires.

Nous avons dit tout à l'heure que le point de départ de la science est dans le sens commun. La première affirmation du sens commun est sans doute celle de l'existence d'objets extérieurs à notre conscience; c'est un point dont, en général, un physicien, ou un chimiste ne doute pas, si compliquée que puisse lui paraître l'idée de matière. Il ne s'embarrasse pas non plus des nombreuses théories de la perception et croit naïvement n'avoir aucune difficulté à atteindre les données immédiates de la conscience.

Quand on parle de sens commun, il s'agit des époques historiques et des peuples civilisés. Ce sens commun a eu probablement son histoire. Il est possible que, dans l'humanité, de très anciennes façons de penser aient survécu, malgré tous les changements postérieurs survenus dans les conditions des hommes, et l'on peut soutenir la thèse que nos conceptions fondamentales sur les choses sont des découvertes résultant d'observations et d'expériences inconscientes faites par certains de nos ancêtres à des époques extrêmement éloignées, et qui ont réussi à se maintenir à travers les siècles postérieurs. Ces conceptions forment le stade du sens commun. Ainsi auraient pris naissance les concepts de *chose*, de *temps*, d'*espace*, d'*influences causales*, de *réel*, et de bien d'autres suivant lesquels continue à penser tout homme qui n'est pas atteint de crise métaphysique ou de scepticisme aigu. La notion du réel notamment a été lentement acquise par une suite innombrable d'expériences; elle n'est pas d'ailleurs seulement individuelle, mais a une signification sociale, en ce qu'elle exige un consensus universel dans une humanité moyenne, pouvant être différente pour les fous et les hommes d'esprit sain.

C'est donc en partant du sens commun, devenu le moule dans lequel évolue la pensée humaine, que s'est développée la science. Aussi a-t-on pu dire très justement que la science était le prolongement du sens commun, la connaissance scientifique n'étant pas en nature différente de la connaissance vulgaire, ce qui

n'exclut pas que la science puisse de loin en loin rectifier le sens commun. Parmi les données du sens commun, nous avons déjà mentionné la notion du réel, dont la connaissance a pu avoir primitivement une valeur d'utilité, l'utile et le vrai s'étant trouvés voisins dans ce stade inférieur. Quoi qu'il en soit de cette question d'origine, la science a commencé précisément quand ce premier stade a été dépassé, et qu'on s'est représenté le monde extérieur comme un tout cohérent, accessible à notre intelligence; c'est le premier article du *credo* scientifique dont je parlais plus haut. Sans doute ce tout est d'une effroyable complication; il a fallu abstraire certains éléments pour n'en conserver que quelques-uns, mais sans perdre de vue le contact des choses. Le sens commun, qui contient le sens du réel, a pour terme ultime et complètement élaboré le bon sens que Descartes regardait comme la chose du monde la mieux partagée, et qui nous conduit à bien juger et à distinguer le vrai d'avec le faux. Rappelons aussi le rôle qu'a dû jouer dans l'élaboration du sens commun le principe de simplicité; il y a là une notion aussi féconde que vague, par laquelle nous nous laissons guider, et qui tend à produire en nous un sentiment de certitude.

Je viens d'essayer de caractériser la mentalité moyenne de l'homme de science qui croit saisir et étudier le réel. Ce tableau s'applique-t-il complètement aux savants allemands ? Il semble que non, au moins pour ceux d'entre eux, assez nombreux, qui restent imprégnés de subjectivisme kantien. On sait que Kant, dans la *Critique de la raison pure*, reprend sous une forme plus précise les vieilles allégations des sophistes grecs, d'après lesquelles « l'homme est la mesure de toutes choses, de celles qui sont en tant qu'elles sont et de celles qui ne sont pas en tant qu'elles ne sont pas », comme disait Protagoras. D'après le philosophe de Kœnigsberg, nous ne voyons les choses qu'à travers les formes de notre sensibilité et les catégories de notre entendement. Ces écrans interposés et, dans une certaine mesure, arbitraires, comme le montre le développement de divers systèmes dérivés plus ou moins directement du kantisme, peuvent troubler singulièrement notre notion du réel et du vrai, telle que nous l'avons envisagée plus haut en partant du sens commun. Quelques-uns en sont ainsi arrivés à regarder la vérité non comme une découverte, mais comme une invention. Il y a là,

au point de vue scientifique, quelque chose de très dangereux.

Kant lui-même, très peu au courant des éléments des mathématiques et des études faites déjà de son temps sur les principes de la géométrie, fut singulièrement malheureux quand il fit à la géométrie l'application de ses idées philosophiques. Pour lui, l'espace est seulement une forme *a priori* de notre intuition extérieure. Il est difficile de souscrire à cette affirmation depuis que le géomètre russe Lobatschewsky a prouvé que notre entendement peut concevoir un nombre indéfini d'espaces caractérisés chacun par une constante spatiale. Il n'y a pas en géométrie de jugements synthétiques *a priori*, et Euclide était mieux inspiré que Kant en parlant de postulats. Quelques-uns de ces postulats sont en accord avec les expériences faites lentement par l'homme à travers les âges. Il est impossible de séparer l'acquisition des notions géométriques et celle des notions physiques les plus simples, la géométrie, dans des temps très anciens, ayant fait partie de la physique. Sans changer l'ensemble de ces notions, on ne peut remplacer la géométrie euclidienne par une autre géométrie et c'est un pur jeu d'esprit d'imaginer un homme transporté subitement dans un autre milieu, où, n'étant pas adapté, il commencerait sans doute par mourir. Nous retombons ainsi sur le point de vue du sens commun, tel qu'il a été envisagé plus haut. Nous devons alors regarder comme un fait expérimental que la constante spatiale, figurant dans les géométries non euclidiennes (la courbure de l'espace), a une valeur nulle; en ce sens, le système euclidien est plus vrai que les autres systèmes géométriques. C'était aussi, je dois le dire, le point de vue du géomètre allemand Gauss, dont nous avons déjà prononcé le nom à plusieurs reprises, et qui était arrivé de son côté, mais sans les publier, aux résultats de Lobatschewsky sur les géométries non euclidiennes.

C'est une tendance de la science allemande de poser *a priori* des notions et des concepts, et d'en suivre indéfiniment les conséquences, sans se soucier de leur accord avec le réel, et même en prenant plaisir à s'éloigner du sens commun. Que de travaux sur les géométries les plus bizarres et les symbolismes les plus étranges pourraient être cités; ce sont des exercices de logique formelle, où n'apparaît aucun souci de distinguer ce qui pourra être utile au développement ultérieur de la science ma-

thématique. Car il en est dans les mathématiques pures comme dans les sciences de la nature. Il y a des études qui ne se présentent pas comme arbitraires, et dont le mathématicien doué de quelque pénétration devine l'intérêt pour la solution de problèmes posés depuis longtemps ou se présentant naturellement; il y a comme une sorte de réalité mathématique, dont Hermite parlait un jour dans un très beau langage, où, à côté d'une vue réaliste au sens de la scolastique, apparaît le souci du contact de la mathématique avec le réel, quand il disait : « Il existe, si je ne me trompe, tout un monde qui est l'ensemble des vérités mathématiques, dans lequel nous n'avons accès que par l'intelligence, comme existe le monde des réalités physiques; l'un et l'autre indépendants de nous, tous deux de création divine, qui ne semblent distincts qu'à cause de la faiblesse de notre esprit, qui ne sont pour une pensée plus puissante qu'une seule et même chose, et dont la synthèse se révèle partiellement dans cette merveilleuse correspondance entre les mathématiques abstraites d'une part, l'astronomie et toutes les branches de la physique de l'autre. »

Des observations analogues s'appliquent aux sciences physiques et biologiques. Il y a quelque parenté entre le criticisme kantien et une sorte d'indifférence avec laquelle plusieurs, quoi qu'ils en aient, ont envisagé le rôle des théories physiques. C'est ainsi, nous en avons déjà parlé plus haut, que l'on s'est attardé au principe vague du phlogistique, en le douant au besoin d'une pesanteur négative, la théorie de Lavoisier apparaissant comme une transposition plus ou moins indifférente de celle de Stahl. Le besoin de poser quelque chose *a priori* procède essentiellement de Kant. Celui-ci ne déclarait-il pas que la science de la nature ne mérite ce nom que lorsqu'elle traite son objet entièrement d'après des principes *a priori*. Ainsi, en physique, des expériences en petit nombre, quelquefois contestables, conduisent à poser des principes dépassant tellement, par leur généralité, les faits dont on est parti qu'on peut les qualifier d'*a priori;* on en déroule impitoyablement les conséquences sans se soucier de les confronter avec la réalité ou sans pouvoir le faire.

Prenons comme exemple de cet esprit de système une question qui occupe beaucoup les physiciens-géomètres depuis quelques années, celle de la relativité. D'après ce qu'on appelle

aujourd'hui en physique le principe de relativité, aucune expérience, optique ou électrique, faite à la surface de la Terre ne permet de mettre en évidence le mouvement de translation de celle-ci. On généralise ainsi les résultats de trois expériences négatives faites en Amérique et en Angleterre. Si l'on se reporte alors aux équations générales de l'électrodynamique actuellement admises, on est conduit à d'étranges conséquences pour pouvoir expliquer le principe de relativité. Qu'un système soit en repos ou en mouvement, ces équations doivent conserver la même forme; on en conclut que celles-ci restent invariables quand on effectue sur les coordonnées d'un point de l'espace et le temps un certain groupe de transformations. En langage ordinaire, ceci veut dire que dimensions et temps changent avec le mouvement du système. Un même objet mesuré par deux observateurs qui se meuvent uniformément l'un par rapport à l'autre n'a pas la même longueur. Des conséquences analogues existent pour l'intervalle de temps entre deux événements : simultanés par exemple pour certains observateurs, les mêmes événements cessent de l'être pour d'autres observateurs en mouvement par rapport aux premiers. La simultanéité a un caractère relatif comme les valeurs des longueurs et des temps. Ainsi nos vieilles notions de sens commun seraient à reviser. Mais certains savants allemands déroulent avec satisfaction les conséquences du principe posé. D'autres, avant de rejeter les idées traditionnelles de l'humanité sur l'espace et le temps, auraient passé au crible d'une critique extrêmement sévère nos idées sur l'éther ainsi que les équations concernant l'électromagnétisme et le mouvement des électrons, obtenues grâce à des hypothèses assez contestables. Au lieu de continuer à faire des exercices de mathématiques et de développer des considérations d'ordre métaphysique, il vaudrait mieux tenter des expériences nouvelles d'un autre type que celles pour lesquelles la théorie a été construite.

On pourrait citer, dans certaines parties de la chimie, d'autres cas analogues, où des théories sont développées sans qu'il soit possible d'établir aucune confrontation précise avec la réalité. L'Allemagne n'a pas cessé, depuis Schelling, d'aimer les vagues spéculations sur la philosophie de la nature et les schématismes vides de sens.

C'est surtout en biologie que la tentation est forte de partir

de principes *a priori* [1]. Au lieu de procéder par généralisation de faits observés, on part de conceptions abstraites auxquelles on veut plier l'être vivant. Les Allemands aiment à regarder Gœthe comme un des fondateurs du transformisme. Il est exact que, dans son ouvrage sur les *Métamorphoses des plantes*, Gœthe considéra tous les organes d'une plante comme provenant de la métamorphose d'un seul d'entre eux, la feuille; de même en zoologie, il créa la théorie vertébrale du crâne, d'après laquelle la boîte cranienne est la continuation de la colonne vertébrale et est composée de vertèbres ayant subi certaines modifications. Il parla même de l'action du milieu. Mais les mots ne doivent pas faire illusion. Il y a une différence profonde entre les conceptions de Gœthe et celles de Lamarck. Pour Gœthe, tout ne se réduit pas à l'adaptation au milieu. On peut conclure de plusieurs passages de ses œuvres qu'il se rattachait à la doctrine connue aujourd'hui sous le nom de *préformation*, d'après laquelle les transformations dérivent d'une force interne, dirigeant les modifications dans un sens déterminé à l'avance. Quelque intéressantes que puissent être les vues de Gœthe, elles n'ont, en réalité, qu'un rapport purement verbal avec la doctrine lamarckienne des transformations directement provoquées par les actions réciproques entre les êtres vivants et le milieu. Aucune science ne prête, comme la biologie, à l'introduction de substances ou de forces uniquement créées pour donner l'illusion d'une explication, sans qu'une confirmation expérimentale soit possible. Avec son amour des solutions formelles, la science allemande a ainsi édifié certaines doctrines plus philosophiques que biologiques, que des critiques sévères tendent chaque jour à ruiner.

Stendhal écrivait, il y a longtemps, au sujet des Allemands : « Moins ils ont à dire, plus ils étalent leur grand magasin de principes logiques et métaphysiques. La vérité n'est pas pour eux ce qui est, mais ce qui, d'après leur système, doit être. » Cette phrase peut s'appliquer à maints livres scientifiques allemands, où la pauvreté des résultats est masquée par un insupportable verbiage philosophique.

---

(1) Dans une thèse soutenue en 1913, M. René Lote a étudié « Les origines mystiques de la science allemande », particulièrement en chimie et dans les sciences naturelles (Paris, Alcan).

Nous avons indiqué combien la thèse de la *Critique de la raison pure* de Kant avait exercé une mauvaise influence sur certaines disciplines scientifiques. On pourrait rattacher à la *Critique de la raison pratique* les tendances formalistes de la science allemande. Dans une conférence récente, faite à la British Academy, M. Boutroux remarquait que la notion du devoir comme impératif purement formel, c'est-à-dire vide de tout contenu, dépourvu de toute matière, est d'une application singulièrement dangereuse [1]. Dans l'ordre scientifique, l'abus de notions purement formelles, ne conduisant à aucune conséquence contrôlable, n'est pas moins à redouter : nous en avons donné quelques exemples.

Dans les sciences, l'esprit d'invention ne se trouve guère dans le grand magasin de principes logiques et métaphysiques, dont parlait Stendhal. Nous ne pouvons donc nous étonner de l'avoir assez rarement rencontré en Allemagne, en rappelant l'histoire des découvertes scientifiques. L'esprit d'invention sait s'écarter à propos de la voie des déductions logiques, il exige une aptitude à saisir des rapprochements entre diverses catégories de faits et demande un sens aigu du réel, tel que nous l'avons envisagé plus haut, et qui n'a rien à voir avec une réalité que l'on prétend construire soi-même. Les doctrines philosophiques, qui ont nui aux progrès de la science allemande pendant une partie du siècle dernier, ont peut-être aujourd'hui moins d'influence directe chez les savants, mais il en est resté une mentalité qui conduit à cet esprit de système et à ces vues spéciales sur la valeur et l'objet même de la science, que nous avons cherché à analyser.

IV.

Nous n'avons jusqu'ici envisagé que la science pure, c'est-à-dire la connaissance désintéressée dont le développement

---

(1) L'illustre philosophe développe comme il suit sa pensée : « Dans la vie réelle on ne peut se contenter d'un vouloir purement formel : il faut nécessairement vouloir quelque chose, il faut insérer quelque matière dans ce moule vide. » Et un peu plus loin, à propos des massacres à la guerre de femmes, de vieillards et d'enfants, il ajoute : « Si cette cruauté est indisciplinée, elle est coupable en tant que violation de la discipline. Si elle a été ordonnée par l'autorité légitime, si c'est une cruauté disciplinée, *eine zuchtmassige Grausamkeit*, c'est un acte juste et méritoire. »

continu peut être cité comme un incontestable exemple de progrès de l'humanité. Si nous passons aux applications de la science et aux inventions proprement dites, on peut *a priori* supposer, en pensant au développement gigantesque de son industrie, que l'Allemagne a apporté là les idées les plus originales et les plus fécondes. Or il en est tout autrement, comme le montre la seule nomenclature des grandes applications scientifiques qui, à des titres divers, ont changé les conditions de la vie depuis un siècle. L'Allemagne n'a en rien contribué à l'invention des machines à vapeur, des chemins de fer, de la navigation à vapeur. Il en est de même pour les ballons et les aéroplanes, la navigation sous-marine, la télégraphie électrique, la téléphonie, la télégraphie sans fil, la photographie et bien d'autres que j'omets. Il est inutile de reprendre l'histoire tant de fois racontée de ces applications scientifiques. Même dans les choses de la guerre, qui sollicitent si vivement notre attention à l'heure actuelle, l'Allemagne n'a pas apporté de contribution vraiment originale. La science des explosifs, qui doit son origine à Lavoisier et à Berthollet, fut développée ensuite par deux savants Anglais : Abel et Noble, puis de nouveau en France par Berthelot, et par un ingénieur éminent, notre contemporain, à qui on doit la découverte de l'onde explosive et celle de la poudre sans fumée qui révolutionna l'art de la guerre. Pour la partie mécanique de la balistique, on peut rappeler que l'utilité des projectiles oblongs avec rayure des canons fut signalée dès 1760 par l'ingénieur anglais Robins, à qui on doit en outre l'invention du pendule balistique; on sait que le canon rayé fut effectivement réalisé plus tard en France. Enfin, pour terminer cette nomenclature par un détail, le projectile dont nous entendons si souvent parler, le shrapnel, fut imaginé par un officier anglais Shrapnel qui, il y a un siècle, réalisa avec les boulets alors en usage le genre de projectiles auxquels son nom est resté attaché.

L'histoire nous montre donc que, dans les applications scientifiques comme dans la science pure, l'Allemagne n'a pas témoigné d'une originalité qui doive lui conférer une supériorité sur tant d'autres nations plus inventives; tout au contraire. Et cependant cette supériorité dans l'industrie et le commerce est réelle; quant à la croyance à une prétendue supériorité scientifique, elle tient à une confusion entre l'augmentation du rendement scientifique et le progrès réel de la science.

Dans maintes parties de la science, les bonnes méthodes étant une fois trouvées, les applications de ces méthodes ne demandent que de la patience et du soin, et il s'agit alors simplement, par exemple dans les laboratoires, d'avoir un nombre suffisant de bons préparateurs. C'est le rôle que jouent souvent en Allemagne de nombreux travailleurs, élèves et collaborateurs de leurs maîtres, travaillant sous leur direction et développant leurs idées. Les sujets d'études sont ainsi explorés dans tous les sens, et l'on tire d'une méthode tout ce qu'elle peut donner. De l'effort de ces chercheurs patients ne résulte que rarement un progrès réel de la science, mais le rendement scientifique est considérablement augmenté, et il arrive parfois qu'un produit nouveau intéressant, une heureuse modification dans une technique, des mesures systématiques de constantes physiques et chimiques soient le fruit de telles investigations. La nécessité de grands laboratoires puissamment outillés pour certaines études spéciales pousse natureliement à ces travaux en quelque sorte collectifs, mais ici encore il ne faut rien exagérer. Ne nous laissons pas hypnotiser par les immenses laboratoires. Ils sont assurément désirables dans quelques recherches demandant un outillage compliqué, comme par exemple les recherches aux très basses températures, mais nous ne devons pas oublier que de belles découvertes ont été faites avec un matériel très simple; le colossal ne conduit pas nécessairement au grand. Sans remonter à l'âge héroïque des recherches de Pasteur dans son modeste laboratoire de la rue d'Ulm, reportons-nous seulement aux expériences fondamentales pour la physique moderne faites avec les tubes de Crookes, aux travaux d'un éminent physicien contemporain sur les radio-conducteurs qui ont été l'origine de la télégraphie sans fil, et aux études faites récemment dans un laboratoire de la Sorbonne sur le dénombrement des molécules.

Dans la science pure, on ne développe guère l'esprit d'invention en faisant travailler sur commande, et il est inutile de grossir le nombre des publications sans intérêt qui encombrent les journaux scientifiques. Trop souvent, ces travaux, qui portent la marque d'un même professeur et qui ne sont qu'une menue monnaie glanée par des élèves médiocres, produisent un agacement que connaissent les lecteurs des périodiques et des thèses d'outre-Rhin. L'esprit souffle où il veut, et les esprits

quelque peu originaux sont rebelles à une discipline trop pesante. Les chercheurs bien doués trouvent eux-mêmes leurs sujets d'études dans la lecture trop souvent négligée des œuvres des maîtres de la science, ou bien il suffit d'appeler leur attention sur certaines questions dont la solution paraît pouvoir être fructueusement abordée. Ce n'est pas à dire que ceux qui ont la charge d'esprits à former et à développer ne doivent leur inculquer l'habitude du travail méthodique, mais cela est tout autre chose que de leur donner, sous prétexte de travail scientifique, des devoirs à faire, comme il arrive souvent dans les universités allemandes.

Dans les applications industrielles de la science et dans le commerce, les conditions sont différentes, et l'organisation systématique rend les plus grands services; c'est ici que de grands laboratoires de science industrielle sont indispensables. Nous ne faisons pas de difficultés pour reconnaître que nous avons là beaucoup à faire. Malgré d'heureuses tentatives, la pénétration ne s'est pas suffisamment établie chez nous entre la science et l'industrie, et les efforts n'ont pas été suffisamment coordonnés. La faute en est sans doute à la fois aux savants et aux industriels, mais cette grave question est trop en dehors du cadre de notre étude pour être abordée ici, et la compétence me manquerait pour la traiter à fond. Elle est d'ailleurs extrêmement complexe, et tient par certains côtés à la politique, particulièrement à la politique financière et fiscale. Rappelons aussi que, en Allemagne, la pensée du *Deutschland uber alles* a été un puissant ferment pour le développement de l'industrie qui s'est élevée ainsi au-dessus des intérêts particuliers et est devenue une affaire nationale, objet de la préoccupation constante des pouvoirs publics; c'est pour les Allemands un des moyens de dominer le monde que de l'asservir à leurs produits. Sans prétentions à la domination universelle, nous saurons, espérons-le, nos alliés et nous, reprendre les places commerciales d'où les Allemands nous ont chassés depuis 40 ans et celles où ils se sont plus récemment installés. Ces conquêtes seront une conséquence nécessaire de la victoire de nos armes et contribueront à réparer les ruines accumulées par la barbarie de nos ennemis [1].

---

[1] En reconnaissant d'une manière générale la supériorité de l'Allemagne dans l'organisation industrielle et commerciale, je n'oublie pas

Tout en cherchant une meilleure utilisation de nos forces dans certaines directions et une meilleure organisation, nous laisserons aux Allemands les vues mystiques sur l'Organisation (avec une grande lettre), qui sont en honneur chez eux. Car là, encore, nous retrouvons la philosophie allemande; le concept d'Organisation est aujourd'hui pour quelques docteurs d'outre-Rhin un nouvel impératif que l'Allemagne doit imposer au monde, accompagnement nécessaire de la *Kultur*. Ils appliquent ici les principes de l'énergétique; aussi leur paraît-il indispensable que chacun reste enfermé dans une étroite spécialité, afin de donner son rendement maximum, leur méthode tendant à faire de l'homme une machine. Notre planète doit devenir une vaste usine sous la haute direction d'ingénieurs et de professeurs allemands, en même temps qu'une geôle soumise à la dure surveillance du militarisme germanique. Tel était le but de la guerre actuelle, effroyable vision de barbares savants, dont la réalisation constituerait un immense recul pour l'idéal de civilisation humaine, rêvé par tant de nobles penseurs, d'après lequel chaque nation doit apporter dans l'œuvre commune de l'humanité ses qualités propres, sans qu'aucune prétende à une domination qui ne pourrait que retarder la marche de l'esprit humain. Ce fut même jadis le rêve du plus grand esprit qu'ait produit l'Allemagne, Leibniz, qui s'efforçait de trouver des terrains d'union entre les nations. Mais, hélas ! le vieux fonds atavique de race de proie, que fut si souvent l'Allemagne à travers les âges, est remonté à la surface, et tous doivent, en ce moment, s'unir contre un peuple qui, se croyant d'essence divine, prétend s'imposer au monde par la violence.

---

qu'il y a chez nous des industries où la pénétration désirée s'est pleinement réalisée. Il en est ainsi notamment pour ce qui concerne la mécanique. J'ai parlé plus haut de l'aéronautique et de l'artillerie. Nous avons aussi créé et mis au point l'industrie de la bicyclette et de l'automobilisme, et surtout nous sommes presque les seuls auteurs des progrès récents dans l'art de construire, où nous défions toute concurrence sur les marchés étrangers. Dans plusieurs domaines, c'est bien plus notre organisation commerciale que notre organisation industrielle qui laisse à désirer.

LA

VACCINATION ANTITYPHOÏDIQUE [1]

L'Institut de France a donné pour la dernière fois le pris Osiris en 1909. Le prix n'a pas été décerné en 1912, et reste maintenant disponible. La commission de ce prix ne pouvait songer à user une nouvelle fois de la clause de renvoi à laquelle, dans la pensée formellement exprimée du donateur, nous ne pouvons recourir qu'exceptionnellement.

Dans les œuvres qu'il soutient, l'Institut montre chaque jour l'intérêt qu'il porte à ce qui peut soulager les misères produites par la guerre et le souci qu'il a de la santé de nos armées. La commission devait d'autant moins l'oublier que M. Osiris signale particulièrement à l'Institut « les travaux relevant de la science médicale ou chirurgicale qui apporteraient la guérison ou le soulagement de maladies aujourd'hui sans remède, ou qui seraient un acheminement vers le moyen de prévenir le mal ou de le guérir ». Notre attention était aussi attirée sur ce passage de la donation par deux de nos académies, celle des sciences et celle des sciences morales et politiques, qui émettaient, il y a quelques semaines, le vœu que le prix Osiris fût décerné à une œuvre médicale qu'elles désignaient explicitement : la vaccination antityphoïdique.

Avant de vous faire connaitre les résolutions que propose la commission et qui satisfont au désir exprimé par ces Académies, il paraît utile de rappeler rapidement quelques points de l'histoire des vaccinations. Nous y rencontrerons quelques noms de savants étrangers, mais vous savez que, d'après la volonté formelle de M. Osiris, les Français seuls peuvent participer au prix. Ce n'est pas la première fois que des étrangers sont écartés ainsi de la liste des lauréats du prix Osiris; il y a six ans notamment, dans l'attribution du prix donné à l'aviation, nous avons dû laisser de côté deux Américains, les frères Wright, dont le nom restera dans l'histoire de la navigation aérienne.

---

[1] Rapport sur le prix Osiris, présenté à l'Institut dans sa séance du 3 juin 1915.

L'idée d'obtenir un vaccin avec des microbes à virulence atténuée est une des plus admirables découvertes de Pasteur. Il suffit de rappeler ses travaux sur le choléra des poules, ses travaux et ceux de Toussaint et de Chauveau sur la maladie charbonneuse. La voie était ouverte à un grand nombre de recherches. Bientôt la vaccination put être faite, dans certaines maladies, non plus avec le microbe ayant sa virulence atténuée par la chaleur, mais, celui-ci étant tué, avec les produits solubles qu'il élabore, possibilité entrevue d'ailleurs par Pasteur et Chauveau. C'est ainsi qu'en 1886, aux États-Unis, M. Salmon obtint, par inoculation de cultures stérilisées par la chaleur, la vaccination contre le *cholera-hog* ou peste des porcs. En 1887, Chamberland et M. Roux montrèrent qu'il est possible de donner aux cobayes l'immunité contre la septicémie aiguë en leur injectant des quantités suffisantes de culture de vibrion septique, complètement dépourvues d'organismes vivants. En ce qui concerne la fièvre typhoïde, la première tentative de vaccination au moyen des substances solubles élaborées par le bacille typhique fut faite par MM. Chantemesse et Widal, qui en publièrent les résultats dans deux mémoires parus en 1888 et 1892. Ces savants opéraient sur des souris, puis sur des cobayes et des lapins; ils chauffaient à 120° et à 100°. La dose injectée était de 15cm³ à 20cm³ pour les cobayes; l'opération se faisait en quatre fois à plusieurs jours d'intervalle. Quelques animaux mouraient à la suite de la vaccination; après inoculation aux autres de microbes virulents, on conservait environ la moitié des animaux mis primitivement en espérience. Les auteurs terminaient ainsi leur mémoire : « Une dose de culture typhique qui tue invariablement des souris saines ne tue pas dans la grande majorité des cas les souris qui ont absorbé préventivement des produits solubles non vivants élaborés par le bacille typhique. Celles-ci ont acquis l'immunité. »

Jusqu'ici, en dehors d'une tentative concernant le choléra, faite en 1886 par le médecin espagnol Ferran, aucune vaccination n'avait été essayée sur l'homme. En particulier pour la fièvre typhoïde, on ne pouvait songer à injecter chez l'homme les doses considérables qui auraient été nécessaires avec le vaccin jusque-là obtenu. En 1895, le médecin russe Haffkine cherche à vacciner l'homme contre le choléra et la peste à l'aide de cultures dévitalisées, comme il dit, par la chaleur. C'est à

cette époque que Sir Almroth Wright se rend dans l'Inde pour étudier auprès de Haffkine la méthode de vaccination anticholérique. A ce moment, il eut l'idée de réaliser la vaccination antityphoïdique par un procédé analogue, mais c'est seulement en 1896, quand il apprit que Pfeiffer et Kolle à Berlin avaient trouvé des agglutinines dans le sang des animaux inoculés avec des cultures stérilisées à 60°, qu'il chercha à vacciner l'homme par ce moyen. Wright put tenter de suite une expérience en grand en inoculant son vaccin à des milliers de soldats vivant dans des régions où la fièvre typhoïde est endémique, et les statistiques se montrèrent très favorables. Depuis lors, on reconnut que la température pouvait être abaissée de quelques degrés, et l'on est même descendu à 53°. Le vaccin antityphoïdique obtenu par la chaleur fut employé dans l'armée anglaise et dans l'armée américaine, et il donna, dans l'Afrique du Sud notamment, la preuve de son efficacité.

Nous n'avons, jusqu'ici, parlé que de l'emploi de la chaleur, pour atténuer la virulence ou pour stériliser les cultures de microbes qui doivent fournir le vaccin. D'autres procédés ont été proposés, et, dès le temps de Pasteur, on fit usage des antiseptiques. En 1908-1910, M. H. Vincent a commencé à se servir avec succès de l'éther, qui est d'un emploi très sûr. Depuis lors, avec une énergie inlassable, le professeur du Val-de-Grâce s'est fait l'apôtre de la vaccination antityphoïdique. Actuellement le vaccin à l'éther est préparé en très grande quantité au laboratoire de vaccination antityphoïdique du Val-de-Grâce, où travaillent 150 personnes. La technique de la préparation est fort simple. Les cultures de bacilles d'Eberth vivants sont émulsionnées dans une solution isotonique de chlorure de sodium pur, et l'on verse dans cette solution une certaine quantité d'éther sulfurique. Après avoir été agité pendant quelques secondes, le mélange est abandonné à la température du laboratoire pendant 5 heures; le bacille typhique est tué. Un contrôle bactériologique est exercé dans chaque phase des diverses opérations.

Depuis 1912, le vaccin préparé par le procédé de M. Vincent est employé dans l'armée grecque; depuis 1913, il l'est dans les armées belge, italienne, espagnole. En France, on fait surtout usage du vaccin par la chaleur dans l'armée de mer, et du vaccin à l'éther dans l'armée de terre. Depuis que, grâce à l'initiative

de notre confrère M. Léon Labbé, la vaccination antityphoïdique, de facultative qu'elle était, est devenue obligatoire dans l'armée française, l'emploi du vaccin antityphoïdique s'est beaucoup répandu. Une question se pose d'elle-même : comment peut-on être assuré de l'efficacité d'un vaccin comme le vaccin antityphoïdique ? Puisqu'il n'est pas possible de donner la maladie à l'homme vacciné pour faire des comparaisons, c'est à des statistiques suffisamment étendues qu'il faut demander la réponse. Les cas de vaccination montant maintenant à plusieurs millions, les statistiques très nombreuses permettent de conclure. La vaccination antityphoïdique a montré sa puissante efficacité dans un grand nombre d'épidémies. Bornons-nous à citer, entre bien d'autres statistiques tout aussi démonstratives, les chiffres relatifs à l'épidémie d'Avignon en 1912 : 687 militaires non vaccinés ont compté 155 cas de fièvre typhoïde et 22 décès, tandis que les vaccinés, au nombre de 1366, ont eu *zéro* cas et *zéro* décès. Il n'y a aucune exagération à dire qu'au Maroc, où la fièvre typhoïde sévit avec intensité parmi les nouveaux venus, la vaccination préventive contre cette maladie a rendu possible l'occupation permanente du pays. On doit noter aussi que la vaccination, lorsqu'elle est faite sur un grand nombre d'individus en temps d'épidémie, exerce sur celle-ci une action d'arrêt très remarquable, comme le montrent les épidémies de Montauban et de Marseille en 1913, et de Tours en 1914.

On voit par ce qui précède que le problème de la vaccination antityphoïdique peut être regardé comme résolu. La commission a pensé qu'elle devait suivre les indications données par deux de nos Académies, indications qui s'accordent si complètement avec les désirs exprimés par M. Osiris. Elle vous propose à l'unanimité d'accorder le prix à l'Œuvre de la vaccination antityphoïdique. D'après la volonté formelle du donateur, la commission ne peut vous proposer que des savants français; s'inspirant, quant au choix des personnes, du vote émis par l'Académie des Sciences, elle vous demande de partager le prix en deux parties égales, l'une des parties étant donnée à M. H. Vincent, professeur au Val-de-Grâce, et l'autre partie à MM. Chantemesse et Widal, professeurs à la Faculté de médecine.

CONFÉRENCE

SUR

LA DÉPOPULATION [1]

MESDAMES, MESSIEURS,

J'ai à vous entretenir aujourd'hui d'un sujet douloureux. A l'heure grave où nous sommes, chacun doit regarder en face les réalités, si pénibles qu'elles puissent paraître. On a dit, maintes fois, nos motifs d'espérance dans cette guerre, qui nous a été imposée par un peuple aspirant à l'hégémonie universelle et où la France fait depuis deux ans l'admiration du monde. Il faut dire aussi nos motifs d'inquiétude pour les temps qui suivront une victoire obtenue au prix de tant de sacrifices.

Parmi les questions qui préoccupent tout Français soucieux des intérêts de la Patrie, la plus importante est sans contredit celle de la repopulation. Depuis longtemps, le problème de la natalité a appelé l'attention des moralistes et des économistes. Des groupements aussi se sont formés, comme l'*Alliance nationale pour l'accroissement de la population française*, de beaucoup la plus ancienne de toutes, celle qui a déterminé le mouvement, puis la *Ligue pour la vie*, la *Plus grande famille*, la *Ligue des familles nombreuses*, peut-être quelques autres encore, dans le but de signaler et de conjurer le péril qui nous menace. Il n'est que juste de rendre hommage au dévouement et au zèle inlassable de ceux qui les dirigent.

La *Ligue française*, dont le programme comporte tout ce qui peut contribuer au relèvement et au développement de notre pays, manquerait à ses engagements si elle négligeait l'étude d'un problème aussi vital.

Après une étude approfondie de la question, et après avoir

---

(1) Conférence faite à Paris, dans le grand amphithéâtre de la Sorbonne, le 21 décembre 1916.

entendu notamment M. Jacques Bertillon, président de l'*Alliance nationale pour l'accroissement de la population française*, nous avons adopté le programme de cette société, en y faisant seulement quelques modifications et additions.

Nous ne craindrons pas de répéter des choses déjà dites. Il est des vérités cruelles qu'il ne faut pas se lasser de proclamer et des optimismes dangereux qu'il faut combattre sans relâche. Nous nous efforcerons aussi d'indiquer des mesures susceptibles de concourir au relèvement de notre natalité, ou tout au moins d'esquisser quelques projets susceptibles de servir de bases à des discussions ultérieures.

« Ne parlons pas d'un sujet trop délicat », disaient avant la guerre les gens satisfaits, qui ne voulaient pas voir leur quiétude troublée et redoutaient les répercussions de tout ordre que peut soulever une question aussi grave. Ils pensaient, apparemment, que les peuples qui ont un grand passé ont une longue agonie, et que, en tout cas, la France vivrait aussi longtemps qu'eux. Il s'en est, hélas ! fallu de peu qu'ils n'aient vu, aux heures sombres des premiers jours de septembre 1914, nos héroïques armées, trop peu nombreuses, cédant sous le poids des multitudes allemandes. Non, il ne faut pas, sous des prétextes plus ou moins sincères, faire le silence. On doit, par tous les moyens, faire connaître au peuple de France qu'il est au bord d'un gouffre d'où ne peuvent plus sortir les nations qui y sont tombées, et que si rien ne vient nous arrêter sur la pente où nous descendons, notre pays, avant peu d'années, sera rayé de la liste des peuples qui comptent dans le monde.

Quelques faits et quelques nombres doivent d'abord être rappelés. Au XVIIe siècle, la France est la grande nation, sa population atteint presque la moitié de celle des grandes puissances de l'Europe. Elle est toujours la première au XVIIIe siècle ; mais pendant le XIXe siècle, la diminution de notre population s'accuse de plus en plus. En 1870, la population française était à très peu près égale à celle de l'Allemagne, soit 36 000 000 d'habitants ; actuellement, il y a *trente-neuf millions* de Français pour *soixante-six millions* d'Allemands. La diminution du nombre des naissances s'accélère d'année en année. Nous trouvons, pour *mille* habitants, 26,1 naissances en 1871, 25,3 en 1879, 23,7 en 1888 et, suivant une courbe continuellement descendante, nous avons 19,8 en 1910 et 18,1 en 1913. Le point essen-

tiel est l'excédent des naissances sur les décès; or, pour les 25 dernières années, on peut dire que cet excédent chez nous est nul en moyenne. Plusieurs fois, il y a eu un excédent de morts, comme en 1911, où le nombre des décès a dépassé de 34 000 le nombre des naissances. Le résultat est pire encore en 1914, année pour laquelle la guerre n'a exercé aucune influence sur le nombre des naissances; nous trouvons dans les 77 départements non envahis, les seuls pour lesquels les statistiques ont pu être établies, un excédent de décès égal à 53 000. En 1913, pour les mêmes départements, il y avait eu un excédent de 150 000 naissances. Il ne semble donc pas, comme quelques-uns voudraient l'espérer, que nous soyons arrivés au point le plus bas de la courbe que nous descendons. Tandis que notre moyenne, depuis dix ans, est de moins de 19 naissances chaque année par 1000 habitants, celle de l'Allemagne est de 31, de l'Autriche, 33, de l'Angleterre, 26, de l'Italie, 33. Pour être au même taux que l'Allemagne, nous devrions avoir, par an, 500 000 naissances de plus.

Comparons maintenant les accroissements annuels des populations, pendant les dernières années avant la guerre. Ces accroissements sont, en moyenne, pour 10 000 habitants de 141 pour l'Allemagne, de 115 pour l'Angleterre, de 114 pour l'Autriche-Hongrie, de 113 pour l'Italie; pour la France, de 7. Avec ce taux de 7 pour 10 000, il faudrait 370 ans pour que notre population arrivât à doubler, tandis que l'Allemagne, en un siècle, a vu presque tripler sa population.

Nous avons tous entendu de prétendus sages se consoler en disant que, depuis longtemps, il y a, dans tous les pays, une décroissance régulière de la natalité et que le développement de la civilisation conduit fatalement à cette diminution. La première partie de cette affirmation, qui est un point de fait, est exacte. On peut avoir des doutes sur la seconde, en tant que cette loi de diminution est posée *a priori* et déclarée fatale, car les progrès des applications scientifiques, en facilitant de plus en plus les conditions de la vie matérielle, opèrent en sens inverse. Ce qui importe seul pour le moment, c'est la comparaison des chiffres que je viens de citer. Le chiffre 7, rapproché de nombres qui oscillent autour de 120, est tristement significatif et véritablement effrayant. Quant aux enfants des deux sexes de 1 à 12 ans, il y en a actuellement 18 millions en Alle-

magne contre 8 millions chez nous. Pour les jeunes gens de 12 à 17 ans, l'Allemagne en possède 4 000 000, tandis que nous n'en avons que 1 800 000. Pendant qu'autour de la France s'accroissent tous les peuples, elle seule reste stationnaire.

Avant les heures tragiques que nous traversons, ces statistiques étaient regardées comme inopportunes. Elles restaient, d'ailleurs, confinées dans des publications peu accessibles au grand public. Le mal, en apparence, ne touchait aucun de nous. Plus d'un, parmi les gens avertis, ne voulait pas penser à la gravité du danger et continuait à voir, dans cette diminution, un signe de haute civilisation, détestable paradoxe à l'usage des pays résignés à disparaître. On entendait parfois parler avec quelque mépris de la natalité inconsidérée de l'Allemagne, et l'on croyait à la surpopulation allemande. Or, en réalité, celle-ci n'existe pas, car les campagnes germaniques ne sont pas trop peuplées, tout au contraire, et l'émigration à titre définitif y est aujourd'hui extrêmement restreinte. La vérité est que la forte natalité allemande est un des éléments de la force prodigieuse au moyen de laquelle un peuple de proie croyait pouvoir prétendre à la domination mondiale.

La guerre actuelle fait voir toutes choses sous un jour plus juste, et le temps est passé des vains dilettantismes. L'importance du nombre éclate à tous les yeux et aucun Français réfléchi ne peut douter que la déchéance de la natalité a eu pour conséquence l'affaiblissement des productions de tout ordre dans notre pays. La stagnation de notre population n'est-elle pas une des causes de l'arrêt relatif de notre commerce et de notre industrie par rapport à ceux d'autres nations ? Avec plus d'hommes, nous aurions plus d'ouvriers et d'ingénieurs dans nos usines, plus de voyageurs pour placer au dehors les produits de notre industrie et développer notre commerce, nous aurions pu ne pas laisser inexploitées ou exploitées par des étrangers certaines de nos richesses naturelles. Est-ce aussi chez un peuple clairsemé qu'ont le plus de chance d'apparaître dans les sciences, dans les lettres, dans les arts, les hommes éminents qui sont la gloire de leur pays. On sait que la science elle-même est devenue pour l'Allemagne un moyen de domination. Si ces savants n'ont pas l'originalité qu'ils s'attribuent, ils sont très nombreux, et leur travail, méthodiquement organisé, exploite les idées émises ailleurs, souvent au grand profit de la fortune

publique. Et enfin, et surtout, on peut affirmer que s'il y avait eu, en 1914, *quinze* ou *vingt millions* de Français de plus, nous n'assisterions pas aujourd'hui à la lutte terrible où la France a failli périr. Pensons aussi aux jours qui suivront une victoire, qu'une coordination de mieux en mieux établie entre les forces presque sans limites des nations alliées contre l'Allemagne, finira par lui imposer. Il ne suffit pas de vaincre, il faut encore profiter de la victoire. Le pourrions-nous, si notre population restait stationnaire ou décroissante ? Nous ne jouirions pas longtemps d'une paix heureuse, et le sang, généreusement répandu par nos fils, n'aurait que retardé de quelques années la ruine de notre pays. On frémit à cette pensée impie, mais cependant, une France en partie déserte ou peuplée d'étrangers, anémiée dans toutes les manifestations de son activité collective, ne serait-elle pas une proie facile pour une nouvelle et dernière invasion ?

Persuadons-nous donc bien que la question de notre natalité est la question capitale qui domine toutes les autres. Il est très utile de faire des projets pour la reconstitution de la France de demain, mais c'est à la condition que nous pourrons compter sur l'élément humain nécessaire à toutes ces réfections.

En signalant les dangers que fait courir à notre pays l'insuffisance de notre population, nous venons d'insister sur les côtés économique et militaire. Mais ce n'est là qu'une face de la question. Celle-ci est aussi, elle est surtout d'ordre moral. Morale sociale et morale privée sont étroitement liées au grave problème qui nous occupe. L'homme cherche le plus possible à se survivre, mais ce n'est pas assez dire. Affirmons-le bien haut : c'est, sauf en quelques cas très particuliers où l'idée de dévouement et de sacrifice, sous des formes diverses, joue le principal rôle, un devoir impérieux de transmettre la vie. Les uns trouveront l'origine de ce devoir dans un idéal qu'on peut dire religieux, laissant soit à une Providence qui veille sur le monde, soit à l'ordre résultant des lois naturelles, le soin de régler le développement des familles. D'autres rattacheront ce devoir à l'amour et au culte de la Patrie, à un idéal patriotique, latent quelquefois, mais subsistant toujours chez les nations qui ne veulent pas périr, idéal qui, à certaines heures tragiques, transforme et exalte les âmes, comme en témoignent nos héroïques combattants. A côté des vertus militaires, il y a les vertus civiques, et, suivant la

forte expression du Dr Bertillon, le devoir est aussi impérieux de contribuer à la perpétuité de la Patrie que de la défendre.

Quelles sont les causes profondes qui amènent en France l'effroyable diminution constatée dans la natalité ? Notre peuple, vieilli et fatigué, est-il incapable de se reproduire ? Il n'en est rien, comme on le constate au Canada, comme le montre l'Algérie, où notre race n'est guère moins féconde qu'aucune de celles qui lui font concurrence, comme on le voit dans l'Alsace qui nous fut enlevée il y a 45 ans, comme on le voit enfin dans les grandes familles qui subsistent encore chez nous. Non, la cause est tout simplement que le nombre des enfants étant, dans la très grande majorité des cas, déterminé par la volonté des parents, ceux-ci ont limité étroitement leur famille. L'égoïsme, la soif des jouissances, la crainte de l'effort pour élever une famille nombreuse, sont les causes essentielles qui entravent la natalité. En même temps, les mariages sont devenus plus rares ou plus tardifs. Les jeunes gens trouvent les dots insuffisantes et les jeunes filles trouvent trop médiocres les positions des jeunes gens. Et cela, dans tous les rangs de la société. Dans des lettres venues des tranchées, j'ai trouvé maintes fois la même constatation. « J'ai 35 ans, m'écrit un soldat, et j'ai plusieurs fois cherché à me marier, mais les demoiselles ne m'ont pas trouvé assez riche. Elles ne veulent pas d'un laboureur, d'un journalier. Nous ne voulons pas, disent-elles, tirer la ficelle s'il y a des gosses. Nous voulons un bon employé qui puisse nous nourrir sans rien faire. » Si des demoiselles, pour parler comme mon correspondant, m'avaient fait part de leurs réflexions, plusieurs auraient dit sans doute qu'elles ne trouvent pas de maris parmi les jeunes célibataires endurcis dans leur égoïsme.

Un Américain illustre qui, depuis deux ans, nous a montré la plus vibrante sympathie, écrivait jadis dans un style biblique familier aux Anglo-Saxons : « Quand on peut parler, dans une nation, de la terreur de la maternité, cette nation est pourrie jusqu'au cœur du cœur. Quand les hommes craignent le travail, quand les femmes craignent d'être mères, ils tremblent sur le bord de la damnation, et il serait bien qu'ils s'évanouissent de la surface de la Terre, où ils sont de justes objets de mépris pour ceux qui sont forts et ont l'âme haute. » Ces sévères paroles du président Roosevelt ne s'adressaient à aucun

peuple déterminé. Plaise à Dieu qu'aucun trait n'en soit applicable à notre pays.

La diminution de la natalité, qui apparaît d'abord comme un effet de l'abaissement des caractères et des volontés, en devient ensuite une cause. Ce n'est pas, en effet, dans les familles à fils unique que se prennent en général les leçons d'énergie, tandis que, dans la famille nombreuse, le goût de l'action a plus de chance de se développer et les enfants y sentent davantage la nécessité de compter sur eux-mêmes. L'exemple de leurs parents, qui peinent pour les élever, leur apprend le sérieux de l'existence. Pour les individus, comme pour les peuples, il est mauvais de regarder l'avenir comme assuré et l'effort constant est la loi de la vie. Le bourgeois et le paysan français ont une vertu assurément très louable : la prévoyance; mais cette vertu, poussée à l'excès, conduit à la moindre action. La France, disent nos ennemis, est un peuple de petits rentiers sans initiative, qui économisent mais ne risquent rien.

Quant à l'ouvrier français, il a cru trop souvent, sous l'influence de certaines doctrines, aux avantages à attendre de la raréfaction de la main-d'œuvre, comme si l'affaiblissement des industries où il travaille pouvait lui apporter des avantages durables.

Nous ne pouvons croire qu'il soit impossible de lutter contre le mal qui nous ronge. Plusieurs, n'osant peut-être pas envisager la question en face, se préoccupent seulement de la diminution de la mortalité. Certes, de grands efforts sont encore à faire dans ce sens, et la science, notamment dans la voie ouverte par Pasteur, remportera encore d'éclatants triomphes. L'hygiène fait aussi d'admirables progrès, et une loi, comme celle que la reconnaissance publique dénomme *loi Roussel*, a contribué à la diminution de la mortalité infantile. Ne nous faisons pas, cependant, trop d'illusions de ce côté. On est, *a priori*, tenté de penser que la diminution de la mortalité amène fatalement l'accroissement de la population. Les statistiques du Dr Bertillon montrent que les choses sont plus complexes. La comparaison de la mortalité et de la natalité montre que, dans la plupart des pays, la natalité est faible ou forte, suivant que la mortalité est elle-même faible ou forte.

Il y a une cause de dépopulation, criminelle celle-là, qu'il faut flétrir et poursuivre sans pitié : ce sont les manœuvres

abortives. Sans insister, disons seulement que ce mal a pris les proportions d'un fléau social; il croît avec une telle intensité qu'on se demande si l'énormité du scandale ne suspend pas l'arme de la justice. Il en est de même pour des propagandes recommandant certaines pratiques auxquelles on rattache bien à tort le nom d'un respectable pasteur anglais, Malthus, connu par une loi d'un aspect séduisant pour des mathématiciens, mais à laquelle l'expérience n'en a pas moins donné un éclatant démenti. Contre ces propagandes, la puissance publique n'est pas désarmée. Elle manque à son devoir quand elle n'agit pas; si la loi doit être renforcée, que le législateur y pourvoit au plus vite.

Je crois inutile de parler une fois de plus de l'alcoolisme. Tout a été dit sur l'alcool, poison qui, à la fois, augmente la mortalité et diminue la natalité, mais que protègent des tabous qui n'ont rien de mystérieux. L'exemple récent de la Russie montre assez quel bienfait on peut attendre de la suppression de l'alcool dans la consommation; il restera pour son emploi un champ industriel suffisamment vaste.

Mais il ne faut pas nous bercer d'un chimérique espoir. Quelque victoire que la science remporte sur la mort, de quelque succès que soit couronnée une lutte vigoureuse contre des manœuvres et propagandes infâmes, le résultat, tout important qu'il soit, sera insuffisant. Si des moyens plus directs ne pouvaient être trouvés, nous ne serions pas loin d'être vaincus.

L'homme trouve naturellement dans sa conscience et dans son cœur le désir de fonder une famille et de l'accroître. C'est de là qu'il faut partir, et les moyens cherchés doivent d'abord êtres des adjuvants à ce désir. Il appartient, en premier lieu, aux groupements dont l'objet est d'ordre moral, de faire revivre le culte trop oublié des vertus familiales qui sont, en général, la meilleure garantie du bonheur. Les éducateurs de tout ordre, les publicistes, les ministres des divers cultes, doivent multiplier les efforts pour restaurer dans les consciences le respect des préceptes moraux et rappeler le devoir de la transmission de la vie. Je sais bien qu'il est de règle de ne pas parler de certains sujets délicats, mais des éducateurs conscients de la gravité de leur mission sauront réaliser des changements qui s'imposent impérieusement.

Il faut aussi qu'une atmosphère se forme, favorable aux

vertus familiales. On doit reconnaître que la littérature et le théâtre se sont peu souciés de les glorifier, et nous ne savons que trop le tort que certains de nos romans nous font à l'étranger.

Je lisais, dans un rapport récent sur le livre français en Angleterre, que la couverture jaune de nos romans a, de l'autre côté de la Manche, une fâcheuse réputation; cette couverture nuit, paraît-il, à la vente de nos autres ouvrages présentés sous la même couleur, et un rédacteur d'un grand journal anglais a même suggéré d'adopter une autre couleur pour nos livres sérieux. Le procédé est un peu simpliste et la question ne se réduit pas à une question de couverture, mais il ne rentre ni dans mon sujet ni dans ma compétence de tracer le tableau de la littérature de demain; souhaitons seulement qu'elle ne crée pas une atmosphère défavorable à la famille.

Les lois, de leur côté, n'ont guère été plus favorables. Depuis un siècle, le législateur s'est rarement préoccupé de l'action des lois sur le développement de la famille. Souvent même, les lois, faites dans les meilleures intentions, ont poussé par des incidences imprévues à la restriction de la natalité, et les institutions sociales ont collaboré avec les égoïsmes individuels. Comme l'écrivait jadis Renan, *notre code de lois paraît avoir été fait pour un citoyen qui naîtrait enfant trouvé et qui mourrait célibataire.* Non seulement la famille nombreuse n'est pas honorée comme il conviendrait, mais l'opinion n'a que trop de tendances à la regarder avec pitié ou avec mauvaise humeur. C'est ce qu'exprime bien, dans sa forme naïve, un « poilu » anonyme félicitant récemment la *Ligue française* de s'occuper de la repopulation. « On a presque honte en France, écrit-il, d'avoir beaucoup d'enfants. Quand je sortais avec ma femme et mes quatre beaux petits, les locataires voisins nous considéraient les uns avec mépris, les autres avec pitié, et plus d'une fois j'ai entendu dire par ces bons chrétiens : « Quel bruit ils font, c'est « la mère *une telle* avec sa nichée. » Il est vrai que mes pauvres petits dévalent les escaliers et dérangent les voisins sans enfants qui lisent leur journal. » Notre correspondant aurait pu ajouter que certains propriétaires rangent les enfants dans la série des objets qui troublent la tranquilité des maisons, entre les chiens et les pianos, et aussi, chose plus grave encore, que des pères de famille, regardés en quelque sorte comme indignes à cause du nombre de leurs enfants, cherchent sans succès des positions

trouvées de suite par des célibataires, pour la seule raison qu'ils sont célibataires. Que de doléances on pourrait citer à ce sujet : « J'ai *cinq* enfants, m'écrivait récemment un soldat jardinier; jusqu'à *deux* enfants, j'ai pu trouver une place fixe, mais à partir du *troisième*, j'ai été chassé, et je ne peux plus travailler qu'à la journée. »

Dans une question qui touche à son existence même, l'État a de graves obligations. Ce serait pour lui un suicide s'il ne montrait dans les lois son souci de relever la natalité. Qu'aucune loi ne soit votée sans qu'on étudie ses répercussions possibles, que l'État honore la famille nombreuse et lui rende la vie plus facile. Il contribuera ainsi, après les influences morales dont j'ai parlé tout à l'heure, à transformer la mentalité publique à l'égard des grandes familles. On parle avec raison de l'action des mœurs sur les lois, mais il y a aussi une action, nullement négligeable, des lois sur les mœurs. Nous comptons donc, dans la question de la repopulation, sur des lois judicieusement étudiées. Elles ne créeront peut-être pas le désir de fonder une famille, mais elles écarteront certains obstacles qui empêchent la réalisation de ce désir.

Entrons maintenant dans quelques détails sur les points dont l'étude nous a paru particulièrement urgente.

Nous partons de ce fait que la conservation et le développement normal de la nation exigent absolument un minimum de trois enfants vivants par mariage. Il en résulte que la nation est débitrice envers les citoyens ayant plus de trois enfants, tandis que, au contraire, les citoyens qui, volontairement ou non, ne contribuent pas ou contribuent insuffisamment à la perpétuité de la Patrie, sont débiteurs envers elle. Une nation n'est pas, en effet, un simple agrégat d'individus isolés, mais, suivant la belle formule de Fustel de Coulanges, elle est un ensemble d'êtres ayant une communauté d'idées, d'intérêts et d'espérances.

On peut imaginer divers systèmes de contributions auxquelles seraient soumis les citoyens ayant moins de trois enfants à leur charge, pour alléger les dépenses que leur excédent de famille impose à ceux qui en ont plus de trois. Il pourra s'agir de dégrèvements partiels pour ces derniers, ou bien d'impôts particuliers sur les revenus des premiers, ou bien d'autres taxes *sui generis*, faciles à imaginer. Le détail importe peu ici, et qu'on n'aille pas

faire la ridicule objection qu'on frappera ainsi des gens qui, bien malgré eux, n'ont pas trois enfants. Il ne s'agit pas de frapper qui que ce soit, et il n'y a dans les dispositions précédentes aucune idée de pénalité; il y a seulement une tendance vers l'égalisation des charges familiales entre tous les citoyens: c'est là un acte de justice sociale. Avec les ressources ainsi obtenues, l'État pourra donner tout d'abord des *allocations* et des *primes à la naissance.*

Avec les allocations, on se propose d'arriver à la famille nombreuse, nous entendons par là la famille de plus de trois enfants. Les statistiques montrent que, au moins dans les campagnes, la dépense annuelle indispensable pour élever un enfant jusqu'à l'âge de 13 ans est au minimum de 180fr. Nous proposons que tout chef de famille ayant plus de trois enfants vivants à sa charge, reçoive de l'État une allocation annuelle de 180fr par enfant de moins de 13 ans, *au delà du troisième*, l'allocation restant due pour cet enfant, jusqu'à la fin de la période indiquée, quoi qu'il advienne des trois premiers. En vertu du principe posé, cette allocation doit être donnée indistinctement à toutes les familles de plus de trois enfants. Ce n'est pas un secours, c'est le paiement d'une dette contractée par la nation. Vouloir restreindre cetta allocation à certaines catégories de citoyens, c'est fausser complètement l'idée directrice de ce projet.

La dette de la France à l'égard des familles nombreuses est encore plus manifeste quand il s'agit de veuves. Aussi, demandons-nous que la veuve qui a ou qui a eu quatre enfants vivant simultanément, reçoive une allocation annuelle de 280fr par enfant vivant, non plus seulement pour le quatrième enfant et les suivants, mais aussi pour le *troisième*.

Les allocations avaient pour objet la famille nombreuse. Dans notre pensée, on se proposerait, avec la *prime à la naissance*, qui est tout autre chose, d'arriver à la famille que nous pourrions appeler *minima*, c'est-à-dire la famille de *trois* enfants. Ces primes seraient données, dans les conditions qui vont être dites, à la troisième naissance et à chacune des suivantes, à condition que deux enfants au moins, nés antérieurement, soient vivants. A qui donnera-t-on cette prime ? A toutes les familles, devons-nous répondre, d'après les idées émises plus haut. Ici, cependant, une difficulté se présente; quelques-uns craignent de provoquer ainsi des naissances dans des milieux chargés de tares diverses,

où il faudrait plutôt les éviter. Il y a peut-être là un trop grand souci des cas exceptionnels. Quoi qu'il en soit, M. Breton, député du Cher, évite en grande partie la difficulté signalée, au moyen d'une assurance qui exigera une visite médicale préalable, permettant de ne pas donner le bénéfice de la prime aux pères et mères indésirables. Les primes seraient réservées aux familles qui, au moment du mariage ou dix mois au moins avant la naissance de l'enfant, se seraient assurées dans ce but, la somme à payer pour l'assurance étant extrêmement minime (quelques francs par an). La prime serait uniforme et donnée à tous les assurés. Son montant pourrait être fixé à *mille* francs. Elle ne serait payée qu'autant que l'enfant atteindrait l'âge de six mois et serait exigible à ce moment; elle constitue donc aussi un encouragement aux soins à donner aux enfants du premier âge. A cet égard, il serait même peut-être préférable de fixer une durée d'*un an* au lieu de *six mois*, car la première année est, pendant l'enfance, celle où la mortalité est la plus forte; on pourrait aussi payer la prime en deux fois, à *six mois* et à *un an*, si ces âges sont atteints par l'enfant.

Des objections n'ont pas manqué de se produire au sujet de ces primes. Le système d'assurances répond à certaines d'entre elles. On a dit aussi : dans certains milieux cette somme sera gaspillée. Assurément, il y a des gens qui usent mal de tout ce qu'on leur donne, mais nous croyons que dans notre pays si économe, j'ai même dit trop économe tout à l'heure, ce sera là l'exception, et je suppose plutôt que, dans nos laborieuses campagnes, la prime pourra être utilisée pour l'achat d'une vache ou d'un lopin de terre depuis longtemps convoité; ailleurs, le capital sera placé, afin de contribuer plus tard à l'établissement des enfants. Il ne serait d'ailleurs pas impossible de trouver quelque moyen pour empêcher une mauvaise utilisation de la prime par certains pères, en donnant, avec des modalités à préciser, la prime à la mère, comme l'autorisent des lois récentes. D'autres objections sont d'ordre sentimental : quelques-uns sont choqués par cette idée de prime. Devant l'immensité du danger, il n'y a pas à s'arrêter à des considérations de cet ordre, si l'on pense que la prime doit concourir à l'augmentation de la natalité.

J'écarte les objections relatives à la dépense. Si les suppléments de charges financières ainsi imposés aux citoyens n'ayant

pas trois enfants étaient considérables, il faudrait s'en réjouir, car ce serait alors que notre population augmenterait sérieusement. Il n'en sera malheureusement pas ainsi actuellement, car il n'y a pas en moyenne trois enfants par ménage. Et puis, comme l'a dit le professeur Richet, qu'est-ce qu'une prime de *mille* francs pour la naissance d'un Français, qui, adulte, représentera par son travail une rente annuelle de *deux mille* francs ? Il nous paraît que la prime à la naissance est, dans l'ordre strictement économique, un des plus puissants moyens dont on puisse disposer.

Nous avons déjà dit, et il ne faut pas se lasser de le redire, que nombre de lois ont été établies sans aucun souci du relèvement de la natalité, et en oubliant que la famille est véritablement la cellule de la vie nationale. Bien plus, certaines lois ont contribué indirectement à la diminution de la population ; telle la loi sur les accidents du travail qui, excellente à certains égards, a le tort de pousser les patrons à n'engager que des célibataires : telle aussi la loi sur le travail des enfants. D'autres lois, loin de favoriser les éléments vitaux de la nation, ont condamné le trésor à des dépenses dont personne n'a pu fixer la grandeur, ne faisant aucune différence entre des vieillards n'ayant eu que peu de charges, dont beaucoup sont responsables de leurs misères, et ceux qui, ayant eu le mérite d'élever une nombreuse famille, n'ont pu faire d'économies pour leurs vieux jours. A ce point de vue, la loi sur les retraites ouvrières est d'une injustice flagrante.

Ce n'est pas non plus dans les lois fiscales que nous trouvons un grand souci de favoriser la famille nombreuse. Les impôts de consommation, si lourds en France, atteignent les familles proportionnellement au nombre de leurs enfants. Aussi devraient-elles avoir, en compensation, une exonération sérieuse du côté des impôts directs. Or, il n'en est rien ; ces impôts frappent aussi plus lourdement les familles nombreuses, par exemple l'impôt mobilier, puisque pour ces familles le local occupé est plus considérable. Il en est de même de l'impôt sur le revenu, malgré les déductions très insuffisantes consenties aux familles. Puisque l'impôt sur le revenu a un caractère progressif, le revenu à considérer est un revenu individuel : la base de cet impôt *devrait être non pas le revenu brut de la famille, mais le quotient de ce revenu par le nombre des personnes qu'il fait vivre.*

L'objection que plusieurs personnes vivent ensemble à meilleur compte que séparément, est sans valeur, car il est juste que les familles nombreuses bénéficient ici, d'un léger avantage, faible dédommagement pour la lourdeur des impôts indirects.

D'une manière générale, en matière d'impôts, la législation doit tendre au large dégrèvement des familles dans lesquelles plus de trois enfants sont à la charge des parents. Ainsi, par exemple, dans l'établissement du loyer matriciel relatif à la contribution mobilière, on devrait déduire non pas une somme uniforme, comme on le fait actuellement, mais une somme proportionnelle au nombre des enfants.

Les lois successorales ont une grande importance dans la question qui nous occupe. Il est incontestable que le partage égal, avec sa rigide uniformité, est contraire à la prospérité générale du pays, et que la pensée du morcellement des biens conduit à la restriction de la natalité. D'ailleurs le mode de partage actuel, qui satisfait à un instinct irraisonné d'égalité, conduit pratiquement à des inégalités évidentes. On a pu soutenir que, dans une famille nombreuse, le partage égal, prescrit par le code civil constitue un privilège en faveur des cadets. Ainsi deux fils, l'un de 40 ans, l'autre de 24 ans, sont dans des situations différentes, quant à l'aptitude à user de leurs parts successorales; le second, plus jeune, peut tirer d'une même somme, un tout autre parti que le premier. Vous prenez, dira-t-on, un cas exceptionnel; il arrive souvent que les enfants sont très rapprochés. Eh bien ! prenons deux fils : l'un de 40 ans, l'autre de 41 ans, le premier ayant *cinq* enfants et le second n'en ayant qu'*un;* doivent-ils avoir des parts égales ? On peut penser que non. Il nous paraît donc légitime de ne pas oublier que, au moment de l'ouverture d'une succession, la famille du défunt ne se compose pas seulement de ses enfants, mais aussi de ceux qui sont sortis d'eux. Un mode de partage, effectué d'après ce point de vue, serait favorable à l'accroissement de la natalité, et corrigerait le plus souvent les privilèges constitués par le code civil, les descendants au premier degré restant d'ailleurs seuls héritiers. Pour ne pas rompre complètement avec les lois actuelles, nous proposons qu'il soit fait des biens du défunt deux parts de valeurs égales. La première est partagée suivant le mode habituel, la seconde est partagée de la manière suivante entre les descendants au premier degré; on ajoute une unité

au nombre des enfants de chacun de ceux-ci, et le partage se fait proportionnellement aux nombres ainsi obtenus. Supposons, par exemple, que le défunt ait deux descendants au premier degré, qui aient respectivement *deux* et *cinq* enfants : le partage se fera proportionnellement aux nombres de 3 et 6. Il est entendu que les partages dont il vient d'être question sont purement nominaux et ont seulement pour objet de fixer des nombres.

J'ajoute encore un mot sur cette loi successorale, qui consacrerait un principe nouveau. Il a été question récemment d'adjoindre aux enfants l'État comme héritier, dans le cas d'une famille de moins de trois enfants ; un projet de loi a même été déposé dans ce sens. Si ce projet devait être jamais discuté, le principe qui, dans les successions, tient compte du nombre des petits-enfants pourrait devenir tutélaire. Ceux qui n'hésiteraient pas à dépouiller en partie au profit de l'État, un fils unique sans enfants, hésiteraient à le faire, si ce fils unique était chargé de famille.

Le vœu précédent, relatif au nouveau mode de partage, n'épuise pas la question des successions sans testaments. Il faut encore obtenir la suppression de l'article du code prescrivant le partage égal en valeur et en nature. Il produit un morcellement défavorable aux exploitations industrielles et agricoles et amène à la diminution du nombre des descendants et trop souvent au fils unique, ce fléau de la famille française. Mais cette suppression est loin d'être suffisante. Nous pensons qu'on peut, d'une façon plus précise, éviter au chef de famille la crainte que son œuvre soit un jour anéantie par des partages désastreux, crainte si défavorable à la natalité. Il suffit que les droits des divers héritiers sur les exploitations agricoles, industrielles, commerciales, puissent être représentés par des « *actions d'une nature spéciale* » comportant la préemption en faveur des héritiers. Cette disposition toute nouvelle sera particulièrement intéressante pour la propriété rurale, dont le sort ne sera plus soumis à la fantaisie d'un des héritiers. Nous n'avons parlé jusqu'ici que des successions *ab intestat*, c'est-à-dire sans testament.

Relativement à la liberté testamentaire, la France est le pays où le père de famille est le plus ligoté par les lois successorales. Sans parler de l'Angleterre et des Etats-Unis, où la liberté de tester est complète, nous trouvons partout ailleurs

la quotité disponible beaucoup plus grande qu'en France. Avec les réformes proposées plus haut pour éviter le morcellement des biens, la liberté testamentaire prend une moins grande importance au point de vue de la natalité. Nous pensons cependant que la quotité disponible pourrait être augmentée, élevée par exemple à la moitié, dans le cas où le testateur userait de cet accroissement de liberté testamentaire au profit de ses descendants.

On peut étudier beaucoup d'autres questions, telles que les logements des familles nombreuses, les avantages divers à accorder à ces familles, mais je dois me borner, et je donnerai seulement de brèves indications. La question des logements des familles nombreuses est particulièrement importante. Certaines mesures ont donné des résultats intéressants, mais insuffisants. Le maire d'un arrondissement populeux de Paris, où les familles nombreuses ne sont pas rares, me disait récemment qu'une famille de quatre enfants, se présentant pour louer, est *a priori* repoussée. J'ai eu l'air tout à l'heure d'accuser certains propriétaires; j'avais tort peut-être. Au fond, l'égoïsme des locataires voisins qui ne peuvent supporter le moindre dérangement est la première cause de cet ostracisme; nous retombons encore ici sur le point de vue moral. En attendant la réforme des habitudes et des mœurs, l'État pourrait accorder de plus larges faveurs aux sociétés anonymes de logements pour familles nombreuses, qui logent seulement des familles de plus de trois enfants. Puisse aussi la crise des logements trouver partiellement sa solution dans la diminution de l'exode des campagnes vers les villes. Avec quelle tristesse ne constate-t-on pas le dépeuplement des campagnes, où la famille pourrait se développer librement, alors que les villes tentaculaires regorgent d'habitants, s'empilant les uns sur les autres jusqu'au sixième ou septième étage. Les mesures contribuant à la prospérité de l'agriculture et favorisant le retour à la terre, ne sont pas sans influence sur le problème de la natalité. On ne sait pas assez que la France ne produit en moyenne annuellement, par hectare, que 1350^{kg} de blé, tandis que la Suisse en produit 2200^{kg}, la Hollande 2400^{kg}, l'Angleterre 2600^{kg}, la Belgique *autant* et le Danemark 3200. Cela aussi n'est pas indifférent pour le supplément de population que nous pourrions nourrir.

Dans un pays comme le nôtre, où le fonctionnarisme est

presque un idéal, les règles relatives aux fonctionnaires ont quelque intérêt pour la natalité. Divers économistes ont demandé que, dans les administrations de l'État, la plus grande partie des emplois n'exigeant aucune capacité spéciale soit réservée aux pères de familles nombreuses. Ces mesures produiraient certainement un grand effet moral; actuellement, les fonctionnaires célibataires sont trop souvent favorisés. En ce qui concerne l'avancement à l'ancienneté, la naissance d'un enfant, à partir du *quatrième*, pourrait se traduire par l'attribution d'un certain nombre de mois de service (un an par exmple); de plus, les gratifications et autres indemnités de fin d'année seraient uniquement attribuées aux pères de familles de plus de trois enfants.

Je ne parlerai pas d'utiles dispositions concernant le service militaire en temps de paix. Quant à certains crimes, infanticide et avortement, dont j'ai déjà dit un mot, on devrait les rendre justiciables des tribunaux correctionnels; la loi pourrait être alors sévèrement appliquée. Il faut, au reste, faire appel ici non seulement au législateur, mais aussi à l'opinion publique, de manière à transformer la mentalité générale qui n'a que trop de tendances à regarder ces crimes comme des fautes vénielles.

Je termine par une réforme relative à la loi électorale. Le suffrage, que nous appelons *universel*, est, au fond, singulièrement limité. Les générations qui grandissent, les plus intéressées aux progrès de l'avenir, ne sont pas représentées dans les conseils du pays. Alors que les familles d'au moins trois enfants constituent plus de la moitié de la population française (23 millions d'habitants), elles ne sont représentées que par moins d'un tiers des électeurs (3 millions et demi). On doit considérer que, dans un même milieu social, la valeur nationale d'un père élevant sa famille, autant du moins que cette valeur doit être évaluée par un chiffre, est supérieure à celle du célibataire que l'avenir intéresse beaucoup moins. L'opinion de l'un et de l'autre ne doit donc pas avoir le même poids; il faut leur attribuer des coefficients différents. Il paraît naturel de fixer ce coefficient d'après le nombre des personnes (femme et enfants mineurs), dont est responsable le chef de famille. Dans ce vote, qu'il faut appeler *familial*, tout chef de famille ajouterait à son suffrage un nombre de suffrages égal au nombre des personnes (femme et enfants mineurs) dont il a la charge. Le père d'une

famille de *cinq* enfants, dont la femme est vivante, aurait donc droit à *sept* suffrages; le célibataire n'aurait qu'*un* suffrage. On peut, si l'on veut, se placer, dans cette question, à un point de vue plus juridique, en considérant que tout Français, quel que soit son âge, a des droits civils, et que ceux-ci ont, comme garantie nécessaire des droits politiques; sous ce point de vue, le chef de famille voterait effectivement pour sa femme et ses enfants mineurs. Le résultat est le même.

Si le père vient à disparaître, la veuve, *chef de famille*, jouira des mêmes droits. Nous entendons ainsi honorer la mère de famille, et nous considérons cette question comme entièrement distincte de celle du vote des femmes, étrangère à la question de la repopulation. Si le vote des femmes passait quelque jour dans la législation, la femme mariée voterait pour elle-même, et le nombre des voix du mari serait diminué d'une unité. Avec le vote familial serait réalisé un suffrage vraiment universel. Le père de famille aurait alors un rôle prépondérant, résultat dont les conséquences seraient de grande importance.

Nous jugeons indispensable l'introduction du vote familial. Peut-être, sans cette réforme capitale, est-il impossible d'arriver à développer la famille et à la protéger autrement que d'une manière purement verbale et oratoire. Rien ne montrerait mieux l'importance qu'ont dans la cité les grandes familles, et la mentalité générale à leur endroit serait rapidement transformée.

On devra d'ailleurs employer tous les moyens propres à entourer de respect les familles nombreuses. Il ne suffit pas de leur donner des indemnités pécuniaires; il faut aussi les honorer. Rien n'est à négliger pour replacer dans l'estime publique au rang qui leur est dû, ceux qui assurent l'avenir de la Patrie en lui donnant de nombreux enfants. Ils lui donnent aujourd'hui de nombreux soldats. Ce sont les grandes familles qui, dans la guerre actuelle, subissent les épreuves les plus cruelles: la France leur devra une éternelle reconnaissance.

Telles sont les réflexions que nous a inspirées une question angoissante entre toutes. Je m'excuse de vous avoir tracé un tableau parfois bien sombre, mais un patriotisme éclairé exige que nous nous voyions par nos mauvais, comme par nos beaux côtés. Au reste, nous avons parlé de la France d'hier. Après un

cataclysme sans précédent dans l'histoire, bien des choses seront changées dans notre pays, et nous devons espérer que demain beaucoup élèveront leurs regards au-dessus de leur intérêt personnel et immédiat, remportant ainsi une victoire sur un égoïsme fatal à la Patrie.

Une nation, qui aura montré si héroïquement son désir de vivre, ne périra pas de consomption. Les docteurs d'outre-Rhin se sont lourdement trompés, en proclamant que la France est une nation finissante, en train de disparaître. Au creuset de cette guerre terrible, elle se sera débarrassée de quelques scories, et, après une paix qui ne sera pas la paix allemande, mais la paix de la civilisation, victorieuse de la barbarie organisée, son génie bienfaisant, plus vivant que jamais, continuera à rayonner sur l'humanité.

L'OEUVRE

DE

HENRI POINCARÉ [1]

Quelqu'un demandait un jour à J.-B. Dumas, à propos de Claude Bernard : « Que pensez-vous de ce grand physiologiste ? ». et Dumas répondit : « Ce n'est pas un grand physiologiste, c'est la physiologie elle-même. » On pourrait dire pareillement de Henri Poincaré qu'il ne fut pas seulement un grand mathématicien, mais la mathématique elle-même. Dans l'histoire des sciences mathématiques, peu de mathématiciens ont eu, comme lui, la force de faire rendre à l'esprit mathématique tout ce qu'il était à chaque instant capable de donner. En mathématiques pures, sa puissance d'invention fut prodigieuse, et l'on reste confondu devant la maîtrise avec laquelle il savait forger l'outil le mieux approprié dans toutes les questions qu'il attaquait. Poincaré ne fut étranger à aucune des sciences parvenues à un stade assez avancé pour être susceptible de prendre, au moins dans certaines de leurs parties, une forme mathématique. Il a été en particulier un grand critique des théories de la physique moderne, habile à les comparer et à mettre en évidence leur véritable origine, aimant aussi à signaler leurs points faibles et leurs contradictions. Sa réputation, comme philosophe, fut considérable. Toute conception philosophique est de sa nature controversable; mais, quelque opinion qu'on puisse avoir sur certaines idées de Poincaré, l'admiration n'en est pas moins vive pour le noble penseur, le dialecticien subtil et l'écrivain au style personnel où rivalisent l'esprit géométrique et l'esprit de finesse. A défaut d'une étude détaillée qui demanderait un long travail, je vais essayer de tracer une esquisse de l'œuvre du grand géomètre dont la disparition fut, l'an dernier, une perte irréparable pour la science.

---

(1) Extrait des *Annales de l'École normale supérieure*, 3e série, t. XXX, p. 463 (1913).

I.

Ce qui caractérise le génie mathématique de Poincaré, c'est sa puissance à embrasser d'emblée les questions dans toute leur généralité et à créer de toutes pièces l'instrument analytique permettant l'étude des problèmes posés. D'autres, et c'est ainsi qu'opèrent la majorité des chercheurs, commencent par s'enquérir de ce qui a été fait dans la voie qu'ils veulent explorer; la documentation est pour eux un travail préliminaire. Poincaré s'attarde rarement à étudier les travaux antérieurs. Tout au plus, parcourt-il rapidement quelques-uns d'entre eux; de vagues indications lui permettent de retrouver des chapitres entiers d'une théorie. Au fond, les questions d'attribution lui furent souverainement indifférentes, et le détail de l'histoire des sciences l'intéressait très peu.

La théorie des groupes fuchsiens et des fonctions fuchsiennes, qui illustra son nom presque au début de sa carrière scientifique, fournit des exemples à l'appui de ces remarques. Quand Poincaré commença ses études sur les groupes fuchsiens, c'est-à-dire sur les groupes discontinus de la forme $\left(z' = \frac{az+b}{cz+d}\right)$ qui transforment une circonférence en une circonférence ou, ce qui revient au même, un demi-plan en un demi-plan, de nombreux cas particuliers (depuis Jacobi et Hermite) se rattachant à la théorie des fonctions elliptiques avaient été étudiés. Poincaré ne les connaissait pas alors; son point de départ est simplement le pavage du plan entier par des parallélogrammes égaux, et c'est là qu'il s'élance pour résoudre dans toute sa généralité le problème du pavage d'un demi-plan par un ensemble de polygones curvilignes. Il paraît avoit été conduit à ce problème par l'étude qu'il faisait alors de la géométrie non euclidienne de Lobatschewsky, dont Beltrami avait donné une interprétation dans le demi-plan euclidien, les courbes jouant le rôle de droites étant alors des circonférences orthogonales à la droite qui limite le demi-plan. La loi de génération des groupes fuchsiens paraissait extrêmement difficile à trouver. On apercevait assez facilement une condition nécessaire; par une analyse profonde, où il montre en même temps un sens géométrique très affiné, Poincaré montre que cette condition est suffisante.

C'était là une grande découverte. Il fallait maintenant démontrer l'existence de fonctions invariables par les substitutions des groupes trouvés. Poincaré forme alors des séries entièrerement nouvelles (fonctions thêtafuchsiennes) qui lui permettent d'arriver au but; la théorie des fonctions fuchsiennes était créée. Une magnifique moisson allait en sortir : l'intégration des équations différentielles linéaires algébriques à points singuliers réguliers, et l'expression des coordonnées des points d'une courbe algébrique quelconque par des fonctions uniformes (fuchsiennes) d'un paramètre.

Mais Poincaré va encore plus loin dans ses mémoires célèbres des premiers volumes des *Acta mathematica*. Les substitutions des groupes fuchsiens laissaient invariable une circonférence. N'y aurait-il pas des groupes linéaires discontinus plus généraux ? La recherche de la génération de tels groupes, telle que la donne Poincaré (groupes kleinéens), témoigne d'une audace extraordinaire; il la déduit de la division d'un demi-espace (espace situé du même côté d'un plan) en polyèdres limités par des surfaces sphériques orthogonales au plan limite. Certains de ces groupes kleinéens conduisent à considérer des courbes étranges, surtout pour l'époque, ayant des tangentes mais n'ayant pas de courbure; ce sont elles qui, dans une certaine mesure, jouent pour les fonctions kleinéennes le même rôle que jouait la circonférence pour les fonctions fuchsiennes.

Les mémoires précédents mettaient, à moins de 30 ans, Poincaré hors de pair. Sa carrière scientifique ne faisait cependant que commencer. D'autres travaux d'analyse pure vont, dans les années suivantes, asseoir définitivement sa renommée. Il généralise en 1884, dans un court article, le théorème d'uniformisation des fonctions algébriques d'une variable, en faisant voir que, si y est une fonction analytique quelconque de x, on peut exprimer x et y par des fonctions analytiques d'une variable, uniformes dans tout leur domaine d'existence. C'est dans ce mémoire qu'on voit apparaître pour la première fois les surfaces de Riemann ayant un nombre infini de feuillets. Poincaré y est revenu récemment pour compléter quelques points : la question revient, au fond, à établir la possibilité d'une représentation conforme d'une surface de Riemann simplement connexe ayant un nombre infini de feuillets, soit sur un cercle, soit sur un plan entier. L'uniformisation des courbes algé-

briques, établie d'abord par Poincaré dans sa théorie des fonctions fuchsiennes, n'est plus alors qu'un cas particulier d'une loi très générale. Théoriquement au moins, l'étude des fonctions analytiques multiformes d'une variable se trouve ramenée à l'étude des fonctions uniformes.

C'est un des grands titres de gloire de Cauchy d'avoir créé la théorie des fonctions de variables complexes et d'avoir ainsi ouvert un domaine immense à l'analyse mathématique. Cauchy avait considéré les intégrales simples, mais l'extension aux intégrales doubles de son théorème fondamental relatif aux intégrales prises le long d'un contour présentait de très sérieuses difficultés. Poincaré est parvenu à les surmonter. Il définit d'abord avec précision ce qu'on doit entendre par l'intégrale double $\int\int F(x, y)\, dx\, dy$ d'une fonction analytique $F(x, y)$ de deux variables complexes x et y, prise sur un continuum à deux dimensions situé dans l'espace à quatre dimensions correspondant aux deux variables complexes, et il établit que, si le continuum d'intégration est fermé et si l'on peut le déformer sans rencontrer des singularités de F, l'intégrale double garde la même valeur. Ce résultat, capital dans la théorie des fonctions dé deux variables, a posé un grand nombre de questions. Si F est une fonction rationnelle, il y a lieu d'envisager les *résidus* de l'intégrale double; si F est une fonction algébrique de x et y, on a été ultérieurement conduit à considérer les *périodes* de l'intégrale double. Il nous faut encore citer, dans le domaine des fonctions analytiques de deux variables, le théorème d'après lequel toute fonction uniforme de deux variables présentant partout à distance finie le caractère d'une fonction rationnelle peut se mettre sous la forme d'un quotient de deux fonctions entières. La démonstration en est très délicate; l'auteur sait y manier habilement les quatre équations différentielles auxquelles satisfait la partie réelle d'une fonction analytique, dont la seule considération eût arrêté un chercheur moins puissant.

C'est dans une période de cinq à six ans (1880-1886) que Poincaré a publié les travaux dont nous venons de parler. Jamais il ne fit preuve d'un plus grand esprit d'invention, jamais n'apparurent mieux ses dons de voyant. Sa merveilleuse intuition sautait par-dessus des difficultés qui auraient troublé des esprits obligés d'avancer pas à pas. De son regard pénétrant,

il voit les points où il faut donner l'assaut et il arrive d'un bond au cœur de la place attaquée. Aussi a-t-on parfois l'impression qu'il y a dans le développement de sa pensée quelque chose de heurté, comme si le voile cachant la vérité se déchirait brusquement devant lui. Il y a, dans ses mémoires, rapidement écrits d'assez nombreuses erreurs de détail, mais sans importance, sauf de rares exceptions, sur les résultats essentiels. Poincaré était de ces rares savants pour qui n'est pas faite la devise *pauca, sed matura*, et les mathématiciens trouveront longtemps des mines à exploiter dans les idées qu'il jetait à la hâte.

II.

Nous sommes loin d'avoir fait allusion à tous les travaux importants de Poincaré dans la théorie des fonctions analytiques; rappelons seulement d'un mot ses études sur les fonctions entières et ses recherches concernant les développements asymptotiques des intégrales des équations différentielles linéaires sur les droites aboutissant à un point singulier irrégulier au sens de Fuchs. En même temps qu'il continuait ses travaux précédents, Poincaré poursuivait des recherches pouvant trouver une application immédiate à des questions de géométrie et de mécanique. Il a consacré de nombreux mémoires à l'étude des courbes définies par des équations différentielles, c'est-à-dire à l'étude des équations différentielles dans le champ réel. Le premier mémoire montre nettement le point de vue auquel il va se placer; il s'agit de se rendre compte de l'allure générale des courbes intégrales (ou caractéristiques). Ainsi soit l'équation $\frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y}$, où X et Y sont des polynomes en x et y; on va d'ailleurs remplacer le plan (x, y) par une sphère qui lui correspond homographiquement. Après la discussion des divers points singuliers (foyers, cols, nœuds, centres exceptionnellement) vient la distinction entre les caractétistiques dont la continuation se trouve arrêtée par un nœud et celles qui, à partir d'un certain moment, ne passent plus par un nœud. Au sujet de ces dernières, Poincaré établit qu'elles sont, ou bien des cycles (courbes fermées), ou bien des courbes asymptotes à un cycle limite (qui peut se réduire à un foyer). Il faut alors fixer approximativement la position des cycles limites; c'est là une

question très délicate, qu'on ne peut espérer résoudre que si les cycles limites sont en nombre fini.

La question est plus difficile encore pour les équations du premier ordre et de degré supérieur. Il peut arriver ici, contrairement au cas précédent, qu'une caractéristique puisse se rapprocher, autant qu'on voudra, d'un point arbitraire dans une aire convenable. De plus, et cela est capital, le *genre* riemannien d'une certaine surface fermée attachée à l'équation différentielle intervient dans la discussion des caractéristiques. Ce n'est pas un des moindres mérites de Poincaré d'avoir montré le rôle de l'*analysis situs* dans ces questions; depuis cette époque, il ne cessa d'ailleurs de s'intéresser aux problèmes de la *géométrie de situation*, qui exigent une si grande tension d'esprit dans le cas des multiplicités à plus de trois dimensions, et sur lesquels il écrivit de profonds mémoires, d'une lecture difficile.

Plus complexe encore est le cas des équations d'ordre supérieur au premier; les mémoires consacrés aux équations du second ordre sont pleins d'idées suggestives et mettent en évidence les éléments fondamentaux du problème. L'étude des points singuliers ne suffit plus; il est nécessaire d'introduire une notion nouvelle. Soit une courbe fermée quelconque et un domaine comprenant tous les points voisins de cette courbe; il faut étudier la forme générale des caractéristiques à l'intérieur de ce domaine, et les problèmes si délicats relatifs à la stabilité se présentent d'eux-mêmes. Tout était à créer dans ces études, alors toutes nouvelles, où Poincaré a été un précurseur et qui ne seront pas de sitôt épuisées.

Poincaré ne cessait de penser aux applications de ces résultats à la mécanique céleste et d'une manière générale à la mécanique analytique. Comme par une ironie singulière d'un dieu malin poursuivant les mathématiciens qui veulent appliquer leurs études aux phénomènes naturels, la forme des équations de la mécanique analytique correspond aux cas où la discussion est la plus délicate. Le fruit de ces longues méditations fut l'apparition d'un ouvrage en trois volumes : *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*. L'effort analytique dont témoignent ces volumes ne saurait être trop loué; les méthodes mises en œuvre sont en elles-mêmes extrêmement importantes pour l'analyse, et peuvent être utilisées pour d'autres questions. Sans doute, le problème de mécanique céleste qu'avait d'abord

en vue Poincaré, je veux dire le problème des n corps, n'a pas été résolu malgré l'immense labeur dépensé. Mais il importe peu; les méthodes introduites en mécanique analytique sont plus précieuses que la solution même de ce problème et contribueront un jour à sa solution [1].

Les résultats négatifs contenus dans le grand ouvrage de Poincaré attirent tout d'abord l'attention. L'auteur établit que le problème des trois corps n'admet pas d'autre intégrale première *uniforme* que les intégrales des forces vives et des aires. Quelle puissance de déduction dans la démonstration de ce théorème très caché, où se trouvent utilisés l'existence des solutions périodiques et le fait que les exposants caractéristiques ne sont pas tous nuls. Il en est de même pour la démonstration de la *divergence*, au point de vue purement mathématique, des séries employées par les astronomes en mécanique céleste, quand on suppose les conditions initiales arbitraires; cela n'empêche pas d'ailleurs leur utilisation courante en astronomie, où il arrive que les termes employés commencent par décroître. Ces résultats toutefois ne sont pas établis par Poincaré dans toute leur généralité. Ainsi, dans le cas de trois corps, les masses de ceux-ci ne sont pas quelconques; l'une étant m, les masses des deux autres sont de la forme $\alpha_2 \mu$ et $\alpha_3 \mu$, μ étant une constante suffisamment petite. Il n'est guère douteux que les conclusions valent, quelles que soient les masses, et dans le mémoire qu'il écrivit peu de temps avant sa mort dans les *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, Poincaré a indiqué une voie à suivre pour arriver au résultat.

C'est dans les mêmes conditions, c'est-à-dire en supposant dans les équations la présence d'un paramètre très petit μ, que se place Poincaré en étudiant certaines solutions particulières remarquables des équations de la mécanique analytique, et en particulier du problème des trois corps. De solutions périodiques, connues pour $\mu = 0$, on peut déduire par continuité

---

(1) On sait qu'un savant finlandais M. Sundmann vient de donner une solution complète du problème des *trois* corps. Il serait injuste de ne pas reconnaître que les travaux antérieurs de Poincaré ont eu une grande influence sur les recherches de l'astronome d'Helsingfors. J'ai fait une étude des mémoires de M. Sundmann dans un article récent de la *Revue générale des sciences* (15 octobre 1913) et dans le *Bulletin des sciences mathématiques* (octobre 1913).

l'existence de solutions de même nature pour μ très petit. Par cette voie est établie dans des cas très variés l'existence de solutions périodiques pour le problème des trois corps. Cette étude des solutions périodiques est un chef-d'œuvre. Nous sommes loin avec elles des deux cas particuliers considérés par Lagrange, où les trois corps restent au sommet d'un triangle équilatéral et où les trois points restent en ligne droite. Outre les solutions périodiques, Poincaré établit aussi l'existence de solutions asymptotiques aux solutions périodiques, et de solutions doublement asymptotiques à ces solutions (c'est-à-dire asymptotiques pour $t = -\infty$ et $t = +\infty$). La démonstration relative à ces dernières était extrêmement difficile et, de tous les théorèmes dont il enrichit la mécanique analytique, aucun ne coûta un aussi grand effort à Poincaré qui dut se borner ici au cas très particulier qu'il appelait le problème *restreint*. On peut espérer que les solutions périodiques pourront être employées comme première approximation dans les calculs de la mécanique céleste, mais il serait prématuré de se prononcer à ce sujet.

Le tome III des *Nouvelles méthodes de la mécanique céleste* renferme les parties les plus profondes de l'ouvrage. On avait rencontré incidemment des *invariants intégraux*, Liouville par exemple en mécanique analytique, et Helmholtz dans la théorie des tourbillons; mais la théorie générale de ces invariants est une création originale de Poincaré, ainsi que les belles applications qu'il en fait à l'étude de la stabilité. Dans des problèmes très étendus de mécanique analytique, il est conduit à démontrer qu'il y a stabilité à la Poisson, c'est-à-dire que, parti d'une position, le système dans la suite du mouvement vient à repasser, sinon par la même position, du moins par une position infiniment rapprochée de la première. Il est curieux de remarquer que, dans cette question, l'idée initiale de la démonstration est la même que celle utilisée bien des années auparavant dans l'étude de la convergence des séries thêtafuchsiennes. Le théorème général sur la stabilité à la Poisson n'est valable que sous certaines conditions qui, en particulier, ne sont pas remplies dans le cas du problème des n corps. Dans ce dernier cas, Poincaré est conduit à envisager le prolongement analytique des solutions après un choc [1], et il établit que, sauf pour des solu-

---

[1] C'est en approfondissant cette idée, et en ne craignant pas de

tions exceptionnelles, il y aura stabilité à la Poisson pour la trajectoire ou son prolongement analytique.

Qu'on me permette ici une remarque. Dans des questions relatives à la réversibilité, Poincaré et d'autres après lui s'appuient sur ce théorème général que, dans les mouvements hamiltoniens, il y a stabilité à la Poisson, au sens où nous venons de l'employer. Il ne faut pas oublier qu'il peut y avoir une infinité de solutions où se présentent des circonstances analogues au choc, c'est-à-dire des discontinuités dans certaines fonctions figurant dans les équations, et pour lesquelles par conséquent il n'y aura stabilité à la Poisson qu'en supposant le mouvement prolongé analytiquement. Ces solutions, qui deviennent d'autant plus fréquentes que le nombre des degrés de liberté est plus grand, ne risquent-elles pas de rendre illusoires les arguments invoqués dans les questions concernant la réversibilité ?

Les recherches de Poincaré sur la figure des corps célestes témoignent d'une singulière force d'analyse. Il s'agissait d'étudier certaines figures d'équilibre d'une masse fluide homogène dont les éléments s'attirent mutuellement suivant la loi de Newton et qui tourne uniformément autour d'un axe. Il est connu depuis longtemps que, si la vitesse angulaire ω ne dépasse pas une certaine limite, la figure d'équilibre peut être ellipsoïdale; il y a deux vitesses angulaires ω_1 et ω_2 ($\omega_1 < \omega_2$), telles que, pour $\omega < \omega_2$, on a les deux ellipsoïdes de révolution de Maclaurin et, pour $\omega < \omega_1$, on a en outre une ellipsoïde à trois axes inégaux de Jacobi. L'ensemble des ellipsoïdes de Maclaurin constitue deux séries de figures d'équilibre variant avec la vitesse angulaire, l'ensemble des ellipsoïdes de Jacobi en constitue deux autres. Si l'on considère une de ces figures ellipsoïdales E d'équilibre avec la vitesse angulaire correspondante ω, et si l'on donne à ω un petit accroissement η, on peut se demander si, pour la vitesse angulaire $\omega + \eta$, il existe des figures d'équilibre, autre que les ellipsoïdes, qui, en variant d'une manière continue avec η, se confondent pour $\eta = 0$ avec l'ellipsoïde E. C'est le problème que se posait Poincaré en 1885, ce qui l'a conduit à une infinité de nouvelles figures d'équilibre; à la vérité, il se borne dans cette recherche à la première

---

comprendre dans son analyse le cas des chocs que M. Sundmann est arrivé à une solution du problème de trois corps (*voir* la note ci-dessus).

approximation, et il ne conclut l'existence effective des nouvelles figures qu'en étendant d'une manière peut-être contestable, au cas des fluides, des remarques très ingénieuses sur les équilibres de bifurcation démontrées seulement pour des systèmes dont la position ne dépend que d'un nombre fini de paramètres. Les nouvelles figures sont toutes instables, sauf peut-être une célèbre figure piriforme correspondant à la vitesse angulaire la plus petite qui donne des ellipsoïdes de Jacobi stables. Il semble bien, d'après les dernières recherches de M. Liapounoff qui a étudié de son côté avec une grande rigueur les problèmes précédents par d'autres méthodes, que la figure piriforme est instable. Les figures piriformes ont-elles joué un rôle cosmogonique ? C'était l'avis de Sir Georges Darwin. Dans le refroidissement lent, il est possible que la figure piriforme se creuse tout d'un coup et qu'il y ait une séparation du corps en deux : telle aurait été, dans cette vue, la Lune sortant de la Terre. Il ne faut pas d'ailleurs oublier, dans les applications à la cosmogonie, que, dans ce qui précède, il s'agissait de substance homogène, ce qui risque d'éloigner beaucoup de la réalité.

Aucune partie de l'astronomie prise dans son acception la plus étendue n'est restée étrangère à Poincaré. Un de ses derniers cours fut consacré aux *Hypothèses cosmogoniques*. Toutes les hypothèses faites depuis Kant et Laplace sur la formation du système solaire y sont discutées d'une façon très serrée, mais Poincaré ne se borne pas à notre système et étend son regard perçant jusqu'aux étoiles et aux nébuleuses. Avec quelle critique pénétrante il discute les vues d'Arrhénius sur la possibilité qu'a l'univers d'échapper à la mort thermique que semble lui réserver le principe de Carnot, et que de vues pleines d'une imagination grandiose dans le chapitre où la Voie lactée est comparée à la matière radiante de Crookes. Aucun livre ne saurait donner une plus haute idée de la poésie de la science.

III.

De la mécanique céleste à la physique mathématique, la transition est facile. La physique mathématique offre au mathématicien de nombreux sujets d'étude, soit qu'il se propose de faire un examen critique des principes des théories, soit que, sans dis-

cuter ceux-ci, il se contente de chercher les solutions des problèmes précis auxquels a conduit le développement de ces théories. Dans ce dernier cas, la question revient le plus souvent, dans l'état actuel de la science, à l'intégration d'équations aux dérivées partielles avec certaines conditions aux limites. Sur la physique mathématique ainsi entendue, qui n'est en fait qu'un chapitre de l'analyse, Poincaré a écrit des mémoires justement renommés. Que d'idées nouvelles sont jetées dans ses recherches sur les fonctions harmoniques; sa méthode du balayage est encore aujourd'hui très précieuse dans le cas où la surface a des singularités, malgré les points de vue introduits récemment dans ces questions par la théorie des équations intégrales. Le mémoire sur la méthode de Neumann montre que cette méthode peut encore être appliquée quand la surface n'est pas convexe, et renferme des vues originales sur des fonctions, dites *fondamentales*, généralisant, sur une surface fermée quelconque, les fonctions de Laplace relatives à la sphère. Le travail sur les équations de la physique mathématique, paru en 1894, restera particulièrement mémorable; il y est établi pour la première fois que, pour une équation aux dérivées partielles se présentant dans la théorie de la vibration des membranes et renfermant linéairement un paramètre arbitraire, l'intégrale prenant des valeurs données sur un contour est une fonction méromorphe de ce paramètre, et de là est résultée une démonstration mathématique rigoureuse de l'existence des harmoniques en nombre infini d'une membrane vibrante.

Je voudrais me borner, mais comment passer sous silence les études de Poincaré sur les marées. Laplace avait abordé, comme on sait, dans sa *Mécanique céleste* le problème des marées au point de vue dynamique, mais l'intégration des équations obtenues en introduisant les conditions complexes de la configuration des mers était alors bien au-dessus des forces de l'analyse. Malgré d'admirables travaux de la plus haute importance au point de vue pratique, la théorie mathématique des marées n'avait fait aucun progrès, mais les récentes études sur la théorie des équations aux dérivées partielles et ses rapports avec les équations intégrales fournissait de nouvelles armes, dont Poincaré s'empare avec sa maîtrise habituelle; il put établir que le problème des marées se ramène à une équation de Fredholm ou à un système de deux équations de Fredholm,

suivant qu'on néglige ou non ce qu'on appelle l'*attraction du bourrelet*. Théoriquement, le problème des marées était résolu. Sans doute, pour tirer parti du résultat de Poincaré, il faudra, outre la configuration des côtes, connaître partout la profondeur des mers, et les calculs, auxquels conduit la méthode, seront d'une effroyable complication. C'est souvent le triste destin des mathématiciens que, quand ils sont arrivés après de longs efforts à la solution rigoureuse d'un problème offert par la mécanique ou la physique, cette solution est si compliquée qu'elle est pratiquement inutilisable. Ils ont raison cependant de ne pas se décourager, car, outre que l'idée de complication est très relative, on peut espérer tirer de la seule forme d'une solution complète des lois générales que serait impuissante à donner une solution approchée. Dans le livre de Poincaré sur les marées, les analystes peuvent trouver de difficiles sujets de recherches.

Citons encore ici, à cause de leur caractère surtout analytique, les beaux mémoires des *Acta mathematica* où Poincaré a donné, en partie au moins, l'explication des curieux phénomènes observés par M. Gouy sur la *diffraction éloignée*, en entendant par là les phénomènes optiques dans lesquels la déviation des rayons diffractés est considérable.

IV.

Poincaré ne traita pas seulement de la physique mathématique en analyste. On est émerveillé devant les vingt volumes reproduisant son enseignement pendant qu'il occupa la chaire de physique mathématique à la Sorbonne. Sur les sujets les plus variés, élasticité, hydrodynamique, théorie de la chaleur, thermodynamique, capillarité, optique, électricité, il apparaît comme un dominateur; c'est un jeu pour lui de mettre à nu les mécanismes analytiques qui, sous des manteaux divers, se retrouvent souvent en physique mathématique, et son esprit critique aime à signaler les difficultés et les contradictions. Ainsi, en élasticité, tandis qu'on parlait couramment des *vingt et un* coefficients d'élasticité, Poincaré montre qu'on doit en compter *vingt-sept* en général, c'est-à-dire quand les forces extérieures ne sont pas nulles dans l'état d'équilibre naturel.

En optique, une expérience remarquable de Wiener sur l'interférence de deux rayons rectangulaires avait amené à conclure, comme le supposait Fresnel, que la vibration lumineuse se fait perpendiculairement au plan de polarisation. Pour Poincaré, il n'y a rien à tirer de cette expérience, quant à la direction des vibrations. La conclusion ci-dessus est légitime si l'on admet que l'intensité de l'action chimique de la lumière est proportionnelle à la force vive moyenne de l'éther; mais on doit, au contraire, regarder avec Neumann que la vibration est dans le plan de polarisation si cette intensité est proportionnelle à l'énergie potentielle moyenne de l'éther.

Des expériences nouvelles d'un grand intérêt sont-elles faites, Poincaré les discute immédiatement dans son enseignement, proposant ses explications et incitant les expérimentateurs à de nouvelles recherches; tel fut le cas des expériences de Hertz, où il insista sur le rôle de l'amortissement dans l'excitateur et le résonateur, que mirent ensuite en évidence divers physiciens.

C'est une des caractéristiques du génie de Henri Poincaré qu'il réunit un prodigieux esprit d'invention à un esprit critique extrêmement aiguisé. Sa critique semble même aller parfois jusqu'au scepticisme; il contemplait sans tristesse les ruines des théories. Alors que d'autres constatent avec regret que certaines idées ne s'accommodent plus aux faits, et commencent par penser que ceux-ci ont été mal vus ou mal interprétés. Poincaré a plutôt une tendance contraire, bien qu'elle se soit peut-être atténuée dans les dernières années. Ainsi un jeune physicien ayant cru jadis pouvoir s'inscrire contre la célèbre expérience de Rowland, d'après laquelle une charge électrique en mouvement produit un champ magnétique conformément à la théorie de Maxwell, cette annonce ne parut pas étonner Poincaré. Nul n'eut moins que lui la notion statique d'une science se reposant sur quelques conquêtes définitives, et c'est ce qui explique que plusieurs se soient crus autorisés à tirer de certains de ses écrits, où il poussait sa tendance critique presque jusqu'au paradoxe, des conclusions sur la vanité de la science contre lesquelles il dut protester.

Quelques préfaces des leçons de Poincaré ont vivement attiré l'attention. Dans l'introduction du livre *Électricité et optique*, il discute ce qu'on doit entendre par « interprétation mécanique d'un phénomène ». Cette interprétation est ramenée

d'après lui à la possibilité de la formation d'un système d'équations de Lagrange avec un certain nombre de paramètres q_1, q_2, ..., q_n que l'expérience atteint directement et permet de mesurer. Dans ces équations figurent l'énergie cinétique T et une fonction des forces U. Cette possibilité étant supposée, on pourra toujours déterminer p masses m_i (masses visibles ou cachées) et leurs $3p$ coordonnées (x_i, y_i, z_i) fonctions des q (en prenant p assez grand), de manière que la force vive de ce système de masses soit égale à l'énergie cinétique T figurant dans les équations de Lagrange. L'indétermination est ici très grande, et c'est précisément là qu'en veut venir Poincaré, dont la conclusion est que, s'il y a une explication mécanique, il y en a une infinité. Il faut avouer, dirons-nous, que cette indétermination est même trop grande, car on perd complètement de vue les corps en présence. Ainsi, suivant les formes qu'auront l'ensemble des masses partiellement indéterminées m_i, on n'aura pas nécessairement, dans la suite, les mêmes mouvements; il pourra, par exemple, y avoir ou non des chocs. Que devient aussi la répartition des forces réelles dans les systèmes en partie fictifs auxquels on est ainsi conduit ?

Dans la préface de sa *Thermodynamique*, Poincaré, voulant descendre en quelque sorte jusqu'au fond du principe de la conservation de l'énergie, conclut que « la loi de Meyer est une forme assez souple pour qu'on puisse y faire rentrer presque tout ce qu'on veut ». Il semble à la vérité un peu effrayé de sa conclusion, car il ajoute plus loin qu'il ne faut pas « pousser jusqu'à l'absolu ». Nous retrouverons cet esprit hypercritique, si j'ose le dire, dans certains écrits philosophiques de Poincaré.

Poincaré, sans cesse curieux de nouvelles théories et de nouveaux problèmes, ne pouvait manquer d'être attiré par l'électromagnétisme qui tient une si grande place dans la science de notre époque. On ne saurait trop admirer avec quelle sûreté et quelle maîtrise il repense les diverses théories, les faisant ainsi siennes. Il leur donne parfois une forme saisissante, comme quand, dans l'exposition de la théorie de Lorentz, il distingue entre les observateurs ayant les sens subtils et les observateurs ayant les sens grossiers. La considération, bien personnelle à Poincaré, de ce qu'il appelle « la quantité de mouvement électromagnétique », la localisation de celle-ci dans l'éther et sa

propagation avec une perturbation électromagnétique sont venues rétablir d'importantes analogies. Le mémoire sur la dynamique de l'électron, écrit en 1905, restera dans l'histoire du principe de la relativité; le groupe des transformations de Lorentz, qui n'altèrent pas les équations d'un milieu électromagnétique, y apparaît comme la clef de voûte dans la discussion des conditions auxquelles doivent satisfaire les forces dans la nouvelle dynamique. La nécessité de l'introduction dans l'électron de forces supplémentaires, en dehors des forces de liaison, est établie, ces forces supplémentaires pouvant être assimilées à une pression qui régnerait à l'extérieur de l'électron. Poincaré montre encore quelles hypothèses on peut faire sur la gravitation pour que le champ gravifique soit affecté par une transformation de Lorentz de la même manière que le champ électromagnétique.

On sait l'importance qu'a prise aujourd'hui le principe de la relativité, dont le point de départ est l'impossibilité, proclamée sur la foi de quelques expériences négatives, de mettre en évidence le mouvement de translation uniforme d'un système au moyen d'expériences d'optique ou d'électricité faites à l'intérieur de ce système. En admettant, d'autre part, que les idées de Lorentz et ses équations électromagnétiques sont inattaquables, on a été conduit à regarder comme nécessaire le changement de nos idées sur l'*espace* et sur le *temps;* espace et temps (x, y, z et t) n'ont plus leurs transformations séparées et entrent simultanément dans le groupe de Lorentz. La simultanéité de deux phénomènes devient une notion toute relative; un phénomène peut être antérieur à un autre pour un premier observateur, tandis qu'il lui est postérieur pour un second. Les mathématiciens, intéressés par un groupe de transformations qui transforment en elle-même la forme quadratique $x^2 - y^2 + z^2 - c^2 t^2$ (c = vitesse de la lumière) se sont livrés à d'élégantes dissertations sur ce sujet et ont sans doute contribué à la popularité du principe de relativité. A d'autres époques, on eût peut-être, avant de rejeter les idées traditionnelles de l'humanité sur l'espace et le temps, passé au crible d'une critique extrêmement sévère les conceptions sur l'éther et la formation des équations de l'électromagnétisme; mais le désir du nouveau ne connaît pas de bornes aujourd'hui. Les objections ne manquent pas cependant, et d'illustres physiciens,

comme Lord Kelvin et Ritz, sans parler des vivants, ont émis des doutes très motivés. La science assurément ne connaît point de dogmes, et il se peut que des expériences positives précises nous forcent un jour à modifier certaines idées devenues notions de sens commun; mais le moment en est-il déjà venu ?

Poincaré voyait le danger de ces engouements, et, dans une conférence sur la dynamique nouvelle, il adjurait les professeurs de ne pas jeter le discrédit sur la vieille mécanique qui a fait ses preuves. Et puis, il a vécu assez pour voir les principaux protagonistes des idées nouvelles ruiner partiellement au moins leur œuvre. Dans tout ce relativisme, il reste un absolu, à savoir la vitesse de la lumière dans le vide, indépendante de l'état de repos ou de mouvement de la source lumineuse. Cet absolu va probablement disparaître, les équations de Lorentz ne représentant plus qu'une première approximation. Les plus grandes difficultés viennent de la gravitation, au point que certains théoriciens de la physique croient ne pouvoir les lever qu'en attribuant de l'inertie et un poids à l'énergie, d'où en particulier la pesanteur de la lumière. Si Poincaré avait vécu, il eût sans doute été conduit à rapprocher des vues actuelles son essai de 1905 sur la gravitation. Au milieu des incertitudes qui se présentent aujourd'hui en électro-optique, son esprit lumineux va nous manquer singulièrement. Il faut avouer que dans tout cela les bases expérimentales sont fragiles, et peut-être Poincaré eût-il suggéré des expériences apportant un peu de lumière dans cette obscurité.

Un des derniers travaux de Poincaré a été une discussion approfondie de la théorie des *quanta*, édifiée par Planck, d'après laquelle l'énergie des radiateurs lumineux varierait d'une manière discontinue. De ce point de vue « les phénomènes physiques, dit Poincaré, cesseraient d'obéir à des lois exprimables par des équations différentielles, et ce serait là sans aucun doute la plus grande révolution et la plus profonde que la philosophie naturelle ait subie depuis Newton ». Quelque grande, en effet, que doive être cette révolution, il est permis toutefois de remarquer que des circonstances plus ou moins analogues se sont déjà présentées. Ainsi, dans un gaz à la pression ordinaire, on peut parler de pression et l'on peut appliquer les équations différentielles de la dynamique des fluides; il n'en est plus de même dans un gaz raréfié, où il n'est plus possible de parler de pression.

Il faudra peut-être nous résigner à faire usage, suivant les limites entre lesquelles nous étudions une catégorie de phénomènes, de représentations analytiques différentes, si pénible que puisse être cette sorte de *pluralisme* pour ceux qui rêvent d'unité. Mais c'est là encore le secret de l'avenir, et il serait imprudent d'affirmer qu'on ne trouvera pas quelque biais permettant de rétablir dans nos calculs la continuité.

V.

Les nombreux écrits de Poincaré, sur ce qu'on appelle la *philosophie des sciences*, ont fait connaître son nom à un public très étendu. Nous entrons ici dans un autre domaine que celui des recherches proprement scientifiques, et je n'ai pas l'intention d'étudier à fond cette partie de son œuvre. Il y est tout d'abord singulièrement difficile de se rendre compte de l'originalité de telle ou telle étude; ainsi, dans ses écrits sur l'hypothèse dans la science, Poincaré s'est rencontré plus d'une fois avec divers auteurs, mais l'illustration de son nom, consacrée par tant de découvertes mathématiques, donnait à ses opinions une autorité particulière. La forme en ces questions est aussi de grande importance. La phrase concise de Poincaré, allant droit au but, parfois avec une légère pointe de paradoxe, produit une singulière impression; on est un moment subjugué, même quand on sent qu'on n'est pas d'accord avec l'auteur. Mainte page de Poincaré a produit sur plus d'un lecteur un vif sentiment d'admiration en même temps qu'une sorte d'effroi et d'agacement devant tant de critique.

On a parlé quelquefois de la philosophie de Poincaré. En fait, penseur indépendant, étranger à toute école, Poincaré ne chercha jamais à édifier un système philosophique, comme un Renouvier, un Bergson ou même un William James. Il a écrit des livres de « Pensées », où savants et philosophes trouvent ample matière à réflexions. Il n'est esclave d'aucune opinion, pas même de celle qu'il a émise antérieurement, et il sera un jour intéressant de suivre certaines variations de sa pensée, où l'on voit quelque peu s'atténuer ce qu'on a appelé son *nominalisme*. Il fut ainsi conduit à expliquer certaines affirmations

qui, prises trop à la lettre, avaient été mal comprises et utilisées dans un dessein dont il n'avait aucun souci.

Si l'on voulait toutefois caractériser d'un mot les idées de Poincaré, on pourrait dire que sa philosophie est la philosophie de la commodité. Dans quelques-unes de ses pages, le mot *commode* revient constamment et constitue le terme de son explication. D'aucuns pensent qu'il faudrait donner les raisons de cette commodité, et, parmi eux, les plus pressants sont les biologistes toujours guidés par l'idée d'évolution. La commodité résultera pour eux d'une longue adaptation, et, ainsi approfondie, deviendra un témoignage de *réalité* et de *vérité*. A l'opposé des évolutionnistes, d'autres ne voient que l'esprit humain tout formé et sa fonction la pensée. A certaines heures au moins, Poincaré fut de ces derniers, et cet idéalisme lui a inspiré des pages d'une admirable poésie qui resteront dans la littérature française; telle cette dernière page de son livre sur la valeur de la science, qui débute par ces mots « Tout ce qui n'est pas pensée est le pur néant ». Entre des doctrines si différentes toute communication est impossible, et l'on arrive à se demander si l'on peut discuter de l'origine des plus simples notions scientifiques, sans avoir à l'avance une foi philosophique à la formation de laquelle auront d'ailleurs concouru d'autres éléments que des éléments proprement scientifiques.

Pour ne pas rester uniquement dans les généralités, arrêtons-nous un moment sur les principes de la géométrie. Poincaré part d'un esprit humain, dans lequel l'idée de groupe préexiste et s'impose comme forme de notre entendement. L'esprit, après un travail d'abstraction aboutissant aux premiers concepts de la géométrie (point, droite, etc.), cherche à exprimer les rapports de position des corps; il le fait au moyen de l'idée de groupe, prenant le groupe le plus commode et le plus simple qui est le groupe de la géométrie dite *euclidienne*. Les propriétés géométriques ne correspondent, pour Poincaré, à aucune réalité; elles forment un ensemble de *conventions* que l'expérience a pu suggérer à l'esprit, mais qu'elle ne lui a pas imposées. L'évolutionniste dont je parlais plus haut voit là de grandes difficultés, non pas seulement pour la raison banale que la dualité ainsi posée entre l'esprit et le milieu extérieur est contraire à sa doctrine, mais parce que, cherchant à retracer la genèse des origines de la géométrie dans l'espèce humaine, il lui paraît impos-

sible de séparer l'acquisition des notions géométriques et celles des notions physiques les plus simples, la géométrie ayant dans des temps très anciens fait partie de la physique. Sans changer l'ensemble de ces notions, on ne peut, semble-t-il, remplacer le groupe euclidien par un autre, et les exemples cités du transport d'un homme dans un autre milieu (où cet homme commencerait par mourir) sont plus pittoresques que probants. On retombe ainsi, sous un autre point de vue, sur les idées de Gauss qui considérait comme un fait expérimental que la courbure de notre espace est nulle, et regardait, contrairement à Poincaré, que la géométrie euclidienne est plus *vraie* que les géométries non euclidiennes. Il y a sans doute bien des hypothèses, ne disons pas des conventions, en géométrie, C'en est une, par exemple, oubliée quelquefois, que notre espace est simplement connexe. Peu importe quelle est la connexité de l'espace, quand on se borne à envisager une partie assez petite, celle-ci s'étendît-elle jusqu'aux lointaines nébuleuses, mais il pourrait en être autrement quand on considère l'espace dans son ensemble.

Tous les esprits élevés trouveront, dans l'œuvre philosophique et littéraire de Poincaré, matière à longues réflexions, soit qu'ils se laissent convaincre par sa dialectique, soit qu'ils cherchent des arguments contraires. Certaines pages sont d'une austère grandeur, comme celle où la pensée est qualifiée d'« éclair au milieu d'une longue nuit ». Non moins suggestive est la parenthèse ouverte un peu avant « étrange contradiction pour ceux qui croient au temps », où l'on est presque tenté de voir un demi-aveu. Les inquiétudes qu'on peut concevoir au sujet de la notion même de loi furent-elles jamais exprimées avec plus de profondeur que dans l'étude sur l'*évolution des lois ?* J'ai déjà fait allusion au prétendu scepticisme de Poincaré. Non, Poincaré ne fut pas un sceptique; à certaines heures, il fut pris, comme d'autres, d'angoisse métaphysique, et il sut éloquemment l'exprimer. Mais tournons le feuillet, et le savant, confiant dans l'effort de l'esprit humain pour atteindre le vrai, nous apparaît dans des pages admirables sur le rôle et la grandeur de la science. Les plus belles peut-être forment cet hymne à l'astronomie qu'il faudrait faire lire aux jeunes gens à une époque où tend à dominer le souci exclusif de l'utile. Aucune des préoccupations de notre temps ne fut d'ailleurs étrangère au noble esprit de Poincaré; c'est ce dont témoigne une de ses dernières

études sur la morale et la science, où l'argumentation est irréprochable, si par morale on entend la morale impérative de Kant.

On ne ferme pas sans tristesse ces volumes d'un contenu si riche et dont quelques parties auraient été l'objet de nouveaux développements, si la plume n'était tombée des mains de leur auteur. Tous ceux qui ont le culte de la science pure et désintéressée ont été douloureusement émus par sa mort prématurée, mais ce sont surtout les sciences mathématiques qui sont cruellement frappées par cette disparition. Poincaré fut, avant tout, un profond mathématicien, qui, pour la puissance d'invention, est l'égal des plus grands. L'heure n'est pas venue de porter un jugement définitif sur son œuvre que le temps grandira, ni de le comparer aux plus célèbres géomètres du siècle dernier : peut-être Henri Poincaré fut-il encore supérieur à son œuvre ?

LA SCIENCE

ET

LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE [1]

I.

Dans les réflexions qui suivent concernant la science et la recherche scientifique, il sera uniquement question des sciences mathématiques, physiques et naturelles entendues au sens le plus usuel.

Je veux tout d'abord dire quelques mots de ce qui me paraît correspondre à la mentalité moyenne des hommes de science à notre époque. C'est une opinion très répandue que les savants s'intéressent beaucoup aujourd'hui à *la philosophie;* de nombreux et remarquables ouvrages sont publiés sur la philosophie scientifique et trouvent un grand nombre de lecteurs. N'y a-t-il pas là cependant une équivoque due à l'expression « *philosophie des sciences* », par laquelle on désigne le plus souvent l'exposé des méthodes et des résultats généraux des sciences ? Je crois qu'on rencontre rarement, parmi les savants adonnés aux sciences de la nature, physiciens, chimistes, biologistes, des esprits prenant quelque intérêt à ce qui est vraiment la philosophie. Il n'y a pas lieu de s'en étonner; tout au contraire. Les discussions chères aux écoles philosophiques de tous les temps sur le *réel* et sur le *vrai* semblent oiseuses à ceux qui observent et qui expérimentent.

Le savant (nous parlons bien entendu d'une manière générale en réservant les exceptions) est satisfait du sens commun. Il pose tout d'abord le postulat que le monde qui nous entoure est accessible à nos recherches et qu'il doit être intelligible pour nous. Il croit à la science, à laquelle il consacre parfois sa vie, et il se méfie des critiques subtiles qui n'ont jamais conduit à

---

(1) *Revue scientifique*, 9 novembre 1912.

des découvertes effectives. Claude Bernard disait, il y a déjà longtemps, que, pour faire de la science, il faut croire à la science; c'est là, incontestablement, pour celui qui cherche à faire œuvre scientifique, un point de départ et non un point d'arrivée. Il existe aujourd'hui une mentalité scientifique moyenne, caractérisée par l'admission des postulats énoncés plus haut, et l'écho des discussions, qui ont parfois laissé l'impression qu'il y avait une crise de la science, n'est pas sans provoquer quelque impatience dans les laboratoires. Le savant a, en général, l'impression que le philosophe parle un autre langage que lui, et il ne cherche pas à le comprendre.

II.

Qu'est-ce donc que cette *philosophie*, que nous paraissons, dans ce qui précède, opposer à la science ? Je n'en connais pas de meilleure définition que celle donnée par Jules Tannery, quand il parlait un jour de « *ces inquiétudes que nous cultivons sous le nom de* philosophie ». Le philosophe excelle à voir partout des difficultés, les notions les plus simples et les plus usuelles présentant parfois d'inextricables difficultés quand on veut les approfondir. La philosophie agite le plus souvent des questions sans réponses, du moins sans réponses pouvant être acceptées de tous. J'ai dit tout à l'heure que le point de départ de la science est dans le sens commun. La première affirmation du sens commun est sans doute celle de l'existence d'objets extérieurs à notre conscience. C'est une idée compliquée que celle de matière, et il est insuffisant de dire, avec Huxley, que « la matière est un nom pour la cause inconnue et hypothétique de nos propres états de conscience ». Les théories de la perception sont innombrables; il faut une grande finesse de dialectique pour s'y aventurer. Si, dans ce domaine, on veut suivre M. Bergson, ce n'est pas sans peine qu'on atteindra « les données immédiates de la conscience », la perception, de l'avis de l'illustre philosophe, étant toujours mêlée de souvenirs. On peut discuter sans fin, pour savoir si, en formant les concepts des objets extérieurs, en hypostasiant nos sensations, suivant l'expression de M. Meyerson, notre entendement n'obéit pas à quelque principe interne, comme celui de causalité. Le terrain

devient ici singulièrement mouvant, et, dans ces spéculations d'ordre ontologique, chacun pense suivant son tempérament.

Quelques-uns croient pouvoir éviter ces considérations métaphysiques sur le sens commun, en se plaçant au point de vue historique. Quoiqu'il y ait là quelque illusion, ce point de vue est d'un grand intérêt. Quand on parle de sens commun, il s'agit des époques historiques et des peuples civilisés, mais ce sens commun doit avoir une histoire. Il se peut que, dans l'humanité, de très anciennes façons de penser aient survécu, malgré tous les changements postérieurs survenus dans les conditions des hommes, et, dans son livre sur *le pragmatisme*, William James adopte cette thèse que nos conceptions fondamentales sur les choses sont des découvertes faites par certains de nos ancêtres à des époques extrêmement éloignées et qui ont réussi à se maintenir à travers tous les siècles postérieurs. Ces conceptions forment le stade du sens commun. Ainsi auraient pris naissance les concepts de *chose*, de *temps*, d'*espace*, d'*influences causales*, de *réel*, et bien d'autres, suivant lesquels continue à penser tout homme, si cultivé soit-il, quand il n'est pas à ces heures de scepticisme aigu où le saisit « le doute métaphysique ». On décidera, suivant ses goûts, si les questions ont beaucoup avancé pour avoir été ainsi reculées dans le lointain des âges.

III.

Mais laissons ces scrupules et ces inquiétudes philosophiques. C'est en partant du sens commun devenu le moule dans lequel évolue la pensée humaine que s'est développée la science. Aussi a-t-on pu dire très justement que la science était le prolongement du sens commun, qu'elle rectifie d'ailleurs quand il y a lieu. C'est en tout cas l'opinion du savant dédaigneux des controverses philosophiques, dont il a été question au début. Sans doute il ne se désintéresse pas complètement des critiques relatives à la science, surtout quand elles proviennent d'hommes ayant fait eux-mêmes œuvre scientifique. Il entend dire que, pour les uns, qui partent d'un empirisme radical, la réalité empirique immédiate est de suite déformée sous l'influence de motifs pratiques, la science n'ayant alors aucune valeur de connaissance théorique et valant seulement pour l'action. Ce

point de vue pragmatique lui est fort antipathique, et il apprend avec quelque étonnement que « tandis que pour les autres doctrines une vérité nouvelle est une *découverte*, pour le pragmatisme c'est une *invention* » (1). Chez d'autres critiques de la science, celle-ci apparaît comme n'ayant de valeur que parce qu'elle conduit à une économie de la pensée, ou bien encore comme se ramenant à un système de conventions arbitraires mais commodes.

Notre savant, tout en admirant leur virtuosité philosophique, n'est guère touché en général par ces discussions. Il se contente, nous l'avons dit, des données du sens commun, parmi lesquelles se trouve en premier lieu la notion du réel, dont la connaissance apparaît primitivement avec une incontestable valeur d'utilité, l'utile et e vrai étant dans ce stade inférieur extrêmement voisins. Mais la science a commencé précisément quand ce premier stade a été dépassé, et qu'on s'est représenté le monde extérieur comme un tout cohérent, accessible à notre intelligence : c'est le premier article de ce *credo* scientifique dont je parlais plus haut. Sans doute, ce tout est d'une effroyable complication : il faut faire des distinctions, abstraire certains éléments de la connaissance pour n'en retenir que quelques-uns et arriver ainsi aux concepts qui jouent un rôle essentiel dans la genèse de la science. Indépendamment de leur origine même, l'histoire de la science montre assez que la formation des concepts présente un certain degré d'arbitraire, mais une analyse approfondie des conditions dans lesquelles notre représentation du réel doit être regardée come vraie montre comment l'arbitraire, qui subsiste dans la formation de nos concepts, se trouve en quelque sorte canalisé; nous devons parler d'*hypothèses*, mais non pas de *conventions*.

L'idée de loi et le principe de causalité sont aussi des postulats que nous trouvons à la base de la construction scientifique. Il semble que ces idées complexes ne sont susceptibles d'une signification précise que si l'on fait intervenir leur forme mathématique. Ainsi, pour prendre un seul exemple, mais de grande

---

(1) C'est sous cette forme que M. Bergson, dans sa belle introduction du *Pragmatisme* de W. James, résume l'essentiel de la conception pragmatique de la vérité. (Voir la traduction de cet ouvrage publiée dans la collection de philosophie scientifique de Gustave Le Bon.)

importance, nous constatons que la science s'est orientée de manière à éliminer le plus possible le temps de l'expression des lois qui apparaissent comme une relation, de forme invariable, entre choses permanentes; c'est ce qui a conduit en particulier à la forme des équations de la mécanique classique. Il se peut qu'il n'y ait là qu'une première approximation et que, dans certains cas, l'expression de la loi doive contenir explicitement le temps; mais je ne veux pas entrer dans une discussion où il serait vite question d'équations différentielles et d'équations intégrales [1].

Nos concepts et nos théories, au contact des faits, sont perpétuellement sujets à révision. La science, devenant de plus en plus objective et étendant notre connaissance du réel, avance peu à peu par corrections et accroissements progressifs. Qu'adviendra-t-il de ces approximations successives ? Le savant pose le postulat, et c'est encore un article de la croyance à la science, que ces approximations successives sont convergentes, comme disent les mathématiciens, et que nous approchons sans cesse d'un petit nombre de vérités toujours plus compréhensives, synthèses des nombreuses vérités partielles peu à peu découvertes; c'est peut-être une chimère, mais elle soutient des générations de savants dans leur labeur jamais terminé.

IV.

Nous avons essayé d'indiquer succinctement les postulats fondamentaux qui se trouvent à la base de la genèse scientifique. Quelques-unes de ces notions initiales qui conditionnent notre savoir sont d'ordre métaphysique; n'hésitons pas à le dire malgré l'horreur que certains professent pour ce mot qui leur paraît plein de dangers. A propos du sens commun, n'avons-nous pas déjà cotoyé tout à l'heure le terrain ontologique ? D'ailleurs, comme nous l'avons dit, le savant prend ces notions toutes formées sans se soucier de leur origine.

---

(1) Je fais allusion à ce que j'appelais un jour la mécanique *héréditaire* et la mécanique non *héréditaire*: sur cette dernière, M. Volterra publie en ce moment de très remarquables travaux. (Voir la *Revue du mois*, 19 mai 1912.)

Il est loisible à chacun de rejeter tel ou tel article du *credo* scientifique, mais alors il s'éloigne plus ou moins de la grande construction idéale que la majorité des savants appelle aujourd'hui « la science ». Nous avons déjà fait allusion à plusieurs de ces systèmes qui limitent *a priori* la connaissance scientifique et apparaissent à ce titre comme antiscientifiques. Pour quelques-uns, il restera toujours quelque contingence dans les lois de la nature, et cette thèse a été développée avec profondeur par M. Boutroux dans un livre qui a eu une très grande influence. D'autres professent que la construction scientifique au moyen de concepts ne peut saisir le flot mouvant des choses; cette vieille philosophie du devenir et de la mobilité a été entièrement renouvelée, depuis vingt ans, par M. Bergson, qui l'a en outre parée de la richesse de son style imagé et poétique. Plus modestement, des chercheurs habitués aux difficultés de l'expérimentation, tout en reconnaissant que la science tend à devenir de plus en plus objective, ont insisté sur ce que l'objectivité complète de la science est un but impossible à atteindre. Chacun retient de ces doctrines ce qui convient à sa mentalité, mais il faut reconnaître qu'elles ont peu influé sur l'idée que se font de la science la majorité de ceux qui s'y consacrent et que nous avons condensée plus haut dans une sorte de *credo*. Quoi qu'il doive advenir, et quelque évolution que subisse l'idéal scientifique par suite du développement même de nos connaissances, on peut affirmer que cet idéal reflétera toujours la curiosité passionnée et désintéressée de l'intelligence humaine. La confiance dans le progrès indéfini de la science est pour l'esprit de l'homme une noble espérance bien propre à l'enchanter.

Il ne pouvait être question, dans ce qui précède, des services, si admirables soient-ils, que la science rend à l'humanité. Ils n'interviennent en rien dans l'idée proprement scientifique envisagée, comme nous l'avons fait, dans toute sa pureté. Ces corollaires de la science sont malheureusement la science même pour le plus grand nombre. A la découverte d'un phénomène ou d'un corps nouveau, il arrive constamment d'entendre demander à quoi cela sera utile. Pour qu'une découverte intéresse le savant, il n'est pas besoin qu'elle se traduise en profits quelconques; ceux-ci viennent, s'il y a lieu, par surcroît. Par exemple, si intéressantes que puissent être les applications présentes et futures du radium, elles sont secondaires, du point

de vue strictement scientifique, en comparaison des vues que cet étrange élément a suggérées sur les transformations de la matière. Rien aussi n'est plus platonique que l'intérêt porté à de lointaines nébuleuses sans action sur notre planète.

Il y a un grand danger dans le point de vue utilitaire sous lequel la foule envisage la science. Ce n'est pas seulement parce que à la longue la source des applications se trouverait tarie par l'abandon de la recherche désintéressée, mais c'est surtout parce que la conception purement utilitaire de la science serait une véritable rétrogradation dans la marche de l'esprit humain. Il ne faut pas la déclarer impossible; l'histoire a déjà vu de semblables reculs et la barbarie a bien des formes. Même autour de nous quelques esprits, trop chagrins peut-être, voient des traces de cette tendance dans l'exagération des soucis industriels et techniques des universités, mais ceci touche aux condition du travail scientifique; j'en dirai un mot plus loin.

V.

Après avoir jeté un rapide coup d'œil sur ce qui nous paraît correspondre à la mentalité moyenne de l'homme de science à notre époque, il faudrait examiner l'organisation et les conditions de la recherche scientifique. Les travaux scientifiques sont actuellement plus nombreux que jamais; on a même envie de dire qu'ils sont trop nombreux. Quelle que soit notre spécialité, nous sommes débordés par le nombre des recherches qui se publient dans le seul domaine où nous nous efforçons d'apporter notre pierre. L'illustre Gauss avait coutume de dire : *pauca sed matura;* c'est une devise qui a maintenant peu d'adeptes. On ne reverra plus sans doute des cas analogues à celui du géomètre et physicien de Göttingen qui garda pour lui pendant tant d'années ses profondes études sur la géométrie non euclidienne et sur la théorie des fonctions elliptiques, laissant à Lobatschewski, puis à Abel et Jacobi la gloire d'attacher leurs noms à ces grandes découvertes. Il est vrai que Gauss ne publia pas ses travaux sur le postulatum d'Euclide parce qu'il craignait, comme il le dit dans une lettre à Schumacher, « les clameurs des Béotiens »; voilà une pensée qui n'arrêterait plus guère aujourd'hui, où l'on redoute beaucoup moins le bruit.

Les raisons de la hâte avec laquelle nous voyons publier tant de travaux sont le plus souvent évidentes. La science est devenue une carrière; en publiant un mémoire, il arrive qu'on espère augmenter ses chances pour obtenir une position ou un avancement, et cela est assurément fort légitime. En déplorant la production de tant de travaux insuffisamment élaborés, nous nous plaçons d'ailleurs au point de vue de l'érudit ou du chercheur désireux de se tenir au courant des recherches les plus récentes; mais cette hâte n'est pas nécessairement défavorable à la science. A peine une idée a-t-elle surgi dans un cerveau qu'elle est communiquée à quelque société savante. Elle entre alors dans le domaine public, et d'autres chercheurs peuvent, quand elle le mérite, tenter de l'exploiter, quelquefois au préjudice de celui qui l'a trop tôt livrée. La science avance ainsi plus rapidement qu'autrefois, mais, plus encore que par le passé, elle tend à devenir œuvre collective et presque impersonnelle.

On se demande comment, au milieu des bouillonnements de la production scientifique actuelle, pourra s'y reconnaître l'historien de la science. Plusieurs pensent que l'histoire de la science est déjà bien conventionnelle, attribuant rarement la paternité d'une découverte à son premier auteur. Rien n'est, en effet, plus difficile à écrire que cette histoire; on y rencontre tant de légendes, de fausses attributions, de silences parfois intentionnels. Il faut une grande sagacité et des recherches patientes pour retrouver les premières traces d'une idée appelée à un grand avenir. Dans ses admirables travaux historiques, M. Duhem a ainsi ramené à la lumière plusieurs précurseurs; l'histoire du principe des vitesses virtuelles, fondamental en mécanique, remontant jusqu'au XIIIe siècle avec Jordanus de Nemore, est un bel exemple à citer. Dans l'antiquité, que de noms, sans doute, auraient mérité d'être inscrits au même rang que ceux d'Euclide ou d'Archimède, et qui sont et resteront toujours ignorés ! Pour des temps plus récents, on a retrouvé de divers côtés chez des chimistes plus ou moins ignorés du commencement du XIXe siècle, la trace d'idées jouant un rôle essentiel dans la chimie physique actuelle. L'histoire des sciences est pleine de mutations au sens de Hugo de Vries, mais, plus sûrement encore que pour les mutations biologiques, on peut affirmer ici que les sauts d'apparence brusque sont le terme de lentes transformations dans l'évolution de la pensée humaine.

VI.

Terminons par quelques remarques sur l'organisation et les conditions du travail scientifique. On entend quelquefois dire qu'il y a actuellement une véritable anarchie dans les recherches, et que beaucoup d'efforts sont dépensés en pure perte. C'est là une question délicate. On doit sans doute souhaiter que les maîtres trouvent des élèves et des collaborateurs dévoués, prêts à travailler sous leur direction et à développer leurs idées. D'ailleurs, dans maintes parties de la science, les bonnes méthodes une fois trouvées, les applications ne demandent plus que de la patience et du soin, et il s'agit alors simplement, par exemple dans les laboratoires, d'avoir un nombre suffisant de bons préparateurs. Il est certes très utile qu'un sujet soit exploré dans tous les sens, et que des travailleurs patients et dévoués tirent d'une méthode tout ce qu'elle peut donner, mais il ne faut cependant pas confondre l'augmentation du rendement scientifique avec le progrès réel de la science. Les esprits originaux sont généralement rebelles à toute discipline, et les chercheurs bien doués trouvent eux-mêmes leurs sujets d'études.

Une autre question, distincte de la précédente, est celle des conditions du travail scientifique. La science et l'enseignement sont aujourd'hui dans une étroite connexion. Le plus souvent le savant est en même temps un professeur. Il est évidemment singulier que des hommes d'un mérite scientifique reconnu ne puissent, à moins d'avoir une fortune personnelle, continuer leurs travaux, s'ils ne veulent pas suivre la carrière de l'enseignement. On peut, à ce point de vue, souhaiter la création d'établissements uniquement consacrés aux recherches. Les universités (nous ne parlons bien entendu que des facultés des sciences) sont actuellement, en tous pays, les centres principaux du travail scientifique, et il est à désirer qu'elles le restent. J'ai fait allusion, tout à l'heure, aux poussées utilitaires qui tendent de plus en plus à faire des universités les collaboratrices de l'industrie et de l'agriculture, et de bons arguments peuvent défendre cette orientation récente. Cependant, on risque d'être entraîné dans cette voie beaucoup plus loin qu'on ne le voulait d'abord; la lutte est inégale à notre époque démocratique entre

la science désintéressée et ses fructueuses applications. Ainsi, il est à craindre que les crédits, plutôt que d'aller à un austère laboratoire de physique, où se font des recherches dont le plus grand nombre ne comprend pas l'objet et qui, pour le moment au moins, sont sans applications, n'aillent de préférence à des instituts d'un caractère technique plus ou moins spécial (instituts de laiterie et de papeterie, par exemple). Il est vain, je le crains, de vouloir remonter ce courant; mais dans l'hypothèse où les universités seraient amenées à placer au second rang le souci des progrès de la science, la création des établissements dont je parlais plus haut deviendrait d'autant plus nécessaire [1], Il serait prématuré de songer, dès maintenant, à leur organisation; peut-être le premier modèle viendra-t-il de quelque pays voisin, où il a été question de dons généreux faits en vue de telles créations. J'inclinerais pour ma part à penser qu'il serait bon d'en confier la haute direction aux grandes sociétés savantes; celles-ci reprendraient ainsi, sous une forme nouvelle, une ancienne tradition.

---

[1] Sans sortir des cadres actuels, il est désirable que des legs et dons soient faits aux établissements scientifiques (facultés, académies, ...), qui leur permettraient de donner, pour un temps indéterminé, à des chercheurs de grand mérite, des subventions qui seraient de véritables traitements. En ce qui concerne les facultés, ce seraient en quelque sorte des chaires sans enseignement. Chez nous, le Collège de France, en réduisant le nombre des leçons de ses maîtres, est entré dans cette voie.

DISCOURS

PRONONCÉ A LA SÉANCE ANNUELLE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES LE 19 DÉCEMBRE 1910.

MESSIEURS,

C'est le triste devoir du président de cette séance de rappeler d'abord les deuils qui ont frappé notre compagnie pendant l'année qui vient de s'écouler; ils ont été particulièrement nombreux, en 1910. Mon prédécesseur pouvait se féliciter, il y a un an, de n'avoir pas à déplorer la mort d'un seul membre de l'Académie, mais les moyennes sont inexorables, et je dois aujourd'hui évoquer le souvenir d'un trop grand nombre de nos confrères français et étrangers. Nous avons perdu MM. Bouquet de la Grye, Maurice Levy, Gernez parmi les membres titulaires, deux membres libres MM. Rouché et Tannery, trois associés étrangers MM. Agassiz, Robert Koch et Schiaparelli; la mort nous a enfin enlevé sept de nos correspondants étrangers.

Bouquet de la Grye était le doyen de notre section de géographie et de navigation. Il mérita bien la double qualification de géographe et de navigateur. Sorti en 1849 de l'École polytechnique comme ingénieur hydrographe, il se signalait, dès 1854, par la reconnaissance de la partie septentrionale de la Nouvelle-Calédonie, presque aussi inconnue alors qu'au temps de Cook. C'était un véritable voyage de découverte qu'il accomplissait avec une chétive embarcation sur des côtes habitées par des populations sauvages. Dès cette époque, le jeune ingénieur faisait preuve de l'esprit de décision qu'il devait montrer dans toutes ses entreprises ultérieures; sous les dehors d'une amabilité charmante, notre confrère eut toujours, en effet, une volonté tenace, que rien ne rebutait. Après trois années de cette rude campagne, Bouquet de la Grye revenait en France où il allait poursuivre brillamment sa carrière. Il exécute le lever complet du banc de Rochebonne, long plateau de roches en plein golfe de Gascogne, recouvert de 5^m à 10^m d'eau, sur lequel vient se

briser avec furie la vague qui, de Terre-Neuve aux plages de la Saintonge, se propage sans rencontrer d'obstacle. Bouquet de la Grye détermine la distance du banc à la côte et choisit d'une manière heureuse une place, jusque-là vainement cherchée, pour le bateau-feu destiné à en signaler l'approche. Son esprit ingénieux sut, dans chaque cas, utiliser, pour la solution des problèmes scientifiques qui se présentaient, les méthodes ou les appareils connus, souvent en les simplifiant. Il avait en Nouvelle-Calédonie montré le parti qu'on peut tirer de la lunette méridienne dans l'hydrographie courante; il utilise à Rochebonne la vitesse du son pour trouver la distance des principales têtes du banc à deux points de la terre.

On doit encore à Bouquet de la Grye d'avoir reconnu les avantages de la position de la Pallice, près de La Rochelle, pour l'établissement d'un port qui fut construit d'après ses indications. Puisse quelque jour le trafic agrandi de nos ports de commerce amener de nombreux navires dans le vaste mouillage dû à l'initiative de l'éminent ingénieur.

Le nom de Bouquet de la Grye était connu du grand public pour son projet de *Paris port de mer*, dans lequel le lit de la Seine était approfondi, ses boucles évitées par des canaux, et un grand port créé à Saint-Denis. L'idée était grandiose, mais de nombreuses oppositions, sur lesquelles il ne m'appartient pas de porter un jugement, ont arrêté jusqu'ici la réalisation du projet dont Bouquet de la Grye s'était fait l'apôtre.

A deux reprises différentes, notre confrère fut chargé par l'Académie d'observer le passage de Vénus sur le disque du Soleil, la première fois en 1874 à l'île Campbell, îlot désert au sud de la Nouvelle-Zélande sur la limite des glaces du pôle austral, la seconde fois au Mexique en 1882. Ce sont là des expéditions qui ne se renouvelleront sans doute plus, la parallaxe solaire pouvant être obtenue par des méthodes susceptibles d'une plus grande précision; mais, indépendamment de leur but astronomique, elles ont donné d'intéressants résultats pour la physique du globe et l'histoire naturelle.

Bouquet de la Grye se montra toujours très scrupuleux dans ses devoirs académiques. Que de fois, dans ces dernières années, ne l'avons-nous pas vu à nos séances, miné par la fièvre et en proie à une toux opiniâtre. Nous n'oublierons pas ce galant homme qui eut toute sa vie le souci du bien public.

La section de mécanique a aussi perdu son doyen : Maurice Levy. Ce fut une grande intelligence que celle de Maurice Levy. Il a été à la fois un mathématicien éminent et un mécanicien capable de profondes spéculations théoriques comme d'applications utiles à l'art de l'ingénieur. Peu de savants eurent un esprit plus ouvert et plus capable de comprendre dans leur ensemble les sciences physico-mathématiques. Dans les années qui suivirent sa sortie de l'École des ponts et chaussées, tout en étant chargé de divers services d'ingénieur, il se livra à des études de géométrie infinitésimale et, en 1867, soutint une thèse qui renferme plusieurs propositions entièrement neuves sur les surfaces orthogonales. L'analyse et la mécanique analytique faisaient en même temps l'objet de ses fructueuses méditations.

Ces beaux travaux mathématiques étaient, en réalité, des délassements pour le mécanicien que fut avant tout notre confrère, mais ce commerce avec la géométrie et l'analyse lui fut singulièrement utile; il lui a permis de traiter certaines questions techniques avec une ampleur inaccessible à un ingénieur moins habile à manier les difficultés analytiques que présentent les théories générales de l'hydrodynamique et de l'élasticité. Ses études de prédilection furent les grandes questions de physique mathématique, cultivées avec tant d'éclat par les physiciens-géomètres de la première moitié du siècle dernier, en particulier par Navier, par Cauchy, comme lui ingénieurs des ponts et chaussées.

La puissance de travail considérable de Levy lui permettait d'embrasser les sujets les plus variés. D'un essai théorique et appliqué sur le mouvement des liquides où il obtient des résultats concordant avec les expériences faites sur les canaux découverts, il passe à une théorie rationnelle de l'équilibre des terres avec des applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement. Ses études sur le problème de l'élastique le conduisent à des conditions simples relatives à la stabilité des manchons cylindriques, pour lesquels on n'avait jusque-là que des règles empiriques insuffisantes. Chez Maurice Levy, l'amalgame fut parfait entre l'esprit théorique et l'esprit pratique; nul n'a mieux compris combien est nécessaire un état-major d'ingénieurs, ayant plus qu'un vernis scientifique, et capables de discuter et de modifier, suivant les cas, les formules usuelles.

Les ouvrages de Maurice Levy sur la statique graphique ont rendu son nom populaire parmi les ingénieurs. Il introduisit, en effet, dans notre pays, le corps de doctrines, si précieux pour les constructeurs, qu'on désigne sous le nom de *statique graphique*, y ajoutant ses travaux personnels et exposant ce bel ensemble de recherches dans un grand traité, à la troisième édition duquel il a travaillé, pour ainsi dire jusqu'à son dernier jour.

Tous ceux qui ont entendu Maurice Levy dans les chaires de physique mathématique et de mécanique céleste, qu'il a successivement occupées au Collège de France, garderont le souvenir de ses leçons si vivantes, où sa souple intelligence se jouait au milieu des questions les plus délicates. Dans un autre ordre d'enseignement, à l'École centrale des arts et manufactures, les élèves, appréciant sa parfaite clarté, l'avaient surnommé *le lumineux*.

Les travaux scientifiques de Levy ne l'empêchaient pas de remplir ses fonctions d'ingénieur des ponts et chaussées. Il aimait à rappeler le siphon qu'il avait construit pour le passage de l'égout collecteur de Bercy par-dessus le canal Saint-Martin; on doit encore citer ses études sur la navigabilité de la Haute-Seine, sur la traction des chalands, sur les ponts biais. Il fut même, dans des jours tristement mémorables, chargé par Gambetta de diriger la fabrication des canons. Il ne s'agissait de rien moins que de 1500 bouches à feu à mettre en batterie en moins de deux mois. La prodigieuse activité du jeune ingénieur de 32 ans vint à bout de cette opération colossale. Rappelons, souvenir cher à notre Académie, que, au même moment, Berthelot présidait, dans Paris assiégé, à la fabrication des canons et des poudres, et Mascart dirigeait, à Bayonne, une fabrique d'engins explosifs.

Nous perdons, en Maurice Levy, un de nos confrères les plus anciens et les plus écoutés. Nous avions confiance dans la droiture de son jugement; l'amabilité de son caractère et sa grande situation scientifique lui donnaient parmi nous une autorité particulière.

Désiré Gernez, membre de la section de physique, a succombé à une courte maladie, à l'âge de 76 ans. Il n'est resté que quatre ans parmi nous. Ses travaux, marqués au coin de la

plus grande précision, relèvent à la fois de la physique et de la chimie. Comme son maître Henri Sainte-Claire Deville, il fit de la physico-chimie avant la lettre.

Malgré une expérience célèbre de Biot, en 1818, interrompue d'ailleurs par une explosion, la question était restée en suspens, de savoir si le pouvoir rotatoire des liquides actifs se conserve dans leurs vapeurs. Gernez reprit cette étude 46 ans plus tard, et la conclusion en fut que la dissymétrie, qui produit le pouvoir rotatoire, se conserve à l'état gazeux.

Le nom de Gernez restera surtout attaché à ses travaux sur les propriétés des corps en équilibre instable, qu'il appelait *hors d'équilibre*. Tels sont : la sursaturation des sels, la surfusion, le retard à l'ébullition des liquides et la sursaturation des gaz. Il a montré que l'existence d'un germe physique, solide ou gaz, et parfois un effet mécanique comme une vibration suffisent pour ramener le système à son état d'équilibre stable. Ainsi les solutions de sels sursaturés cristallisent, quand on y introduit une amorce identique aux cristaux qui doivent se produire. Elle était nouvelle pour l'époque, la nécessité de tenir compte du rôle que jouent les infiniment petits de nature minérale dans la production des cristaux. Pendant quatre années, Gernez avait donné son concours actif aux recherches de Pasteur sur les maladies des vins et des vers à soie. Il avait vu dans ce domaine l'importance des germes vivants, et ce long contact avec le maître illustre avait eu une grande influence sur l'orientation de ses travaux.

Ces recherches sur les corps hors d'équilibre datent de près de 40 ans, et elles sont depuis longtemps classiques. « Elles sont d'un auteur oublié », disait parfois mélancoliquement Gernez, et, en manière de consolation sans doute, il aimait à raconter que, dans ses visites académiques, un de nos confrères lui avait dit : « On m'enseignait déjà cela au lycée ; j'en croyais l'auteur mort depuis longtemps. »

Les travaux de Gernez sur les vitesses de cristallisation doivent aussi être rappelés ; ils ont conduit à des vues intéressantes sur des composés, en apparence parfaitement définis et identiques entre eux, mais qui, par certaines propriétés, portent le reflet de leur histoire antérieure.

Gernez est mort à un âge avancé, mais son activité était restée entière et, quelques semaines avant sa fin, il nous entre-

tenait encore de ses travaux sur le phosphore noir. Son œuvre, si soignée, a déjà reçu la consécration du temps.

Eugène Rouché, qui s'est éteint à l'âge de 78 ans, était membre libre de l'Académie depuis 1896. Dès sa sortie de l'École polytechnique, il se consacra à la science et à l'enseignement. Il laisse en analyse un mémoire important sur les conditions de convergence de la série de Lagrange, et des remarques devenues classiques sur la discussion des équations du premier degré. Le calcul des probabilités, qui demande à la fois tant de vigueur et de finesse. et où l'on est accoutumé, depuis Pascal, à rencontrer d'apparents paradoxes, fit aussi l'objet d'ingénieuses études de Rouché, particulièrement dans le problème de la ruine des joueurs, quand le jeu n'est pas équitable.

Il y a 50 ans, les travaux géométriques de Poncelet, de Chasles et autres, n'avaient pas encore pénétré dans l'enseignement élémentaire. Notre confrère résolut de publier, avec de Comberousse, un traité où seraient exposées, en dehors des parties classiques, ces nouvelles découvertes. Il réussit pleinement dans son dessein et éleva à la géométrie un véritable monument. L'œuvre, qui a eu depuis 45 ans de nombreuses éditions, était nouvelle pour l'époque. Une géométrie y apparaissait, qui avait perdu son revêtement scolastique et qui ne semblait pas une science achevée. On a pu dire, avec raison, que cet ouvrage avait acquis une réputation universelle.

La maladie a attristé les dernières années de Rouché, mais beaucoup d'entre nous peuvent se rappeler l'homme, si cordialement serviable, avec sa vivacité méridionale et sa fine bonhomie.

Il y a quelques semaines, nous perdions, avec Tannery, un second membre libre. C'était une figure singulièrement originale et attachante, que celle de Jules Tannery. Après quelques travaux sur les équations différentielles, il s'était consacré à la philosophie scientifique, à la critique et à l'enseignement. C'est de ce côté que le portait son esprit profond et subtil, qui aimait les discussions sur les principes des sciences, et particulièrement sur ceux des mathématiques. Il avait beaucoup réfléchi sur les fondements de l'analyse, comme le montre son *Introduction*

à la théorie des fonctions d'une variable, dont le principal objet est de montrer comment on peut fonder cette science sur la seule idée de nombre entier.

Tannery consacra une grande partie de son temps au *Bulletin des sciences mathématiques*. Les nombreuses études qu'il y fit d'ouvrages ou de mémoires récents portent une marque très personnelle et sont d'une rare pénétration. A combien de livres, d'une lecture pénible, il a donné pour un moment quelque légèreté, grâce à la finesse de ses analyses !

Dans la critique philosophique ou scientifique, apparaît pleinement le talent de Tannery. Il avait, jeune encore, publié un article sur la *Loi de Fechner*, qui parut alors fort irrévérencieux aux amis de la psycho-physique. Il y montrait l'inanité de cette prétendue proportionnalité de la sensation au logarithme de l'excitation, n'y voyant guère qu'une définition de la sensation. Ses études sur *le rôle du nombre dans les sciences*, sur *l'adaptation de la pensée* témoignent d'une réelle vigueur d'esprit et d'une grande souplesse de dialectique. On y trouve aussi parfois quelque inquiétude; ne nous parle-t-il pas lui-même, ce sont ses propres expressions, de ces inquiétudes que nous cultivons sous le nom de *philosophie ?* Il les enveloppait d'une ironie discrète, et peut-être le scepticisme, qui perçait çà et là, était-il plus apparent que réel.

Nous regrettons tous le spirituel causeur, le confrère aimable dont le commerce avait tant de charme.

Nous considérons comme des confrères nos associés étrangers qui sont au nombre de 12. L'Académie a eu le regret de perdre trois d'entre eux.

Alexandre Agassiz était aux États-Unis le plus éminent représentant de la biologie marine. C'était pour la seconde fois que le nom d'Agassiz figurait sur notre liste de membres étrangers. Son père Louis Agassiz, célèbre par ses études sur les poissons fossiles et sur les glaciers, avait déjà été des nôtres. Né à Neufchâtel, en 1835, Alexandre Agassiz était venu très jeune en Amérique, avec son père nommé professeur à l'Université d'Harvard. Avant de se consacrer aux recherches scientifiques, Agassiz, devenu complètement américain, résolut de faire fortune; ce qu'il put réaliser avec les mines de cuivre de la région des Grands-Lacs, au plus grand profit de la science.

Les recherches embryogéniques l'occupèrent alors, et il fonda à Newport le premier laboratoire de zoologie marine. On lui doit de belles études sur les formes larvaires dans plusieurs divisions du règne animal. Que de résultats inattendus on trouve dans ses ouvrages sur la succession difficile à suivre des métamorphoses par lesquelles passent certains animaux, au point que des phases du développement d'une même larve avaient été regardées comme appartenant à des genres différents.

La grande fortune d'Agassiz et ses goûts lui permirent de ne pas se confiner dans son laboratoire. Il fut un intrépide explorateur des mers. Dès 1868, il visita les côtes de l'Amérique depuis le Massachusetts jusqu'au golfe du Mexique, et explora ensuite le Pacifique, rapportant quantité d'échantillons et d'observations précieuses pour la zoologie marine. Agassiz fut un des premiers à faire connaître le caractère de la faune des abîmes. Les recherches de notre associé sur les récifs de coraux ne sont pas moins remarquables. Ces récifs ont, de tout temps, causé l'effroi des navigateurs et aussi leur admiration, tantôt s'étendant autour d'un archipel comme aux Fidji, tantôt dessinant à la surface de la mer des anneaux réguliers, avec un lac intérieur, qu'on nomme des *atolls*. Agassiz rejette, au sujet de leur formation, les conclusions générales de Darwin, qui supposaient un lent abaissement du fond de la mer, et montre que les causes du phénomène sont beaucoup plus variées.

La disparition de l'illustre zoologiste, dont la féconde activité a touché à tant de sujets, est une grande perte pour la science.

Le bactériologiste allemand Robert Koch était, depuis 1903, notre associé étranger. En 1876, médecin près de Posen, il faisait, en étudiant les bactéridies charbonneuses de Davaine, l'importante découverte des spores de cette bactéridie, spores qui supportent, sans périr, une température de 80° et la dessiccation prolongée, ainsi que l'action des antiseptiques. Ce travail, après celui de Davaine, ouvrait l'ère de la bactériologie médicale, où Pasteur allait bientôt commencer ses célèbres travaux sur la vaccination anticharbonneuse et l'atténuation des virus.

Koch fut un chercheur patient et sagace. Les bactériologistes lui doivent de merveilleux outils de travail, comme la méthode des cultures sur milieux solides et de nouveaux procédés de coloration. Ces techniques lui permirent de faire, en 1882, la découverte du bacille tuberculeux, dont le retentisse-

ment fut immense. Sa renommée grandit encore quand, après une mission en Égypte et dans l'Inde, il découvrit, en 1884, le bacille virgule, cause du choléra asiatique.

On se rappelle le bruit fait, en 1890, autour de la tuberculine de Koch. Au point de vue de la guérison de la tuberculose, les espérances du bactériologiste allemand furent déçues; encore faut-il dire qu'on tend à revenir aujourd'hui sur la question qui ne paraît pas définitivement jugée. Quoi qu'il en soit, la tuberculine fournit un moyen de diagnostic d'une précision presque infaillible.

Travailleur infatigable, Koch avait fait, dans ces dernières années, de lointains voyages pour étudier les maladies à trypanosomes de certaines contrées tropicales, comme la maladie du sommeil. Il vient de mourir, à l'âge de 67 ans, victime, par une sorte de revanche de la nature, de cette tuberculose qui lui avait procuré son plus beau triomphe.

Nous avons enfin perdu Schiaparelli, ancien directeur de l'Observatoire de Milan. Plusieurs des travaux de cet éminent astronome ont appelé vivement l'attention du monde savant. Ses recherches sur la liaison entre les comètes et les essaims d'étoiles filantes ont pris place définitivement dans la science et constituent son plus solide titre de gloire. Schiaparelli a établi que, au moins dans quelques cas, ces essaims sont des débris de comètes. Ainsi, calculant l'orbite de l'essaim des Perséides, il put reconnaître l'identité de sa trajectoire avec celle d'une comète parue en 1862.

Schiaparelli avait cru pouvoir affirmer que les durées des rotations des planètes Mercure et Vénus sont égales aux temps de leurs révolutions sidérales, c'est-à-dire 88 et 225 jours, mais il ne semble pas que ces résultats soient définitifs.

J'ose à peine parler des canaux de Mars, auxquels se rattache le nom de Schiaparelli. Ils ont semé la discorde dans le camp des astronomes, mauvais présage pour les relations que nous devons avoir, paraît-il, dans un avenir prochain avec les habitants de cette planète. « L'existence des canaux et de leurs dédoublements est certaine; vous n'avez qu'à diaphragmer suffisamment », disent les uns. « Les meilleures lunettes, de grande ouverture, ne montrent que des points séparés; vous vous extasiez devant des phénomènes de diffraction », répliquent les autres. Nous ne les départagerons pas, retenant de là seu-

lement la vieille leçon, que le départ est parfois difficile entre les éléments subjectifs et les éléments objectifs de la connaissance.

L'astronome de Milan fut aussi un historien de la science. C'est à lui qu'on doit d'avoir dissipé l'obscurité qui planait sur la doctrine des 27 sphères concentriques mobiles, avec lesquelles Eudoxe et, après lui, Aristote expliquaient les mouvements des astres, doctrine qui régna dans l'antiquité avant le système des épicycles de Ptolémée.

La mort de l'observateur patient et enthousiaste, à l'imagination puissante, de l'écrivain érudit que fut Schiaparelli, met en deuil l'astronomie.

Je ne puis donner qu'un trop bref souvenir aux sept correspondants étrangers que nous avons perdus, MM. Khün, Van Beneden, Cannizzaro, Huggins, Treub, von Leyden et Mosso.

Kühn, correspondant pour la section d'économie rurale, était connu par ses travaux sur l'alimentation du bétail, et les affections parasitaires qui s'attaquent aux céréales.

Édouard Van Beneden, correspondant pour la section de zoologie, occupait dans la science une place considérable. Ses travaux sur la division cellulaire, la fécondation et les premières phases du développement embryonnaire, sont de premier ordre. On lui doit, en particulier, une étude approfondie du dédoublement des chromosomes, éléments fondamentaux du noyau, qui sont pour quelques-uns les supports des propriétés héréditaires de l'organisme, et il découvrit les sphères attractives qui jouent un rôle si important dans la caryokinèse. Ces recherches, faites d'abord sur un ver parasite, et généralisées pour le règne végétal comme pour le règne animal par de nombreux chercheurs, ont ouvert à la biologie de vastes horizons.

Avec Cannizzaro, l'illustre chimiste italien, disparaît le dernier combattant dans les luttes, dont nous avons aujourd'hui quelque peine à comprendre l'acuité, pour l'établissement de la théorie atomique. Dès 1858, il montrait qu'il convient de doubler l'équivalent d'un grand nombre de corps simples, et, l'un des premiers, il distinguait nettement le poids moléculaire du poids atomique. Parmi ses nombreuses découvertes, citons seulement une nouvelle classe d'alcools, les alcools aromatiques, alors bien imprévus. Professeur incomparable, il fut par son

enseignement le promoteur de la renaissance de la chimie italienne.

Sir William Huggins était le doyen des astronomes anglais. Il a été le créateur de la spectroscopie céleste. En 1864, il faisait l'observation capitale qu'une nébuleuse de la constellation du Dragon présente un spectre discontinu composé de trois raies brillantes; c'était donc un gaz lumineux, constatation suivie d'autres analogues et d'une portée considérable. Le premier, il appliquait aux étoiles les idées de Doppler et Fizeau, et calculait, au moyen de la déviation d'une raie de l'hydrogène, la vitesse avec laquelle Sirius s'éloigne de la Terre. Les protubérances solaires, les spectres des étoiles temporaires, ceux des comètes l'occupèrent successivement. L'œuvre de ce fécond initiateur restera dans l'histoire de l'astronomie physique.

La section de botanique a perdu un de ses correspondants, Melchior Treub. Il fut à Java l'organisateur de cet institut botanique de Buitenzorg, qui est unique dans le monde tropical. Ses travaux personnels sont considérables, et je ne puis que rappeler ses études sur la parthénogenèse réelle chez divers groupes de phanérogames et ses observations sur le rôle de l'acide cyanhydrique dans les plantes.

Notre correspondant pour la section de médecine, von Leyden, a été l'un des plus éminents cliniciens de l'Allemagne. On lui doit d'importantes recherches de neuropathologie et une thérapeutique originale dans certaines maladies anatomiquement incurables.

Tout récemment enfin, nous perdions encore l'un de nos correspondants pour la section de médecine, Mosso, qui était actuellement le plus illustre physiologiste de l'Italie. La circulation du sang, l'action des nerfs, la fonction des muscles, l'influence de diverses substances médicamenteuses ont fait l'objet de ses études. Il a imaginé de nombreux appareils inscripteurs; aussi toutes ses recherches portent-elles un caractère de précision remarquable. L'énergétique musculaire lui doit d'importants résultats, et la question des exercices physiques l'a beaucoup préoccupé. Il avait fondé sur le Mont-Rose une station physiologique où il conviait les savants de tous les pays.

Nous voici arrivés au terme de cette voie funèbre où, des mathématiques à la biologie, nous ayons rencontré d'éminents

représentants des disciplines scientifiques les plus diverses. Ils ont consacré leur vie à la science, obéissant à ce qu'on a si heureusement appelé l'*impératif du vrai*. Comme le disait Claude Bernard : « Avant de faire de la science, il faut croire à la science ». Nous avons tous ici cette croyance, et, quand nous nous livrons à nos raisonnements ou à nos expériences, nous ne nous embarrassons pas des discussions, chères aux philosophes de tous les temps, sur le réel et sur le vrai. Et cependant, il nous faut bien par moments prêter l'oreille aux dialectiques subtiles, qui, à une époque où surgissent tant de crises, ont parfois laissé l'impression qu'il y avait une crise de la science.

Pour les uns, qui partent d'un empirisme radical, la réalité empirique immédiate est de suite déformée sous l'influence de motifs pratiques ; la science n'a alors aucune valeur de connaissance théorique et vaut seulement pour l'action. Pour d'autres, la science n'a de valeur que parce qu'elle conduit à une économie de la pensée, ou bien elle se ramène à un système de conventions arbitraires mais commodes.

Il semble que les savants, habitués à l'observation et à l'expérience, aient en général peu de goût pour ces controverses philosophiques. Ils n'établissent pas une distinction tranchée entre la connaissance scientifique et la connaissance vulgaire, et ils ne dissocient pas des éléments inséparables. On a souvent noté, avec Helmholtz, la nature des éléments actifs dans notre connaissance du réel ; une analyse plus approfondie des conditions dans lesquelles notre représentation du réel doit être regardée comme vraie montre comment l'arbitraire, qui subsiste dans la formation de nos concepts, se trouve en quelque sorte canalisé. Dans la construction scientifique nous devons parler d'hypothèses, mais non pas de conventions.

Nos concepts et, surtout, nos théories, au contact des faits, sont perpétuellement sujets à révision. La science, devenant de plus en plus objective, et étendant notre connaissance du réel, avance, peu à peu, par corrections et accroissements progressifs. Qu'adviendra-t-il de ces approximations successives ? Nous posons le postulat, et c'est ce qu'il faut entendre par la croyance à la science, que ces approximations successives sont convergentes, comme disent les mathématiciens, et que nous approchons sans cesse d'un petit nombre de vérités toujours plus compréhensives, synthèse des nombreuses vérités par-

tielles peu à peu découvertes. C'est peut-être une chimère, mais elle soutient des générations de savants dans leur labeur jamais terminé, et offre un noble but aux efforts de l'esprit humain.

Je laisse ici de côté les services admirables que la science rend à l'humanité et qui, pour le plus grand nombre, sont la science même, tandis qu'ils en sont seulement le corollaire. A la découverte d'un phénomène ou d'un corps nouveau, il nous est arrivé à tous d'entendre demander à quoi cela serait utile. Pour qu'une découverte intéresse le savant, il n'est pas besoin qu'elle se traduise en profits quelconques; ceux-ci viennent, s'il y a lieu, par surcroit. Si intéressantes que puissent être les applications présentes et futures du radium, elles sont secondaires, du point de vue strictement scientifique, en comparaison des vues que cet étrange élément a suggérées sur les transformations de la matière. Rien aussi n'est plus platonique que l'intérêt porté à de lointaines nébuleuses irrésolubles qui n'exercent aucune action sur notre planète, mais que nous regardons comme des mondes stellaires en formation. Le sage hébreu disait que celui qui augmente sa science augmente sa douleur, nous pensons plutôt qu'il augmente ses jouissances intellectuelles. On peut railler *la science pour la science*, mais cette formule, un peu aristocratique, j'en conviens, reste celle des chercheurs désintéressés qui communient dans le culte du vrai.

C'est une des grandeurs de la science qu'elle nous permette de satisfaire la curiosité et le besoin de comprendre si naturels à l'homme; mais qu'est-ce donc que comprendre ? Il est peut-être difficile d'enfermer la réponse à cette question dans une formule unique. Nous pouvons cependant, semble-t-il, dire que nous comprenons un phénomène, quand avec nos connaissances acquises nous aurions pu le prévoir. L'explication que nous en donnons consiste à développer cette possibilité de prévision.

La nature des lois ou des théories à invoquer dans ces explications est, d'ailleurs, éminemment variable; déjà, elle peut différer dans une même science, car les exigences ne sont pas les mêmes, par exemple, pour un énergétiste endurci qui nie ou ignore l'existence des molécules et pour l'atomiste moderne qui les compte et calcule leurs vitesses moyennes. A plus forte raison varie-t-elle d'une discipline scientifique à une autre. Quelques-uns songent alors à s'appuyer sur certaines classifications des sciences; mais c'est manifestement une illusion, car

toutes ces classifications ne font que traduire plus ou moins fidèlement l'état actuel de nos connaissances. La difficulté est très grande; ainsi, il ne faut pas parler du mode d'explication de la physique, car il n'y en a pas un, mais plusieurs.

La division nécessaire du travail, les convenances de la société scientifique nous forcent cependant à classifier, et nous voyons les académies, les universités faire des groupements de sciences. Puisque nous sommes sous cette coupole, reportons-nous à l'arrêté du 3 pluviôse an XI (23 janvier 1803), qui, au point de vue dont je parle, nous régit encore. Nous y voyons que la première classe de l'Institut national — c'est la nôtre — est partagée en deux groupes : sciences mathématiques et sciences physiques; on peut remarquer, ce qui étonne parfois certaines personnes, que la section de physique appartient au groupement des sciences mathématiques, et non au groupement des sciences physiques. Comme toute classification, la nôtre a ses défauts; mais, malgré son grand âge, ne garde-t-elle pas quelque force et ne recouvre-t-elle pas quelque réalité encore actuelle?

Les organisateurs de l'an XI regardaient certainement qu'il est des sciences à un stade assez avancé pour prendre, au moins dans quelques-unes de leurs parties, une forme mathématique, tandis que d'autres ont un caractère plutôt descriptif.

En fait, la mécanique et la physique font rentrer un grand nombre de phénomènes dans de vastes théories susceptibles d'une élaboration mathématique permettant d'arriver pour certains faits à une prévision numérique, leurs postulats et leurs hypothèses ayant eux-mêmes un caractère quantitatif. A bien des égards, la chimie, qui a beaucoup changé depuis 1803, tend à se rapprocher de la physique, et l'on sait que la distinction entre chimie et physique est souvent arbitraire; elle a, en quelque sorte, un pied dans chaque groupement. Si j'osais m'aventurer sur le terrain des sciences biologiques, je serais tenté de dire que les grandes idées directrices et les grandes hypothèses, qui y règnent aujourd'hui, présentent surtout un caractère qualitatif, et que la prévision numérique y est plus rare que dans le groupement des sciences mathématiques, où les problèmes sont beaucoup moins complexes. Notre vieille classification, malgré quelques rides, paraît donc avoir encore un sens et répondre pratiquement à une certaine différence dans la mentalité scientifique.

Il n'est question ici, bien entendu, que du présent. La croyance à la science, dont je parlais plus haut, implique tout au moins l'espérance que nous puissions faire rentrer notre vision du monde extérieur dans un petit nombre de moules. Les théories deviennent de plus en plus compréhensives, mais parfois des phénomènes nouveaux viennent troubler l'édifice. Nous élargissons alors concepts, théories, au besoin formes mathématiques, et l'accord se rétablit au moins pour un temps, travail incessant par lequel l'esprit humain s'efforce de créer la science avec un amas de faits.

Quoi qu'il en soit de l'avenir, nous sommes tous d'accord que l'observation et l'expérience sont à la base de notre connaissance du monde extérieur. Il nous semble, hélas, par moments que nous avons passé l'âge des expériences faciles; les appareils deviennent de plus en plus compliqués, et l'étude d'une technique remplit parfois la vie d'un savant. Des questions que nous croyions simples, il y a 20 ans, se sont prodigieusement embrouillées; les premières approximations ne suffisent pas, et il faut aller jusqu'à de lointaines décimales. Les expérimentateurs ont besoin de talent; ils ont souvent aussi besoin d'argent. C'est un devoir pour une compagnie comme la nôtre d'encourager, non seulement moralement comme elle l'a toujours fait, mais aussi matériellement, les travaux qui paraissent devoir être féconds. Nous ne le pouvons malheureusement que dans une limite assez restreinte.

Les nombreux legs faits à l'Académie nous permettent, et c'est pour nous une grande satisfaction, de donner des marques d'estime à des savants distingués, mais nous avons moins de facilités pour préparer l'avenir en dotant des recherches commencées promettant une fructueuse moisson. Nous n'en sommes que plus reconnaissants aux esprits élevés, comprenant la grandeur de la science, qui veulent bien nous aider dans cette partie de notre œuvre. Depuis quelques années, certains legs ou dons nous ont été faits, laissant dans leur emploi une plus grande latitude. Prochainement, ils s'accroîtront de la donation de notre regretté secrétaire perpétuel, Henri Becquerel. Il m'est aussi particulièrement agréable de remercier notre confrère le prince Roland Bonaparte, qui nous apporte depuis trois ans son généreux concours, et qui, en raison des nombreuses et intéressantes demandes reçues cette année par

l'Académie, a tenu à augmenter son don annuel. Vous allez entendre les noms des bénéficiaires du fonds Bonaparte, en même temps que ceux de nos lauréats.

En dehors de ses concours et subventions, l'Académie peut encore exercer son influence sous une autre forme. Il lui est arrivé maintes fois de donner son patronage et ses conseils à des entreprises scientifiques, et l'histoire serait longue des missions qu'elle a encouragées depuis plus de deux siècles. Dans ces dernières années, nous avons eu des missionnaires dans les régions antarctiques. J'ai déjà adressé publiquement à M. Jean Charcot et à ses collaborateurs les félicitations de l'Académie; je tiens à redire dans cette enceinte l'intérêt que nous attachons aux résultats obtenus dans leur pénible campagne. Puisse la science trouver souvent d'aussi dévoués volontaires!

LE

VOYAGE DU « POURQUOI-PAS ? » [1]

MESDAMES, MESSIEURS,

Depuis plus de deux siècles, la science a profité d'expéditions lointaines à la surface de la terre, qu'elle a d'ailleurs souvent provoquées. Plusieurs d'entre elles sont restées mémorables dans l'histoire de l'Académie des sciences. Au XVIIe siècle, les observations de Richer, faites à Cayenne, sur le pendule jouent un rôle important dans le développement de la mécanique moderne; au XVIIIe siècle, Maupertuis et Clairaut en Laponie, Bouguer à l'Équateur montrent, par leurs mesures, que l'ellipsoïde terrestre est aplati au pôle, terminant une longue querelle entre les partisans et les adversaires de Newton.

Ce fut, un peu plus tard, une circonstance heureuse pour la connaissance de notre globe que la recherche de la parallaxe solaire exigeât des observations en des points éloignés de la surface terrestre. Ces expéditions, entreprises dans un but astronomique, furent en même temps fructueuses pour la géographie des régions australes. En Angleterre, James Cook, sous les auspices de la Société royale de Londres, entreprenait son premier voyage pour observer en 1767 le passage de Vénus sur le disque solaire, préludant ainsi aux expéditions qui ont rendu son nom célèbre dans les annales géographiques.

Cependant les dernières pages écrites par Cook lui-même représentaient sous un jour terrifiant la navigation dans les mers australes. Il y a 80 ans, plusieurs, parmi les savants les plus éminents, jugeaient ces voyages polaires dangereux et inutiles. C'est grâce aux baleiniers, conduits chaque année par

---

[1] Discours prononcé, au nom de l'Académie des sciences, à la réception de M. Charcot à la Sorbonne, le 7 décembre 1910.

leur industrie dans ces régions, que la chaîne des expéditions ne fut pas rompue, et l'ère put venir de l'épopée à laquelle se rattachent les noms de Dumont d'Urville, de Wilkes, de Ross, attaquant de divers côtés le monde austral. Dans ce renouveau des voyages scientifiques, l'étude du magnétisme terrestre a tenu une place importante, et la recherche du pôle magnétique fut la grande préoccupation de Dumont d'Urville dans son second voyage.

Avec l'époque moderne, de nouvelles méthodes d'exploration sont pratiquées. La conquête du pôle s'organise peu à peu d'une manière systématique. Il ne s'agit plus seulement de courses brillantes, toujours admirées, où de hardis pionniers s'avancent comme fascinés par la vision d'un point idéal, mais où le temps fait défaut pour des études suivies. On entreprend de pénibles recherches zoologiques, botaniques, géologiques; le navire devient un laboratoire flottant, où s'accumulent de minutieuses observations sur la physique du globe. La science a, dans bien des domaines, passé l'âge héroïque où tout paraît simple; il lui faut de longs jours d'analyse pour une heure de synthèse.

Monsieur,

Je viens de tracer en raccourci le programme sévère que nous vous avions proposé, et dont la réalisation demandait une volonté opiniâtre et un grand oubli de soi. Vous n'en avez pas été effrayé, et vous avez largement répondu à nos espérances. Au plaisir que nous en éprouvons se joint le souvenir du médecin illustre, cher à notre Académie, dont vous portez dignement le nom.

Depuis le voyage de Nansen, les régions septentrionales apparaissent comme occupées par une vaste mer. Les voyages antarctiques précédents ne permettaient plus de douter de l'existence d'un continent austral. Il faut maintenant délimiter plus exactement le pointement opposé sur notre globe à la mer boréale, problème géographique particulièrement difficile dans ces régions désolées, où un revêtement glaciaire et des brumes épaisses rendent les terres souvent inaccessibles.

Vous avez choisi comme point de départ les mers au sud du

cap Horn, où avait jadis passé Dumont d'Urville. Ce n'était pas la première fois que vous pénétriez dans ces régions, mais vous avez singulièremen étendu les résultats de votre première campagne. Pendant votre hivernage, à l'île Petermann, vous installez un véritable observatoire et, avec vos collaborateurs, vous entreprenez une série d'observations variées et précises sur la météorologie et la physique du globe. Les résultats géographiques de vos deux croisières d'été sont de premier ordre ; vous tracez jusqu'au 70e degré une carte de la côte ouest de cette partie du continent antarctique qui se termine par la terre Louis-Philippe, côte qui semble le lointain prolongement des rivages sud du Chili. La fosse de 5000m de profondeur que vous signalez vers le 66e parallèle n'est pas une de vos moindres découvertes, et vos sondages apportent à la tectonique des documents précieux.

Vous faites de nombreux dragages, et vous visitez, quand le temps et les falaises glacées le permettent, quelques-unes des terres volcaniques que vous avez relevées. L'étude déjà commencée de vos riches collections qui intéressent la zoologie, la botanique, la pétrographie, promet d'être féconde.

Dans votre premier voyage, vous aviez décrit, sous une forme presque idyllique, la beauté des couchers de soleil et les merveilleuses colorations des paysages antarctiques. Vous avez été, semble-t-il, moins favorisé cette fois : le temps était le plus souvent épouvantable, et votre expédition a été un long combat contre les tempêtes et les gigantesques icebergs qui menaçaient de broyer votre navire.

Avec une admirable énergie, vous n'en avez pas moins continué votre voyage au sud-ouest de la terre Alexandre Ier, signalant de nouvelles terres et suivant longtemps l'impitoyable banquise toujours inaccessible. Vous aviez sans doute espéré rejoindre la mer de Ross, qui reste la grande énigme australe et sépare peut-être en deux parties le continent antarctique. Mais, soucieux de la santé de votre équipage éprouvé par cette dangereuse campagne, vous avez sagement songé au retour. Vous en eûtes certainement quelques regrets. Dans la dépêche que, de Punta-Arenas, vous adressiez à l'Académie, vous terminiez par ces mots : « Avions rêvé davantage, avons fait du mieux possible. »

Cette phrase, qui fait honneur à votre modestie, est celle que

se disent tous les chercheurs qui ont le culte du vrai, quand ils arrivent au bout de leur labeur. N'ayez aucun regret, Monsieur, vous avez pleinement rempli la mission qui vous avait été confiée, et votre voyage restera dans l'histoire des expériences polaires. Les vaillants navigateurs du *Pourquoi-Pas ?* ont bien mérité de la science, bien mérité aussi de la France, dont ils ont porté le drapeau dans les mers lointaines et qui les fête aujourd'hui.

MAURICE LEVY [1]

MESSIEURS,

J'apporte le dernier hommage de l'Académie à l'éminent confrère que nous venons de perdre. Avec Maurice Levy disparaît une grande intelligence. Il fut à la fois géomètre, analyste, mécanicien capable de profondes spéculations théoriques comme d'applications utiles à l'art de l'ingénieur, physicien aussi à ses heures, ayant longuement réfléchi sur les principes de la thermodynamique et de l'énergétique. Peu de savants ont eu un esprit plus ouvert et surent mieux mettre en évidence dans une question les points essentiels.

La géométrie infinitésimale doit à Levy des propositions classiques sur les systèmes de surfaces orthogonales et sur les surfaces spirales. L'analyse et la mécanique analytique ont fait aussi l'objet de ses fructueuses méditations; comme en se jouant, il y énonce, sans démonstration, des théorèmes qui ont exercé la sagacité des plus habiles et ouvert la voie à d'importantes recherches. Il semble que ces beaux travaux étaient des délassements pour le mécanicien que fut avant tout Maurice Levy, mais ce commerce avec la géométrie et l'analyse lui fut singulièrement utile et lui a permis de traiter certaines questions techniques avec une ampleur qui eût été inaccessible à un ingénieur moins habile à manier les difficultés analytiques que présentent les théories générales de l'hydrodynamique et de l'élasticité. Ses études de prédilection furent les belles questions de physique mathématique, dont il trouvait tant d'admirables modèles chez Navier, chez Cauchy, comme lui ingénieurs des ponts et chaussées, et rien ne l'intéressait davantage que de voir sortir d'une savante analyse, convenablement interprétée, quelque résultat susceptible d'une application pratique.

---

[1] Discours prononcé aux funérailles de Maurice Levy, le 3 octobre 1910.

Maurice Levy entra à l'École polytechnique en 1856 et en sortit comme élève ingénieur à l'École des ponts et chaussées. Dès son séjour à cette école, il indiquait un moyen élégant d'étudier la résistance des poutres droites continues, qui évite de longues discussions. Tout en étant chargé de divers services d'ingénieur, nous le voyons, dans les années suivantes, se livrer à des études de géométrie infinitésimale, et, en 1867, il obtenait le titre de docteur ès sciences avec une thèse, justement remarquée, sur les coordonnées curvilignes orthogonales, qui renferme plusieurs propositions importantes et entièrement neuves. Sa seconde thèse était un essai théorique et appliqué sur le mouvement des liquides, en supposant les filets rectilignes et parallèles; il est bien curieux de constater combien, dès cette époque, le jeune ingénieur était déjà familier avec les plus hautes questions de l'optique, car c'est l'exemple de Cauchy, dans la théorie de la dispersion de la lumière, qui lui suggère l'idée d'introduire des dérivées d'ordre supérieur dans l'action de deux filets voisins, et lui permet d'obtenir des résultats concordants avec les expériences faites dans les canaux découverts. Peu de temps après, paraissait l'important travail sur une théorie rationnelle de l'équilibre des terres et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement. Partant des lois du frottement, Levy forme l'équation différentielle des lignes de rupture, dans l'état d'équilibre limite, et montre que, contrairement aux idées de Coulomb, les surfaces de rupture d'un massif de terre de forme prismatique ne sont pas des plans parallèles aux arêtes du prisme, si ce n'est dans certains cas particuliers dont il fait une étude complète.

La théorie mathématique de l'élasticité exerçait une sorte de fascination sur notre confrère. Il y revient souvent pendant sa carrière scientifique. De grandes difficultés se présentent dans les problèmes d'élasticité où une dimension est regardée comme infiniment petite, en particulier dans celui des plaques élastiques minces. Maurice Levy leur a consacré un long mémoire, où l'on admire toutes les ressources d'un esprit profond et subtil; quoique tous les points du problème n'y soient pas élucidés et qu'une solution définitive doive être cherchée, probablement dans une autre voie, ce travail devra toujours être médité par ceux qu'intéressent les paradoxes, au moins apparents, de quelques principes de physique mathématique.

Citons encore un mémoire d'intérêt théorique et pratique sur un nouveau cas intégrable du problème de l'élastique, en supposant les pressions normales et uniformes, qui conduit à une généralisation de la délicate question de la stabilité des prismes droits chargés debout. Levy suppose que la verge élastique, au lieu d'être droite, est circulaire, et une analyse où s'introduisent les fonctions elliptiques donne des conditions extrêmement simples pour la stabilité de ces pièces courbes. Cette question si intéressante pour les constructeurs sortait pour la première fois du domaine de l'empirisme. C'est aussi Levy qui réussit le premier à poser les équations générales de la déformation que subissent les corps ductiles au delà des limites d'élasticité, répondant ainsi à l'appel de Barré de Saint-Venant, après les mémorables expériences de Tresca sur la déformation des corps solides.

Les ouvrages de Maurice Levy sur la statique graphique ont rendu son nom populaire parmi les ingénieurs. Il introduisit en effet dans notre pays le corps de doctrines, n'exigeant sans doute aucun principe nouveau, mais si précieux pour les constructeurs, qu'on désigne sous le nom de *statique graphique;* ce ne fut pas sans y ajouter ses découvertes et ses réflexions personnelles. Les notes qui terminent la première édition de son *Traité de statique graphique*, parue en 1874, sont des mémoires d'un très haut intérêt, notamment celle sur la recherche des tensions dans les systèmes des barres élastiques, et sur les systèmes qui, à volume égal de matière, offrent la plus grande résistance; l'auteur y montre, d'une manière générale, la supériorité des systèmes strictement indéformables sur ceux qui présentent des tiges surabondantes où la statique élémentaire seule ne permet pas de déterminer les tensions ou compressions. Le succès de l'ouvrage fut considérable. Une seconde édition notablement agrandie de ce traité parut plus tard, et la mort n'aura pas permis à Levy d'achever la troisième édition d'une œuvre qu'il cherchait toujours à perfectionner et à laquelle il aura, pour ainsi dire, travaillé jusqu'à son dernier jour.

On donnerait une idée incomplète de la vie scientifique de Maurice Levy, si l'on ne disait un mot de son enseignement au Collège de France, où il suppléa longtemps Joseph Bertrand dans la chaire de physique générale et mathématique, et où il fut ensuite titulaire de la chaire de mécanique analytique et

mécanique céleste. Ici la science et l'enseignement sont intimement liés. Le professeur y discute les travaux récents et expose ses propres découvertes. C'est dans ces chaires qu'ont paru, si je puis dire, pour la première fois plusieurs des travaux dont je parlais plus haut. Certaines années, Levy se faisait écolier, se rappelant que la meilleure manière d'apprendre est d'enseigner. Je le vois encore, malgré les années écoulées, exposant devant quelques auditeurs des mémoires de Clausius et de Maxwell sur la théorie des gaz et la théorie de la chaleur, où interviennent de délicates questions de probabilités. Nous nous rendions compte du travail considérable que notre maître avait à faire, d'une leçon à l'autre, pour arriver à posséder ces mémoires célèbres, dont la clarté n'est pas toujours la qualité maîtresse, et à en recréer en quelque sorte la matière. Mais la prodigieuse facilité de Levy et la vivacité de son intelligence suffisaient à cette tâche, dont peu de maîtres auraient été capables.

L'Académie remarqua de bonne heure les travaux de Maurice Levy et, sur d'élogieux rapports de Barré de Saint-Venant, plusieurs de ses mémoires furent insérés dans notre *Recueil des savants étrangers*. Il fut élu membre de la section de mécanique le 31 décembre 1883, en remplacement de Bresse.

Nous perdons en Maurice Levy un de nos confrères les plus anciens et les plus écoutés. L'amabilité de son caractère, sa grande situation scientifique lui donnaient parmi nous une autorité particulière. Nous avions confiance dans la droiture de son jugement, et son avis, toujours énoncé avec modération, pesait d'un grand poids dans nos décisions.

Cher et vénéré confrère, notre compagnie conservera fidèlement votre souvenir. Vous avez bien servi la science et la patrie; vos beaux travaux et votre vie si noblement remplie préserveront votre nom de l'oubli. Puisse cette pensée adoucir quelque peu la douleur de ceux qui vous pleurent et à qui j'offre respectueusement les condoléances de l'Académie.

L'AVIATION FRANÇAISE

EN 1909 [1]

Le prix de *cent mille francs*, que la générosité de M. Osiris permet à l'Institut de décerner tous les trois ans, est destiné à « récompenser la découverte ou l'œuvre la plus remarquable dans les sciences, dans les lettres, dans les arts, dans l'industrie, et généralement dans tout ce qui touche à l'intérêt public ». Il doit être décerné cette année pour la troisième fois. Nous couronnions, il y a six ans, les brillants succès remportés dans le traitement d'une maladie terrible par un de nos confrères, digne continuateur de Pasteur, et, il y a trois ans, le prix fut accordé à l'éminent historien qui venait de terminer son grand ouvrage sur l'Europe et la Révolution française.

Il n'était assurément pas dans les intentions de M. Osiris qu'il y eût en quelque sorte un roulement entre les différents ordres d'études ressortissant aux diverses académies de l'Institut de France. Aussi votre commission s'est-elle uniquement préoccupée de rechercher la découverte ou l'œuvre qui, dans les trois dernières années, a le plus vivement attiré l'attention et paraît avoir les conséquences les plus importantes. Elle a unanimement jugé qu'un progrès considérable venait d'être fait dans la question de l'aviation, progrès intéressant à la fois les sciences, l'industrie et l'intérêt public, suivant les termes mêmes du testament que je rappelais plus haut. Les étrangers ne pouvant, d'après la donation, participer au prix, nous vous proposerons donc de décerner le prix Osiris à l'aviation française, et nous vous indiquerons, dans un moment, les considérations qui nous ont guidés pour faire un choix parmi les chercheurs opiniâtres qui se consacrent à la conquête de l'air.

Sans remonter jusqu'au légendaire Icare et à la colombe mé-

---

(1) Rapport sur le prix Osiris, lu en la séance de l'Institut du 16 juin 1909.

canique d'Archytas de Tarente, il est utile de jeter d'abord un rapide coup d'œil sur l'histoire de la navigation aérienne. A la renaissance, Léonard de Vinci comprend que, pour voler, l'oiseau doit prendre son point d'appui sur l'air, et, après ses études sur le vol, décrit l'hélicoptère et le parachute. Dans les deux siècles qui suivent, de nombreux documents nous montrent l'intérêt suscité par la navigation aérienne; on ne se borne pas d'ailleurs au plus lourd que l'air, et à la fin du XVIIe siècle plusieurs pressentent déjà l'invention des ballons. Vers 1750 apparaissent de divers côtés des projets d'hommes volants et de machines volantes. Des appareils sont construits, sortes d'orthoptères munis d'ailes à charnières qui frappent l'air normalement, mais ils sont expérimentés sans succès; on propose même d'adjoindre à l'hélicoptère une hélice propulsive pour la translation horizontale. Il est remarquable de voir signalés, dès cette époque, quelques-uns des dispositifs qui devaient être essayés plus tard.

Ces tentatives avec le plus lourd que l'air, sans avoir donné encore aucun résultat pratique, furent interrompues en 1783 par l'expérience célèbre des frères Montgolfier, qui souleva un enthousiasme indescriptible. Six mois après l'expérience d'Annonay, Meusnier présentait à l'Académie des sciences un mémoire admirable publié seulement beaucoup plus tard. On trouve dans son projet les conditions essentielles qui devaient conduire aux ballons dirigeables : forme allongée du ballon, ballonnet intérieur pouvant être rempli d'air, et emploi d'un propulseur hélicoïdal. C'est en suivant la voie ouverte par Meusnier, mort en 1793 au siège de Mayence, que le colonel Renard édifia définitivement la théorie de la dirigéabilité des ballons et put réaliser sa mémorable expérience de 1884.

Malgré les triomphes des aérostats, le plus lourd que l'air eut toujours ses croyants; toutefois, pendant la première moitié du siècle dernier, ils ne furent guère encouragés. Des analyses insuffisantes du vol des oiseaux, signées de noms éminents, montraient qu'une hirondelle devait fournir un travail énorme pour se maintenir dans l'air, ce qui faisait dire plus tard que les mathématiques démontraient alors l'impossibilité de voler pour les oiseaux. Il eût été moins piquant mais plus exact de dire que certains mécaniciens, ayant mal observé les mouvements des oiseaux, établissaient par leurs savants calculs

que les conditions réelles du vol sont différentes de celles qu'ils avaient supposées; l'erreur provenait de ce qu'on voulait étudier le vol à l'aide de la résistance qu'un plan éprouve en se mouvant normalement dans l'air. Cependant, Sir G. Cayley, dès 1809, et Dubochet, en 1834, indiquaient déjà que le vol est avant tout un glissement; ils remarquaient que, en général, l'oiseau s'envole tête au vent. Plusieurs autres, comme Hauvel et Wenham, étaient aussi les champions de la théorie du glissement.

C'est seulement vers 1865 que l'attention se trouva de nouveau portée vers l'aviation, et les discussions de la Société française de navigation aérienne très suivie à cette époque se lisent encore aujourd'hui avec intérêt. L'Académie des sciences, depuis les essais de Borda datant de l'ancienne Académie, s'était toujours préoccupée des problèmes relatifs à la résistance des fluides; en 1874, sur la proposition de Joseph Bertrand, elle mit au concours la théorie mathématique du vol des oiseaux. Le mémoire d'un des membres les plus actifs de la Société de navigation aérienne, doué d'un esprit des plus pénétrants, Alphonse Penaud, fut récompensé en 1875. La clef de l'aviation est, pour Penaud, dans le fait que l'oiseau, dans le vol avançant, attaque l'air sous un angle très petit. Il insiste sur l'avantage qu'il y a à attaquer l'air obliquement, et il illustre la théorie en construisant un jouet qui réalise le premier appareil mécanique ayant réussi à voler, jouet soutenu par des ailes concaves, dans lequel le moteur est un caoutchouc tordu actionnant une petite hélice, et dont une queue assure la stabilité. L'analyse des trois genres de vol, vol ramé, vol plané, vol à voile, était déjà ancienne et paraît remonter à Dubochet; elle est approfondie par Penaud, et, peu après, les photographies instantanées de Marey viennent fixer certaines interprétations douteuses. Dans le vol plané, l'aile rencontre généralement l'air sous un angle assez petit et joue ainsi le rôle d'un aéroplane, le travail musculaire de l'oiseau étant assez restreint et dépensé surtout pour la propulsion dans le sens horizontal. Nous devons encore rappeler la discussion faite par Penaud de la loi de la résistance éprouvée par un plan mince se mouvant dans un fluide; cette résistance, à vitesses relatives égales, dépend de l'angle d'inclinaison. On avait regardé longtemps, avec Newton, qu'elle était proportionnelle au carré du sinus de cet angle, ce qui est inadmissible. Borda,

suivi par G. Cayley, avait, semble-t-il, proposé pour la première fois la loi de la première puissance du sinus; Penaud ayant expérimenté sur la chute des corbeaux trouve ses observations conformes à la loi de la première puissance, et s'en sert pour mesurer certains coefficients. Les lois empiriques de cette nature peuvent avoir d'ailleurs des formes diverses, et plusieurs formules ont été proposées conduisant sensiblement aux mêmes résultats.

Nous voyons donc que les idées inexactes sur le vol des oiseaux qui, malgré quelques critiques avisés, avaient régné si longtemps, étaient abandonnées vers 1880. Le principe du glissement, au moins dans le vol plané, n'est plus contesté; la sustentation apparaît comme due à la propulsion, la composante verticale de la poussée exercée par le fluide sur le sustentateur faisant équilibre au poids. Aussi, peu à peu, les inventeurs renoncent au type orthoptère, les partisans de l'hélicoptère se font plus rares, et l'effort des chercheurs se porte sur l'aéroplane, qu'il s'agit d'étudier au point de vue mécanique. La position du centre de pression, l'influence de l'inclinaison et de la forme de la voilure jouent un rôle essentiel dans l'étude des conditions d'équilibre et dans celle des diverses stabilités. Dans ces questions difficiles, beaucoup d'ingéniosité a été dépensée, et des résultats importants ont été obtenus, quoique l'accord soit loin d'être établi sur tous les points. La connaissance des principes généraux de la dynamique est sans doute indispensable pour raisonner juste en ces matières, mais la théorie seule est actuellement impuissante dans les problèmes si complexes relatifs à la résistance des fluides. Elle ne peut, par exemple, nous renseigner sur la position du centre de pression indispensable à obtenir; c'est à l'expérimentation qu'il faut demander les données que la théorie ne nous fournit pas.

Deux méthodes furent suivies dans ces recherches. La première consiste à rechercher expérimentalement les conditions d'un planement artificiel, soit que l'on se serve de tunnels avec courants d'air, ou que l'on utilise un manège tournant. Ce sont là des expériences de laboratoire faites sur des petits modèles et devant être interprétées judicieusement; car, en toute rigueur, il ne peut exister deux systèmes ailés mécaniquement semblables. La seconde méthode consiste à réaliser un planement dans l'air sans moteur. Cette méthode fut inaugurée par l'ingé-

nieur allemand Lilienthal qui, dans un très grand nombre de glissades faites d'un point élevé, après s'être donné un certain élan, put étudier les conditions d'équilibre et de stabilité; l'exercice ne laissait pas d'être dangereux, car le pilote devait, par des mouvements appropriés de son corps, maintenir la stabilité. On sait que, en 1896, l'infortuné voyageur aérien perdit la vie, par suite, à ce que l'on croit, de la rupture d'un des assemblages de sa machine.

Lilienthal eut d'abord des continuateurs en Amérique; parmi eux, il faut signaler tout d'abord un ingénieur français installé aux États-Unis, M. Chanute, qui munit l'appareil de la queue stabilisatrice de Penaud, en la rendant susceptible de rotation au moyen d'un joint à la Cardan, et employa le premier, d'une manière effective, le biplan. L'aviation doit beaucoup aux observations de M. Chanute qui, en cessant ses travaux, engagea les frères Wright dans la voie où ils devaient rencontrer les succès connus de tous. En 1900, Wilbur et Orville Wright reprennent les expériences de glissement avec quelques idées originales, et font faire un grand progrès à la pratique antérieure; la queue stabilisatrice est placée à l'avant, et devient le gouvernail horizontal ou de profondeur, mobile autour d'un axe horizontal. Le profil des ailes est aussi étudié avec soin. Quoiqu'on parle toujours de biplan ou de monoplan, les surfaces sustentatrices ne sont pas planes; il y a un grand intérêt à leur donner une légère concavité, l'attaque en marche régulière ayant lieu suivant le premier élément de la courbe. Cette forme permet un écoulement plus facile pour l'air, et diminue la résistance de l'avancement. Ces expériences, prolongées pendant près de trois ans sur les grèves de l'Atlantique, apprirent aux frères Wright, suivant le mot de M. Chanute, leur métier d'oiseau.

Dans tous ces essais, aucun moteur n'avait été placé sur l'appareil; d'après des témoignages restés longtemps incertains, mais auxquels on doit aujourd'hui accorder créance, les frères Wright, ayant construit un moteur de leur invention, firent pour la première fois, à la fin de 1903, un vol de 300^{m}, et en 1904 des vols de 5^{km} dans de bonnes conditions de stabilité.

Pendant ces premiers exploits américains, exploits restés un peu mystérieux et dont un écho arrivait seulement en Europe, l'aviation trouvait en Europe un apôtre convaincu dans le capitaine Ferber; celui-ci se livrait à des recherches théoriques sur

la stabilité et reprenait les glissements sur l'air qui furent aussi reproduits à Berck-sur-Mer par MM. Archdeacon et Voisin. Ces essais permettaient d'obtenir les valeurs de certaines constantes caractéristiques, en même temps qu'ils habituaient au vol ces ardents adeptes de l'aviation. La pensée que Wright avait pu se maintenir dans l'air excitait les chercheurs. N'en va-t-il pas ainsi dans tous les domaines scientifiques, l'ingéniosité et la puissance de l'esprit étant augmentées quand nous savons que le problème qui nous occupe n'est pas insoluble ? A cet égard, les nouvelles incertaines venues de l'autre côté de l'Atlantique ont été un stimulant puissant pour les aviateurs français qui, comme les Américains W. et O. Wright, ont été ainsi à leur début les élèves de notre compatriote M. Chanute.

Quand la théorie du mouvement de l'aéroplane fut correctement posée, et que l'on fut à peu près maître des moyens propres à assurer la stabilité, une question importante fut celle d'un moteur suffisamment léger. En France, les nécessités de l'automobilisme avaient conduit à réaliser de grands progrès dans l'industrie des moteurs. Un moteur à explosion, construit spécialement pour l'aviation par un ingénieur très distingué, M. Levavasseur (1), et connu sous le nom de moteur *Antoinette*, se trouva remplir les conditions désirables de légèreté. Nos aviateurs exercés « connaissant bien leur métier d'oiseau » étaient donc dans les meilleures conditions, et ils remportèrent l'année dernière les brillants succès auxquels nous avons tous applaudi. Je dois toutefois rappeler que c'est un Brésilien, M. Santos-Dumont, qui, à la fin de 1906, a construit, le premier en Europe, un appareil qui, muni d'un moteur *Antoinette* de 50 HP, put s'élever seul et parcourir plus de 200^{m} (2).

Cet historique très incomplet vous aura montré, Messieurs, combien nombreux ont été ceux qui ont apporté leur pierre au grand œuvre de l'aviation, depuis les observateurs attentifs

---

(1) M. Levavasseur fait expérimenter en ce moment un monoplan qui semble donner des résultats satisfaisants.

(2) Je laisse de côté dans cet historique un appareil remarquable, l'avion de M. Ader, expérimenté à Satory le 14 octobre 1897, les résultats de cette expérience ayant été discutés et les témoignages officiels n'ayant jamais été publiés. Le moteur de M. Ader était une machine à vapeur.

du vol des oiseaux jusqu'aux constructeurs de moteurs, et parmi ces pionniers je tiens à rappeler encore le colonel Renard, que ses travaux sur les dirigeables ont rendu célèbre, mais dont les études expérimentales sur les hélices sont également précieuses pour les constructeurs d'aéroplanes. Votre commission rend justice à tous ces efforts; mais devant nécessairement faire un choix entre des collaborateurs si nombreux et si variés, elle s'est souvenue que l'année 1908 restera mémorable dans l'histoire de l'aviation. Aussi a-t-elle décidé de vous proposer de couronner les constructeurs français d'aéroplanes qui ont réalisé, en 1908, des appareils capables de quitter les champs de manœuvres et d'effectuer de véritables voyages aériens en pleine campagne, et ont été vraiment les émules des célèbres aviateurs américains dans les luttes pacifiques de l'année dernière pour la conquête de l'air. A la question ainsi posée, la réponse était facile, et nous ne pouvions avoir aucune hésitation. Citons ici deux dates : Un appareil Voisin, monté par Farman, a fait le premier voyage en aéroplane, le 30 octobre 1908, allant de Châlons à Reims, et M. Blériot, conduisant lui-même sa machine, a fait le lendemain, de Toury à Artenay, avec retour, le premier circuit fermé par escales. Nous vous proposerons donc de partager le prix Osiris entre M. Gabriel Voisin et M. Louis Blériot.

Ces deux éminents ingénieurs ont été quelque temps associés pour construire et expérimenter des appareils d'aviation, et se sont ensuite spécialisés, le premier dans la construction des biplans, et le second dans celle des monoplans. On discute encore beaucoup sur les mérites des monoplans et des biplans. Une telle comparaison faite *a priori* est assez vague, les arguments à invoquer n'étant pas les mêmes suivant que l'on comparera, par exemple, un monoplan Blériot à un biplan du type Wright ou du type Voisin, la résistance à l'avancement différant notablement dans ces deux biplans. Il est assez vraisemblable que, suivant le genre de transport, la préférence devra être donnée au biplan ou au monoplan; les locomotives des trains de marchandises n'ont-elles pas d'autres formes que celles des trains rapides ?

L'aéroplane, que construit M. Gabriel Voisin, associé à son frère Charles, est composé d'une grande cellule formée de deux plans sustentateurs superposés mesurant 10^m d'enver-

gure sur 2^m de large et espacés de $1^m,50$. Cette cellule porte le moteur, le pilote et le châssis d'atterrissage principal avec ses deux roues. Une plus petite cellule, formée de deux plans superposés de $2^m,50$ d'envergure sur 2^m de large espacés de $1^m,50$, est placée à l'arrière et fixée par une armature rigide aux deux plans sustentateurs; elle porte deux petites roues et elle contient le gouvernail vertical donnant la direction dans le sens horizontal. En avant de la cellule principale est placé le gouvernail de profondeur destiné à faire monter ou descendre l'appareil. La largeur totale de l'ensemble est de $11^m,50$. La surface portante est de 50^{m^2}, et le poids, en ordre de marche, y compris le pilote, varie de 540^{kg} à 570^{kg}. Nous avons dit que les surfaces portantes n'étaient pas planes; les profils sont courbes, le maximum de la flèche se trouvant au premier tiers avant et mesurant un quinzième de la largeur du plan. L'angle de l'aile (c'est-à-dire de sa corde) avec le plan horizontal est au repos de huit degrés; après le soulèvement, lorsque l'appareil aborde la marche horizontale, la vitesse de l'ensemble atteignant 18^m ou 19^m à la seconde, l'angle d'incidence diminue au point de se réduire à environ deux degrés.

Le moteur employé par M. Voisin est un moteur *Antoinette;* il tourne à 1100 tours par minute et donne à cette vitesse de 36 HP à 39 HP. L'hélice, placée à l'arrière de la grande cellule d'avant, est montée directement sur l'arbre moteur. On pouvait craindre que l'emploi d'une seule hélice produisît un déversement transversal; en fait, il n'en est rien. Un contrepoids convenablement placé ou un léger décentrage avait d'abord paru nécessaire, mais il semble que l'air lancé par l'hélice dans la cellule arrière suffise à lui seul pour empêcher toute tendance à la rotation. La forme cellulaire employée par le constructeur est stable d'elle-même, comme l'a montré l'expérience, au moins quand il n'y a pas de remous violents, et c'est grâce à cette stabilité automatique que le biplan Voisin nous apparaît si bien assuré sur sa trajectoire. Il ressemble à une lourde flèche traversant l'espace et, de plus, prend de lui-même, dans les virages, l'inclinaison convenable.

La stabilité automatique est d'autant plus importante ici que l'appareil ne possède, comme disent les géomètres, que deux degrés de liberté, c'est-à-dire que le pilote dispose seulement, pour rétablir l'équilibre troublé, de *deux* variables relatives :

l'une au gouvernail de direction, l'autre au gouvernail de profondeur.

Le biplan Voisin est un appareil admirablement étudié, et qui a fait ses preuves. C'est avec lui que Farman et M. Delagrange ont effectué leurs courses magnifiques. En dehors de circonstances exceptionnelles, il est d'un maniement rélativement facile et n'exige pas du conducteur une attention de tous les instants, comme il arrive pour le « flyer » de Wright; il est enfin remarquablement apte à la formation des pilotes.

L'aéroplane de M. Louis Blériot, qui a été le promoteur du monoplan, est d'un tout autre type. Sans rien changer d'essentiel à l'appareil de l'année dernière, le constructeur y a apporté quelques modifications en plaçant le pilote et le passager au-dessous du plan porteur au lieu de les placer au-dessus; de plus, les ailerons mobiles à l'extrémité des ailes qui restaient fixes ont été remplacés par un gauchissement de ces dernières. Sous la forme la plus récente, le monoplan de M. Blériot, que primitivement on comparait à une libellule, ressemble maintenant davantage à un oiseau; il se compose d'un plan sustentateur légèrement incurvé et susceptible de gauchissement à ses extrémités, les mouvements de celles-ci étant solidaires de telle sorte que l'une s'abaisse quand l'autre se relève. L'envergure est de $9^{m},50$, la profondeur des plans étant $2^{m},40$, et l'angle d'attaque de neuf degrés; la surface portante est de 22^{m^2}. L'hélice unique est à l'avant, et les voyageurs (l'appareil est construit pour le pilote et un passager) assis dans le châssis central sous le centre de l'aile ont devant eux l'hélice et le moteur dont la puissance est de 35 HP; l'hélice tourne au point fixe à 600 tours par minute. Le châssis central est muni de deux roues et se prolonge perpendiculairement au plan sustentateur par une poutre évidée. Celle-ci porte un empennage horizontal fixe, le gouvernail de profondeur et le gouvernail vertical de direction; elle se termine par une petite roue qui, avec les deux premières, supporte l'appareil au repos. M. Blériot a imaginé un dispositif extrêmement ingénieux qui commande les divers mouvements: en inclinant l'arbre du volant de manœuvre dans le sens transversal ou dans le sens longitudinal, on produit le gauchissement des ailes ou on fait tourner autour de son axe horizontal le gouvernail de profondeur, et des pédales agissent sur le gouvernail de direction. La charge normale prévue pour

l'appareil avec deux voyageurs est de 500^{kg}; il est donc chargé à 25^{kg} par mètre carré.

Les différences sont sensibles entre le monoplan de M. Blériot et l'appareil que nous avons décrit plus haut. D'abord l'hélice et le gouvernail de profondeur sont dans une position inverse par rapport au pilote, mais ce n'est là qu'un détail. Un point essentiel est que la stabilité n'est pas assurée ici plus ou moins automatiquement par le cloisonnement cellulaire; mais, tandis que dans le biplan Voisin nous n'avions que deux degrés de liberté, le gauchissement des ailes met ici une troisième variable à la disposition du conducteur. L'appareil, plus léger et offrant moins de résistance, se trouve davantage dans la main d'un pilote attentif. Ce n'est plus le mouvement de la flèche; c'est le mouvement plus souple de l'oiseau, mais présentant actuellement plus de risques surtout dans les virages et demandant un grand sang-froid au conducteur. J'ai rappelé tout à l'heure que, entre les mains de l'habile et audacieux pilote qu'est M. Blériot, le monoplan a, pour la première fois, effectué dans la Beauce entre Toury et Artenay un véritable voyage aérien.

Je ne me hasarderai pas, en finissant, à parler de l'avenir réservé aux monoplans, aux biplans, voire même aux triplans, d'autant qu'on peut imaginer d'autres formes d'aéroplanes. Je ne chercherai pas non plus dans combien de temps les aéroplanes remplaceront les chemins de fer, ni si cette substitution sera au plus grand bénéfice de la guerre ou de la paix. Laissons ce soin aux romanciers et aux politiques. Ce que nous pouvons dire, c'est que les véritables principes de la locomotion aérienne par le plus lourd que l'air sont définitivement posés, et que l'aviation est entrée dans la voie scientifique; sur les aérodromes, véritables laboratoires de physique, les mécaniciens avisés que sont plusieurs de nos constructeurs et de nos pilotes font chaque jour des expériences qui conduisent à modifier tels ou tels détails, et les progrès résulteront de ces observations accumulées.

Vraisemblablement, quoiqu'en pareille matière le métier de prophète soit dangereux, on ne s'écartera guère de quelques-unes des formes imaginées dans ces dernières années, mais on leur adjoindra des appareils propres à assurer la stabilité. Peut-être est-ce dans les moteurs qu'il y aura le plus d'imprévu, l'électricité ménageant probablement bien des surprises, sans parler des sources d'énergie que peuvent nous révéler encore

des découvertes comme celles faites en physique depuis dix ans.

Quelque timides que doivent paraître un jour les essais actuels, l'histoire de l'aviation réservera une page aux voyages au long cours effectués pour la première fois en 1908. Aussi la commission du prix Osiris vous propose-t-elle à l'unanimité de *partager le prix, en parties égales, entre M. Gabriel Voisin et M. Louis Blériot.*

LA

MÉCANIQUE CLASSIQUE

ET

SES APPROXIMATIONS SUCCESSIVES [1]

On entend souvent répéter qu'une des grandes conquêtes de la science actuelle est d'avoir montré que les transformations du monde physique se font d'après les lois de la mécanique. Il semble que, pour beaucoup de nos contemporains peu familiers avec le véritable esprit des méthodes scientifiques, il y ait des lois et des principes de la mécanique qui soient au-dessus de toute atteinte. C'est là une mentalité dangereuse par le caractère trop absolu qu'elle tend à conférer à la science, oubliant que celle-ci est essentiellement mobile et n'est formée que d'approximations successives. Le développement de la mécanique est à cet égard particulièrement instructif; sans entrer dans des détails historiques minutieux qui peuvent prêter à discussions, et en se bornant aux traits généraux, on peut se rendre facilement compte des approximations successives qui ont conduit aux lois générales de notre mécanique classique actuelle et mettre en évidence les cercles vicieux apparents inséparables de la fondation de toute doctrine scientifique. Nous indiquerons en même temps les difficultés qui se sont successivement rencontrées et les tentatives faites pour les écarter.

I.

Les idées d'espace et de temps absolus furent sans doute familières de bonne heure aux premiers penseurs que ne troublèrent pas, fort heureusement pour le développement de la science, nos préoccupations modernes sur ce sujet.

---

[1] *Rivista di Scienza* (1907).

L'espace était celui sur lequel raisonnaient les géomètres; mouvements et équilibres étaient rapportés à la terre regardée comme immobile. L'idée de force provint de la notion de l'effort correspondant au support d'un fardeau ou à la traction d'une corde attachée à un point fixe, et sans doute on sut très tôt mesurer des actions statiques.

Nous rattachons au nom de Galilée la création de la dynamique dans un champ constant pour un point matériel. Le grand physicien, créant la cinématique des mouvements rectilignes uniformément accélérés, montra que la proportionnalité des vitesses aux temps entraîne la proportionnalité des espaces aux carrés des temps. Il sut, par un effort génial, prouver que le plan incliné permettait de vérifier cette loi; on ne saurait trop admirer la manière dont il établit que, pour un point pesant, la nature du mouvement est la même en chute libre et sur un plan incliné, en utilisant d'abord, dans un raisonnement d'allure toute moderne, le fait que les corps pesants tendent à descendre et non à monter, et rattachant ensuite le résultat qu'il a en vue à des expériences faites sur un pendule. Ses remarques sur le mouvement d'un projectile regardé comme un phénomène composé de deux mouvements indépendants l'un de l'autre joua un rôle essentiel dans l'élaboration d'un principe auquel on donna plus tard une grande généralité sous le nom de « principe de l'indépendance de l'effet des forces et du mouvement antérieurement acquis ».

Avec Galilée, nous étions dans un champ constant. Avec Huyghens, nous passons aux forces variables, et ses recherches sur la force centrifuge ont été capitales dans le développement de la mécanique; en fait, on passe des champs constants aux champs variables par une suite de sauts brusques de plus en plus petits, suivant la méthode infinitésimale des mathématiciens. La notion de masse est bien confuse pour Huyghens, mais il n'en traite pas moins un problème alors extrêmement difficile, celui du pendule composé c'est-à-dire d'un corps solide pesant mobile autour d'un axe horizontal; il utilise à cet effet un postulat instinctif concernant le mouvement du centre de gravité d'un système pesant et qui revient au fond au théorème des forces vives.

On considère généralement Newton comme ayant constitué définitivement la dynamique. Il généralise le concept de force,

et, quoiqu'il regarde d'une manière peu heureuse la masse comme étant la quantité de matière, il sent le premier avec netteté qu'il y a dans chaque point matériel une constante caractéristique du mouvement, différente de son poids : c'est la masse. Il semble que le concept de masse se soit introduit pour la première fois avec précision, quand on remarqua que la pesanteur peut imprimer à un même corps des accélérations différentes comme il fut reconnu par les observations du pendule de Richer, et qu'on eût rapproché de ce fait l'expérience de Newton sur les pendules formés de matières diverses ; on décrit souvent cette dernière expérience en disant que, en un même lieu, tous les corps tombent avec la même vitesse dans le vide, quelle que soit la matière dont ils sont formés. La dynamique de différents points matériels dans divers champs constants s'est trouvée ainsi édifiée peu à peu, et l'on put écrire que la force est égale au produit de la masse par l'accélération. Le fait rappelé plus haut que, dans un même champ constant, l'accélération du mouvement produit est la même, que le point matériel soit par exemple en fer ou en cuivre, est fondamental dans notre dynamique. On a émis récemment quelque doute sur sa généralité, et quelques-uns ne seraient pas étonnés qu'il ne fût pas vrai pour les corps fortement radioactifs, et qu'un morceau de radium tombât moins vite dans le vide qu'un morceau de fer, mais on comprend que les expériences tentées à ce sujet aient besoin d'être discutées avec un soin extrême.

Dans l'étude des champs constants, la force s'est trouvée successivement définie de deux manières différentes, d'abord par des mesures statiques, et ensuite à un point de vue dynamique par l'intermédiaire des accélérations correspondant aux champs. Aucune relation n'était *a priori* nécessaire entre ces deux évaluations, et nous devons regarder comme un résultat expérimental que les nombres représentant les forces envisagées au point de vue dynamique et au point de vue statique sont proportionnels.

II.

Nous avons indiqué sommairement comment on avait été conduit à la relation d'après laquelle, le vecteur représentant la force est égal au vecteur accélération multiplié par la masse ; c'est l'équation fondamentale de la dynamique du point matériel.

Elle appelle plusieurs remarques importantes, et il faut noter le caractère approché des expériences de Galilée et de Newton, et l'interprétation qui en a été faite tout d'abord. On partait du concept d'un espace et d'un temps absolus; quoique l'on connût le mouvement de rotation de la terre auquel on rapportait la mesure du temps, on faisait abstraction de ce mouvement dans l'interprétation des expériences relatives à la chute des graves. Il y a là une de ces approximations fréquentes dans l'histoire des sciences, où fort heureusement la petitesse des perturbations laisse un caractère simple à un phénomène complexe. Le développement de la mécanique aurait été tout autre si la terre avait tourné beaucoup plus rapidement autour de son axe, les expériences sur le plan incliné et sur le pendule se présentant alors avec une complication qui eût permis difficilement de formuler des principes simples. Il est bon de ne jamais perdre de vue le caractère accidentel du développement scientifique.

Il peut sembler, au premier abord, que la relation indiquée entre la force et l'accélération définit tout simplement la force, et l'on se demande alors quel intérêt elle présente. Elle ne sera en effet utile pour renseigner sur le mouvement d'un point et permettre de prédire ce mouvement, que si l'on connaît la force autrement que par cette relation.

Un premier cas se présente, où l'on utilise l'identité admise entre les points de vue statique et dynamique. C'est celui où la force peut être mesurée directement et se trouve fonction de la position du point dans le champ; les trois équations constituent les équations différentielles du mouvement permettant, pour des conditions initiales données, de prédire celui-ci. Il peut arriver encore que la force ne puisse pas être mesurée statiquement d'une manière effective, mais que, pour certains mouvements particuliers du type de celui que l'on étudie, on trouve pour les composantes de la force des fonctions déterminées, en s'aidant de certaines observations. On pourra admettre qu'il en est ainsi pour tous les mouvements se produisant dans le champ, et l'on retombera alors sur le cas précédent. L'histoire de la gravitation universelle offre un exemple de cette circonstance, les mouvements particuliers étant ceux des planètes autour du soleil supposé fixe, et les observations étant résumées dans les lois de Kepler.

Bien d'autres cas pourraient être examinés, mais ceci suffit à mettre en évidence que l'équation fondamentale de la dynamique du point matériel, qui a trouvé son origine dans certaines expériences très particulières relatives à des champs constants, constitue seulement un moule dans lequel nous cherchons à enfermer la représentation analytique des phénomènes, moule qui va s'étendre aux systèmes matériels. Il ne faut pas se payer de mots, quand on parle de cette loi générale du mouvement; rien n'en peut mieux fixer le sens exact que son histoire et quelques exemples de son application, comme nous allons essayer de le faire.

III.

Je parlais tout à l'heure de cercles vicieux apparents qui se présentent dans l'histoire des sciences; ces cercles vicieux, tels seulement pour un esprit d'une logique trop absolue, ne sont que la conséquence du progrès dans les approximations successives qui forment la science. Il est facile de se donner le plaisir d'en citer des exemples. Ainsi Newton ayant, par une extension hardie, tiré des lois de Kepler les lois de la gravitation universelle, une conséquence de ces dernières lois fut de montrer que la troisième loi de Kepler ne pouvait être exacte. C'est que le soleil avait été supposé d'abord immobile, et que, étudiant ensuite la question d'une manière plus générale, on considéra le soleil comme lui-même en mouvement par rapport aux étoiles fixes (qui elles-mêmes d'ailleurs sont mobiles). Mais, heureusement pour nous, les masses de toutes les planètes sont très petites par rapport à la masse du soleil, et les lois de Kepler sont très approchées; c'est grâce à cette circonstance favorable de très petits rapports de masses qu'il a été possible d'arriver aux lois de la gravitation universelle.

Il y a des étoiles doubles, dont on connaît la distance à la terre et pour lesquelles il a été possible de mesurer les masses des composantes, que l'on a trouvées sensiblement égales. Tout porte à penser qu'il existe de même des systèmes triples d'étoiles pour lesquels les masses sont aussi du même ordre de grandeur. Plaignons les habitants de ces astres éloignés, s'ils cherchent à faire de la mécanique céleste. Il n'y a pas pour eux d'astre dominant avec des lois de Kepler, et il n'y a pas une première

approximation dont ils puissent partir. Les choses doivent leur paraître d'une effroyable complication, si tant est que la mesure de la simplicité soit la même pour leur intelligence que pour la nôtre.

L'attraction de deux masses rentre dans le type de ces forces considérées plus haut, dont la loi est fournie par certaines observations particulières et ensuite généralisée. A ce point de vue, la question se pose à peine d'approfondir la nature de l'attraction; l'essentiel est de pouvoir la mesurer statiquement comme l'a fait Cavendish avec sa balance. Cette attraction à distance est cependant pour les physiciens un grand scandale; il est dans l'esprit de la physique moderne que les actions doivent s'exercer par l'intermédiaire d'un milieu, et il est étrange que l'attraction paraisse faire exception. On pourrait évidemment se demander s'il y a une bien grande différence, au point de vue des principes, entre une action à très petite distance et une action à grande distance; mais on croit s'entendre suffisamment quand on distingue entre les actions moléculaires et les actions à distance sensible.

Quoi qu'il en soit, des théories dans le genre de celles de Lesage qui attribuait l'attraction aux impulsions communiquées aux corps par les particules d'un milieu très subtil sont pleines d'intérêt, mais d'aucune d'elles on ne peut tirer jusqu'ici de conséquences susceptibles d'une vérification expérimentale. L'attraction reste une force étrange qui ne semble pas avoir de propagation, et n'est altérée ou déviée par aucune substance connue. Il n'y a pas d'écran pour la gravitation; la découverte d'un tel écran aurait d'immenses conséquences, tant au point de vue pratique qu'au point de vue théorique. Seul le héros d'un roman de H. Wells, *Les premiers hommes dans la lune*, a connu une substance imperméable à l'attraction qui lui permit, au moyen d'une sphère enduite de cette substance, de se rendre dans notre satellite, où il a laissé son secret.

Avant d'arriver à cette substance merveilleuse, on résoudra sans doute d'autres problèmes moins lointains. C'est ainsi qu'on s'est proposé récemment de reprendre dans un liquide des expériences analogues à celles de Cavendish, et il se pourrait que la mesure de l'attraction newtonienne entre deux corps plongés dans un liquide modifiât quelques-unes de nos idées à ce sujet.

IV.

L'ensemble des travaux de Galilée, de Huyghens et de Newton avait conduit à regarder que les circonstances déterminantes du mouvement produisent des accélérations. On fut ainsi conduit à poser en principe que la rapidité avec laquelle change l'état dynamique d'un système isolé dépend d'une manière déterminée de son état statique seul. Il fut donc postulé, plus ou moins explicitement, que les changements infiniment petits qui surviennent dans un système isolé dépendent uniquement de l'état actuel de celui-ci, c'est-à-dire que les accélérations de ses divers points sont des fonctions (que des lois physiques font connaître pour chaque catégorie de phénomènes) des coordonnées de ces points. Ces relations constituent les équations différentielles du mouvement du système, et le produit de la masse par l'accélération qu'elles font connaître représente la force agissant sur le point, provenant des autres parties du système; on a, dans chaque cas particulier, à discuter la possibilité de la mesure statique de ces forces.

On supposa en outre que tous les systèmes isolés sont conservatifs, en entendant par là qu'il y a pour l'ensemble des forces un potentiel dépendant uniquement de la position relative de ses diverses parties et que, par suite, la force vive du système (produit de la somme des masses par les carrés des vitesses) est une fonction de même nature. D'ailleurs cette hypothèse permet à elle seule de retrouver les expressions des accélérations en fonction des coordonnées, si l'on admet, *et c'est là un point capital*, que, à un moment donné, on peut se donner arbitrairement la position et la vitesse des points du système, de sorte que dans le mouvement de notre système de n points, il y ait $6n$ constantes arbitraires.

Ainsi se trouvèrent peu à peu élaborés les principes généraux de notre mécanique classique, et il est essentiel de remarquer que, dans ces conditions, les équations du mouvement ne changent pas si, désignant le temps par t, on change t en $-t$, car seules les dérivées secondes figurent dans les relations.

Nous avons supposé le système isolé. Un système non isolé S fait partie d'un système isolé plus vaste Σ, et l'on peut con-

cevoir les équations précédentes relatives au système total Σ. Dans la partie de ces équations relatives aux points de S figureront des forces provenant de Σ sur ces points; c'est là un embarras considérable pour former les équations du mouvement de S seul. Souvent les forces provenant des parties de Σ extérieures à S pourront être regardées *pratiquement* comme ne dépendant que des coordonnées des points de S, et nous aurons alors le système S se déplaçant dans un champ de forces extérieures fonction des coordonnées de ses points; les équations du mouvement de S seront de même forme que plus haut. Le système isolé formé par un point pesant et la terre en offre l'exemple le plus simple, quand on traite du mouvement de ce point en regardant comme constant le champ de la pesanteur.

Les équations du mouvement sont susceptibles d'une forme différente, quand la position du système, par suite de certaines liaisons, dépend seulement d'un nombre p de paramètres moindres que $3n$, et que les forces provenant de ces liaisons sont regardées comme ayant un potentiel constant. On aura alors un système de p équations; la solution générale dépendra de $2p$ constantes arbitraires, qui pourront être les valeurs des paramètres et de leurs dérivées premières à un moment donné. Ici, comme plus haut, les équations ne changeront pas, quand on changera t en $-t$, c'est-à-dire que *l'on renversera le mouvement en changeant le sens des vitesses*. On pourra alors *remonter le cours du temps*, conclusion bien grave sur laquelle nous reviendrons tout à l'heure.

Nous venons de dire les lois générales de ce que nous avons appelé la *mécanique classique*. Le principe fondamental, d'où elles découlent, est, comme nous l'avons vu, que les changements infiniment petits à partir d'une position dépendent seulement de l'état statique actuel. Or on aperçoit de suite des exceptions, au moins apparentes, à ce principe. Nous voyons constamment autour de nous des mouvements s'éteindre par suite de résistances passives telles que la viscosité et le frottement; ce sont là les cas les plus simples où le principe ne paraît pas pouvoir être conservé. Souvent, on se tire pratiquement de la difficulté, en ajoutant des forces ne dépendant pas seulement de la position. Ainsi, pour un corps en mouvement dans un fluide, on ajoutera des forces dépendant de la vitesse, dont des expériences auront déterminé la loi dans certains cas particuliers;

telle est pour un corps dans l'air la résistance proportionnelle au carré de la vitesse dans des limites assez étendues. Pour deux corps solides frottant l'un contre l'autre, on ajoutera une force tangentielle dite *de frottement*, qui rend dans la pratique de grands services, mais sur laquelle nous ne sommes guère plus renseignés aujourd'hui qu'au temps de Coulomb, qui en a fait connaître les lois encore admises. Il est même singulier, notons-le incidemment, que des études nouvelles n'aient pas été tentées sur un sujet aussi important, avec toutes les ressources qu'offre l'expérimentation moderne, de façon à nous faire sortir d'un empirisme par trop grossier.

Quoi qu'il en soit, si, au point de vue des applications, nous pouvons nous en tirer plus ou moins heureusement par l'introduction de forces d'une autre nature, s'ensuit-il que nous devons rejeter définitivement le principe fondamental ? C'est là une grave question que nous devons examiner.

V.

On peut soutenir que les exemples cités ne sont pas en opposition avec le principe fondamental de la dynamique classique. Dans le cas d'un corps en mouvement dans un fluide, en portant notre attention seulement sur le corps, nous sommes bien obligés d'introduire des forces dépendant des vitesses, mais il n'en serait plus nécessairement de même si nous considérions l'ensemble du corps et du fluide. Les molécules du fluide situées en avant du corps sont, peut-on dire, beaucoup plus rapprochées les unes des autres que les molécules placées en arrière, et c'est cette configuration qui règle le mouvement. Il en est de même dans le cas du frottement; les forces de frottement ne seraient que des forces apparentes. Ici encore nous portons notre attention sur un trop petit nombre d'éléments; l'introduction d'un plus grand nombre de variables, par exemple d'éléments relatifs aux déformations des corps en contact qui sont dissymétriques par rapport au mouvement, pourrait montrer encore que celui-ci est réglé, à chaque instant, par l'état statique.

Je généraliserai et préciserai ces vues particulières en reprenant les équations différentielles de la dynamique classique avec les p paramètres dont dépend la position du système. Je suppose que ces paramètres puissent se partager en deux

groupes, les uns correspondant à des variables *visibles* que nous pouvons mesurer et sur lesquelles nous pouvons avoir action, les autres étant des variables *cachées*, échappant à nos mesures, et sur lesquelles nous ne pouvons agir; soit q le nombre des premières ($q < p$). Nous devons regarder que l'intégrale des équations différentielles du mouvement ne dépend pas ici de $2p$ arbitraires, mais seulement de $2q$; car, à un instant déterminé, nous disposons seulement des variables visibles et de leurs dérivées premières.

On comprend alors que tous les mouvements, possibles pour nous, puissent dans certains cas s'éteindre. Une grosse difficulté se trouve ainsi écartée relativement au changement de t en $-t$ dans les équations. Il reste toujours que les équations ne sont pas modifiées par ce changement, mais *il n'est pas possible néanmoins de remonter le cours du temps*, car nous ne pouvons, à un moment donné, changer le signe de toutes les dérivées premières, puis qu'il y en a $p - q$ dont nous ne disposons pas. Il n'est donc pas impossible qu'*un système irréversible puisse être conservatif* et obéisse aux lois générales de la mécanique classique.

De telles considérations ne plaisent pas, je le sais, à beaucoup de physiciens qui les trouvent arbitraires et infécondes. Je ne crois pas cependant qu'on puisse systématiquement refuser d'introduire des variables cachées, ou des masses cachées, comme disaient Helmholtz et Hertz. L'éther qui est formé de masses cachées joue un rôle essentiel en optique et en électricité, et que deviendraient les chimistes sans les atomes et les molécules qui sont, eux aussi, des masses cachées. L'introduction de variables cachées peut sans doute être délicate, mais de toutes parts, surtout en électricité, nous voyons aujourd'hui s'introduire de tels éléments, et il ne semble pas que ce labeur ait été infécond.

Il se pourrait même que certaines variables *cachées* deviennent des variables *visibles* grâce aux perfectionnements des méthodes de mesures, et il est loisible de faire le rêve que notre puissance sur les choses s'agrandira à mesure que q se rapprochera de p; nos approximations en mécanique deviendront ainsi de plus en plus serrées. Le cas chimérique, où p serait égal à q, nous ramènerait à la réversibilité complète : nous pourrions alors remonter le cours du temps.

VI.

Que doit-on entendre *par explication mécanique des phénomènes ?* C'est une question sur laquelle on est loin d'être d'accord. Si l'on adopte les points de vue qui précèdent, regardant tous les systèmes isolés comme conservatifs, il ne peut y avoir hésitation. On aura l'explication mécanique d'un phénomène quand on sera arrivé, par l'introduction de variables visibles et cachées convenables, à le regarder comme faisant partie d'un système conservatif plus ample. Cette réponse est précise, mais elle incite à poursuivre un but peut-être chimérique et reste, en tout cas, très théorique. Si l'on veut une réponse plus pratique, il faut se contenter d'à peu près, comme on le fait le plus souvent.

Aux forces de la mécanique classique, on ajoute des forces du type des actions dues aux viscosités et aux frottements dont la loi est déterminée par un empirisme plus ou moins grossier; les équations formées avec cette addition permettent alors d'étudier le mouvement, et l'on dit, c'est là le sens le plus ordinaire de l'expression, que l'on a une explication mécanique. Pour voir sous son vrai jour ce que peut recouvrir ce mot d'*explication* et ne pas se faire d'illusions, il suffit de se reporter à certains problèmes de frottement, surtout quand il y a des roulements dont les lois sont si mal connues.

Revenant au point de vue théorique, on peut se demander si l'on ne pourrait pas généraliser la dynamique classique, en la rendant plus compréhensive. C'est ce qu'avait déjà cherché Laplace au commencement de la *mécanique céleste*. Au lieu d'admettre que l'impulsion de la force est proportionnelle à la vitesse, il suppose qu'elle soit une certaine fonction de la vitesse. Les principes généraux du mouvement se présentent alors sous un nouveau point de vue; ce que nous avons appelé *la masse* dépend en général de la vitesse, et cette conséquence n'est pas pour déplaire aujourd'hui où l'on croit entrevoir des cas où la masse varie avec la vitesse, quand celle-ci se rapproche de la vitesse de la lumière. Dans cette dynamique généralisée, le principe de l'énergie subsiste en

modifiant convenablement la définition de la force vive [1].

Dans toute cette étude, les lois exprimant nos idées sur le mouvement se sont trouvées condensées dans des équations différentielles, c'est-à-dire des relations entre les variables et leurs dérivées. Il ne faut pas oublier que nous avons en définitive formulé un principe de *non-hérédité*, en supposant que l'avenir d'un système ne dépend à un moment donné que de son état actuel, ou d'une manière plus générale (si l'on regarde les forces comme pouvant aussi dépendre des vitesses) que cet avenir dépend de l'état actuel et de l'état infiniment voisin qui précède. C'est une hypothèse restrictive et que, en apparence au moins, bien des faits contredisent. Les exemples sont nombreux, où l'avenir d'un système semble dépendre des états antérieurs : il y a *hérédité*. Dans des cas aussi complexes, on se dit qu'il faudra peut-être abandonner les équations *différentielles* et envisager des équations *fonctionnelles*, où figureront des intégrales prises depuis un temps très lointain jusqu'au temps actuel, intégrales qui seront la part de cette hérédité. Les tenants de la mécanique classique pourront cependant prétendre que l'hérédité n'est qu'apparente, et qu'elle tient à ce que nous portons notre attention sur un trop petit nombre de variables. Il en sera ici comme il en était plus haut, mais dans des conditions plus complexes encore.

On voit assez, par ce qui précède, les difficultés que présente la notion d'explication mécanique des phénomènes naturels. Il est nécessaire de les constater, car avant tout le savant ne doit pas se laisser abuser par les mots. Mais il n'y a pas là matière à découragement. Bien au contraire. Il est vraiment extraordinaire que, au milieu de la complexité des apparences, l'homme ait pu, servi par d'heureux hasards dont nous avons signalé quelques-uns chemin faisant, arriver à débrouiller, superficiellement au moins, un tel chaos. Le passé répond de l'avenir. Après les premières approximations en viendront d'autres d'ordre plus élevé nous rapprochant du but idéal, dont l'homme de science a le sentiment, et auquel il croit sans pouvoir d'ailleurs le définir avec précision.

---

[1] Dans des pages remarquables, MM. E. et F. Cosserat ont récemment repris, en les développant, les idées de Laplace.

LES ŒUVRES DE GALOIS [1]

Les *Œuvres de Galois* ont, comme on sait, été publiées en 1846 par Liouville, dans le *Journal de mathématiques*. Il était regrettable que l'on ne pût posséder à part les œuvres du grand géomètre; aussi la Société mathématique de France a-t-elle décidé de les faire réimprimer. Cette édition est conforme à la précédente; on a seulement supprimé l'avertissement placé par Liouville au début de la publication.

Un travail, qui paraît définitif, sur la vie de Galois vient d'être publié par M. Paul Dupuy, dans les *Annales de l'École normale supérieure* (1896). Comme documents antérieurs relatifs à la vie de Galois, il faut citer la notice nécrologique que lui consacra son ami Auguste Chevalier, dans la *Revue encyclopédique* (septembre 1832), et un article paru dans le *Magasin pittoresque*, en 1848. Évariste Galois est né à Bourg-la-Reine, près de Paris, le 25 octobre 1811; il quitta la maison paternelle en 1823, pour entrer en quatrième au collège Louis-le-Grand. Dès l'âge de quinze ans, ses dispositions extraordinaires pour les sciences mathématiques commencent à se manifester; les livres élémentaires d'algèbre ne le satisfont pas, et c'est dans les ouvrages classiques de Lagrange qu'il fait son éducation algébrique. Il semble qu'à dix-sept ans Galois avait déjà obtenu des résultats de la plus haute importance concernant la théorie des équations algébriques. On ne peut faire que des conjectures sur la marche de ses idées, les deux mémoires qu'il présenta à l'Académie des sciences ayant été perdus; une chose toutefois est certaine : il était, au commencement de 1830, en possession

---

[1] Cet article constitue la préface des *Œuvres de Galois*, publiées, en 1897, sous les auspices de la *Société mathématique de France*.

de ses principes généraux, comme le montre l'analyse d'un mémoire sur la résolution algébrique des équations dans le *Bulletin de Férussac*, où sont énoncés une série de résultats qui ne sont manifestement que des applications d'une théorie générale. Ce court article est le plus important qui ait été publié par Galois lui-même, le mémoire fondamental sur l'algèbre retrouvé dans ses papiers n'ayant été imprimé qu'en 1846.

On trouvera, dans l'article de M. Dupuy, des renseignements d'un grand intérêt sur la vie de Galois. Il est peu probable que de nouveaux documents viennent désormais s'ajouter à ceux que nous possédons maintenant. Après deux échecs à l'École polytechnique, Galois entra à l'École normale, en 1829, et fut obligé de la quitter l'année suivante. Dans la dernière année de sa vie, il se donna tout entier à la politique, passa plusieurs mois sous les verrous de Sainte-Pélagie et, blessé mortellement en duel, mourut le 31 mai 1832. En présence d'une vie si courte et si tourmentée, l'admiration redouble pour le génie prodigieux qui a laissé dans la science une trace aussi profonde; les exemples de productions précoces ne sont pas rares chez les grands géomètres, mais celui de Galois est remarquable entre tous. Il semble, hélas ! que le malheureux jeune homme ait tristement payé la rançon de son génie. A mesure que se développent ses brillantes facultés mathématiques, on voit s'assombrir son caractère, autrefois gai et ouvert, et le sentiment de son immense supériorité développe chez lui un orgueil excessif. Ce fut la cause des déceptions qui eurent tant d'influence sur sa carrière, et dont la première fut son échec à l'École polytechnique. Son examen dans cette école a laissé des souvenirs; sans aller aussi loin que le veut la légende, disons seulement que Galois refusa de répondre à une question, qu'il jugeait ridicule, sur la théorie arithmétique des logarithmes. On ne peut douter aussi qu'il ne se soit pas prêté à fournir sur ses travaux les explications que lui demandaient les mathématiciens avec qui il s'est trouvé en relations, explications que rendait nécessaires la rédaction rapide de ses mémoires; aussi comprend-on facilement que son mérite n'ait pas été reconnu de ses contemporains. Ce n'est pas sans peine que Liouville réussit à saisir l'enchaînement des idées de Galois, et il fallut encore de nombreux commentateurs pour combler les lacunes qui subsistaient dans plus d'une démonstration, et amener les théories du grand

géomètre au degré de simplicité qu'elles sont susceptibles de revêtir aujourd'hui.

La théorie des équations doit à Lagrange, Gauss et Abel des progrès considérables, mais aucun d'eux n'arriva à mettre en évidence l'élément fondamental dont dépendent toutes les propriétés de l'équation; cette gloire était réservée à Galois, qui montra qu'à chaque équation algébrique correspond un groupe de substitutions dans lequel se reflètent les caractères essentiels de l'équation. En algèbre, la théorie des groupes avait fait auparavant l'objet de nombreuses recherches dues, pour la plupart, à Cauchy, qui avait introduit déjà certains éléments de classification; les études de Galois sur la théorie des équations lui montrèrent l'importance de la notion de sous-groupe invariant d'un groupe donné, et il fut ainsi conduit à partager les groupes en groupes simples et groupes composés, distinction fondamentale qui dépasse de beaucoup, en réalité, le domaine de l'algèbre et s'étend au concept de groupes d'opérations dans son acception la plus étendue.

Les théories générales, pour prendre dans la science un droit de cité définitif, ont le plus souvent besoin de s'illustrer par des applications particulières. Dans plusieurs domaines, celles-ci ne sont pas toujours faciles à trouver, et l'on pourrait citer, dans les mathématiques modernes, plus d'une théorie confinée, si j'ose le dire, dans sa trop grande généralité; au point de vue artistique, qui joue un rôle capital dans les mathématiques pures, rien n'est plus satisfaisant que le développement de ces grandes théories, cependant de bons esprits regrettent cette tendance, qui a peut-être ses dangers. On ne peut, pour Galois, émettre un pareil regret; la résolution algébrique des équations lui a fourni, dès le début, un champ particulier d'applications où le suivirent, depuis, de nombreux géomètres, parmi lesquels il faut citer, au premier rang, M. Camille Jordan.

Les travaux de Galois, sur les équations algébriques, ont rendu son nom célèbre, mais il semble qu'il avait fait, en analyse, des découvertes au moins aussi importantes. Dans sa lettre à Auguste Chevalier, écrite la veille de sa mort, et qui est une sorte de testament scientifique, Galois parle d'un mémoire qu'on pourrait composer avec ses recherches sur les intégrales. Nous ne connaissons de ces recherches que ce qu'il en dit dans cette lettre; plusieurs points restent obscurs dans quelques

énoncés de Galois, mais on peut cependant se faire une idée précise de quelques-uns des résultats auxquels il était arrivé dans la théorie des intégrales de fonctions algébriques. On acquiert ainsi la conviction qu'il était en possession des résultats les plus essentiels sur les intégrales abéliennes que Riemann devait obtenir vingt-cinq ans plus tard. Nous ne voyons pas sans étonnement Galois parler des périodes d'une intégrale abélienne relative à une fonction algébrique quelconque; pour les intégrales hyperelliptiques, nous n'avons aucune difficulté à comprendre ce qu'il entend par *période*, mais il en est autrement dans le cas général, et l'on est presque tenté de supposer que Galois avait tout au moins pressenti certaines notions sur les fonctions d'une variable complexe, qui ne devaient être développées que plusieurs années après sa mort. Les énoncés sont précis; l'illustre auteur fait la classification en trois espèces des intégrales abéliennes, et affirme que, si n désigne le nombre des intégrales de première espèce linéairement indépendantes, les périodes seront en nombre $2n$. Le théorème relatif à l'inversion du paramètre et de l'argument dans les intégrales de troisième espèce est nettement indiqué, ainsi que les relations entre les périodes des intégrales abéliennes; Galois parle aussi d'une généralisation de l'équation classique de Legendre, où figurent les périodes des intégrales elliptiques, généralisation qui l'avait probablement conduit aux importantes relations découvertes depuis par Weierstrass et par M. Fuchs. Nous en avons dit assez pour montrer l'étendue des découvertes de Galois en analyse; si quelques années de plus lui avaient été données pour développer ses idées dans cette direction, il aurait été le glorieux continuateur d'Abel et aurait édifié, dans ses parties essentielles, la théorie des fonctions algébriques d'une variable telle que nous la connaissons aujourd'hui. Les méditations de Galois portèrent encore plus loin; il termine sa lettre en parlant de l'application à l'analyse transcendante de la théorie de l'ambiguïté. On devine à peu près ce qu'il entend par là, et sur ce terrain qui, comme il le dit, est immense, il reste encore aujourd'hui bien des découvertes à faire.

Ce n'est pas sans émotion que l'on achève la lecture du testament scientifique de ce jeune homme de vingt ans, écrit la veille du jour où il devait disparaître dans une obscure querelle. Sa mort fut pour la science une perte immense; l'influence de

Galois, s'il eût vécu, aurait grandement modifié l'orientation des recherches mathématiques dans notre pays. Je ne me risquerai pas à des comparaisons périlleuses : Galois a sans doute des égaux parmi les grands mathématiciens de ce siècle; aucun ne le surpasse par l'originalité et la profondeur de ses conceptions.

UNE DISTRIBUTION DE PRIX

AU LYCÉE HENRI IV [1]

MES CHERS AMIS, MES JEUNES CAMARADES,

C'est à ma qualité d'ancien élève du Lycée Henri IV que je dois l'honneur de présider cette solennité. Votre proviseur aime à voir à ce fauteuil un ancien élève de cette maison. Je le soupçonne d'un peu de malice; il est ainsi assuré d'entendre dire du bien de son lycée. Je me reporte, en ce moment, avec une réelle émotion, au temps où j'assistais de vos places à la distribution des prix, attendant patiemment la fin des discours habituels; je revois les professeurs excellents et dévoués, dont j'ai gardé un pieux souvenir, et dont quelques-uns étaient les vôtres, hier encore. Je l'ai connu sous des noms divers, notre vieux collège : Napoléon, Corneille, Henri IV. Les brillants succès que vous venez de remporter montrent que les études s'y maintiennent à un niveau élevé, et le prix d'honneur de rhétorique ajoute, cette année, un nouveau fleuron à notre couronne. Je sais que les traditions de bonne camaraderie se conservent fidèlement ici, et que, par votre respect de la discipline, vous vous montrez dignes du régime de liberté sous lequel vous vivez. Vous êtes probablement plus savants que nous ne l'étions jadis. Nos programmes d'études étaient alors modestes, et la série des expériences sur l'enseignement secondaire n'était pas encore commencée. On était à peu près d'accord sur les mérites de l'éducation par les lettres anciennes, qui paraissait excellente pour développer et fortifier l'esprit. Je connais beaucoup de nos anciens camarades qui se sont bien trouvés de ces années de culture désintéressée. Absorbés

---

[1] Discours prononcé à la distribution des prix du Lycée Henri IV du 30 juillet 1898.

aujourd'hui par le souci des affaires ou par des études spéciales, ils se reposent parfois dans les souvenirs classiques qu'ils ont emportés de cette maison ; ils aiment à se rappeler que leur jeunesse était le temps du rêve et de la poésie, dont votre maître vient de si bien parler dans son charmant discours.

Mais, hélas ! notre époque n'a plus le temps de rêver. On semble prendre aujourd'hui au sérieux une boutade d'un romancier du milieu de ce siècle, qui partageait les élèves, à la fin de leurs études, en deux catégories : ceux qui n'ont rien appris, et ceux qui ont tout oublié. Passons condamnation sur ceux qui n'ont rien appris, et qui ne sont pas aussi nombreux qu'on nous le dit, mais ne prenons pas en si grande pitié ceux qui ont tout oublié. Il ne m'appartient en aucune façon de prendre la défense des lettres anciennes, mais je suis persuadé que ces études prétendues inutiles, et dont il semble souvent rester peu de traces, portent plus tard leurs fruits. Je crains que, dans l'ardeur de leur foi nouvelle, quelques-uns ne croient plus, au fond, à la nécessité d'une culture préalable de l'intelligence, et n'appellent de leurs vœux un enseignement immédiatement utile. En tout cas, d'autres pousseront le raisonnement jusqu'au bout et concluront que Montaigne, avec son suc antique, et Corneille et Racine sont aussi inutiles à l'industriel et à l'ingénieur que Virgile et Homère ; ce sera la réconciliation des anciens et des modernes. On était plus dans le vrai, quand on pensait que l'enseignement secondaire n'est qu'une préparation très générale à des connaissances particulières. La science qu'on acquiert à votre âge est nécessairement peu de chose ; le point essentiel est qu'il sorte de nos lycées des esprits justes, vigoureux, fortement exercés à apprendre, et nous savons tous ici avec quel dévouement se consacrent à cette noble tâche les maîtres distingués qui m'entourent.

Que les discussions, dont l'écho est sans doute venu jusqu'à vous, ne troublent donc pas vos paisibles études. Plus le développement de la civilisation dans les sociétés modernes oblige chacun à s'enfermer dans une étroite spécialité, s'il veut y faire œuvre utile, plus il est nécessaire que notre horizon ne se borne pas de trop bonne heure. Comme on vient de nous le dire, l'éducation consiste surtout à allumer dans l'âme du jeune homme un foyer d'idéal qui l'éclaire et le réchauffe pendant toute son existence. La vie laisse peu de loisirs et nous arrivons vite à

nous laisser absorber par notre métier. Pour lutter contre cette tendance, vous devez emporter d'ici un viatique qui vous fera supérieurs à votre fonction, quelles que soient les carrières que vous suivrez.

Ces carrières, que seront-elles ? Je ne veux pas ajouter une nouvelle consultation à toutes celles qui ont déjà été données sur ce grave sujet par de nombreux docteurs. Je serais d'accord avec eux sur plusieurs points; mais je ne crois pas à une liaison nécessaire entre un système d'éducation, dont le but principal est la formation de l'esprit, et les carrières suivies par ceux qui l'ont reçue. On peut avoir été un honnête latiniste et avoir le goût de l'action et des entreprises hardies. Quant à l'amour des Français pour les diplômes, il n'est que trop réel, et il se peut que certain examen, au lieu d'être simplement un certificat de bonnes études, soit devenu un véritable tuyau d'aspiration vers ce fonctionnarisme dont on déplore la continuelle extension. Mais ne nous laissons pas trop aller à incriminer les institutions et les lois, qui ne valent que ce que valent les mœurs. Les transformations économiques et sociales dont nous sommes les témoins, le développement des sciences et de leurs applications amènent avec eux des modifications profondes dans la vie des sociétés, et ouvrent, dans des directions variées, de nouveaux champs à l'activité des jeunes générations. Auront-elles assez d'énergie, de force et de continuité dans la volonté ? C'est là une question, à côté de laquelle les autres sont secondaires et dont dépend, en grande partie, l'avenir de notre pays.

On a souvent rappelé que les historiens anciens reprochaient aux Gaulois l'extrême mobilité de leur caractère et le peu de constance qu'ils apportaient dans leurs desseins. Bien des choses ont changé depuis ces temps lointains, et ces souvenirs semblent n'avoir qu'un intérêt historique. Cependant, le même reproche que faisaient aux Gaulois César et Strabon n'a cessé d'être adressé aux Français à travers les âges, et il est devenu à l'étranger une sorte de lieu commun. Un homme d'état, qui ne nous aimait guère, écrivait il y a 50 ans : « La plus grande qualité de l'homme est la volonté; or, elle est faible et mobile chez les Français. » On nous accorde, au contraire, généreusement une humeur inconstante et une grande légèreté qui nous permettait jadis, à en croire un roi de Prusse, de nous consoler de tout par un vaudeville.

Gardons-nous de prendre au tragique des critiques partiales et intéressées; il serait facile de leur opposer une longue suite d'illustres exemples. Mais, puisque nous sommes entre nous, il est permis de rechercher quel pourrait être aujourd'hui le prétexte à ces jugements sommaires. Il semble bien que nous soyons surtout sensibles en France à l'esprit, à la vivacité et au brillant de l'intelligence, tandis que nous apprécions moins la patience et la ténacité dans l'effort; elles sont cependant, dans toute carrière, les qualités maîtresses. Soyez convaincus, mes amis, que dans la vie l'intelligence n'est pas la seule force, et qu'il n'y a que trop d'exemples où elle est restée stérile. Que de jeunes gens bien doués n'ont pas donné ce qu'on attendait d'eux ! Une longue patience est indispensable pour féconder les dons les plus heureux; elle n'est pas à elle seule le génie, mais elle est quelquefois le talent. Pour produire une œuvre ou pour exercer une action, il faut être capable d'une volonté persévérante et continue. C'est par un travail constant que l'on prépare les chances heureuses qui échoient seulement à ceux qui ont longtemps cherché : vérité symbolisée dans la réponse de Newton, disant qu'il avait découvert les lois du système du monde en y pensant toujours. Ils n'ont certes pas manqué à la France, en ce siècle, ces grands laborieux, qui ont laissé une traînée lumineuse. Tel fut entre tous Pasteur, que l'humanité reconnaissante proclamera peut-être le plus grand homme de notre temps, et chez qui une volonté tenace, armée d'une méthode rigoureuse, sut mettre en œuvre les intuitions du génie.

Dans la lutte pacifique entre les peuples, l'avenir est à ceux qui posséderont le plus grand nombre de travailleurs opiniâtres dans tous les champs de l'activité humaine. Le développement scientifique de ce siècle a été prodigieux; mais, dans bien des parties, nous ne faisons qu'entrevoir les grandes lignes de l'édifice, et quelques cadres seulement sont tracés, au moins pour un temps, qu'il va falloir remplir. Jamais les recherches scientifiques n'ont demandé plus de sagacité patiente et minutieuse, et, partout, il faut descendre à l'infiniment petit. Que les temps sont loin où les sages d'Ionie trouvaient en se jouant les principes des choses ! Le mathématicien introduit des éléments nouveaux dans le monde inépuisable des formes et des fonctions, et se livre à une subtile analyse sur la nature du nombre et de l'espace. L'astronome accumule ses observations ou

s'enfonce dans ses immenses calculs. Le physicien prend pour unité de ses mesures le millième de millimètre, et le chimiste pèse des centièmes de milligrammes; leurs laborieuses expériences, en apparence si ingrates, nous révèlent des phénomènes inattendus et viennent encore de mettre en évidence des gaz nouveaux dans l'air que nous respirons. Le naturaliste, guidé par l'hypothèse de l'évolution, s'efforce de suivre pas à pas les transformations des organismes, et cherche dans les derniers éléments anatomiques les secrets de la vie. Le philosophe trouve dans les mathématiques et les sciences naturelles les bases d'une psychologie plus rigoureuse. Les sciences historiques et philologiques ont été complètement renouvelées; je ne sais s'il faut, dans ces études, comme le demandait Fustel de Coulanges, 30 ans d'analyse pour 1 heure de synthèse; mais, grâce à leurs sévères méthodes, nous commençons à mieux comprendre les pensées des hommes d'autrefois, et des civilisations inconnues remontent des profondeurs de l'antiquité la plus reculée. Nouvelles venues, les sciences politiques et sociales continuent leurs minutieuses enquêtes; puissent-elles s'inspirer de la prudence de leurs aînées et ne pas formuler des conclusions précipitées. Sur le terrain mouvant où elles opèrent, le sophisme est facile, et la méthode expérimentale difficile à appliquer.

La nécessité d'un effort persévérant et continu n'est pas moindre dans les innombrables applications de la science à l'industrie et au commerce, dont les progrès importent si vivement à la prospérité des nations. Ne ménageons pas notre sympathie à ces chercheurs obstinés qui appliquent les découvertes scientifiques; il en est qui ont rendu de grands services à leurs pays. On a ouvert, récemment, une enquête sur les caractères de l'esprit français; si l'on ne s'était pas placé uniquement au point de vue littéraire, on aurait pu signaler la séparation qui a régné trop longtemps chez nous entre la science pure et la science appliquée, et que s'efforcent si heureusement de combattre, pour leur part, nos universités; séparation dangereuse pour l'industrie qui, privée des lumières de la théorie, reste dans l'empirisme et la routine. C'est ainsi que tant d'idées heureuses et tant de découvertes françaises ont été exploitées à l'étranger. On a raison d'appeler votre attention sur ces carrières industrielles et commerciales, quoiqu'on le fasse parfois sur un ton trop lyrique. Ceux d'entre vous qui se sentent quelque goût

pour une vie pleine d'activité et d'imprévu pourront y trouver l'emploi de leurs facultés; ce ne sera pas une mission indigne d'eux que de développer les ressources de notre industrie nationale.

Il faudra peut-être abandonner certains préjugés. On raconte que des étrangers vinrent un jour visiter le célèbre philosophe Héraclite. Ils s'attendaient à le trouver au milieu d'un appareil imposant. Le philosophe préparait lui-même ses aliments; comme ses visiteurs s'étonnaient de le voir livré à une occupation aussi basse : « Là aussi, leur dit Héraclite, il y a des dieux ». On est très injuste envers l'antiquité qui nous donne des conseils aussi pratiques. N'ayez pas des dédains que n'avait pas le vieil Héraclite; ne craignez pas surtout que certaines carrières ne soient pas assez libérales. Nous avons sur ce sujet quelques idées fausses, et nous sommes dupes des mots. Il faut briser des classifications qui ne sont que le souvenir d'un autre temps; dites-vous que toute carrière est libérale, qui demande de l'initiative et de l'intelligence. Quand les jeunes gens, et aussi leurs parents, seront pénétrés de ces idées, la solution de plusieurs questions, qui nous préoccupent aujourd'hui, sera prochaine.

Nous manquerions de sincérité envers nous, mes jeunes camarades, si nous vous représentions la vie dans laquelle les plus âgés d'entre vous vont bientôt entrer, comme un chemin facile le long duquel vous n'aurez qu'à vous laisser glisser. Le travail est aujourd'hui la source unique des supériorités sociales, et la valeur d'un homme se mesure à l'énergie et à la fécondité de son effort, Aussi, vous ne commencerez jamais trop tôt cette éducation de la volonté, qui n'est pas moins essentielle que celle de l'intelligence. On semble vous donner un conseil banal en vous recommandant de travailler avec méthode sans éparpiller votre attention dans des directions trop variées, de prendre le goût de la précision, de ne jamais renvoyer au lendemain une besogne sans attraits. Cependant, il ne faut pas mépriser ces petites vertus, et quelques autres du même ordre, elles vous donneront des habitudes de travail, que vous conserverez toujours, et cette première coutume, dont parle Pascal, deviendra votre nature. En même temps que se développera en vous le sentiment du devoir à remplir, prenez hardiment comme règles de votre conduite les postulats moraux, sans lesquels la vie n'a aucun sens. Gardez-vous de cette frivolité d'esprit, qui est

quelquefois jointe à la culture la plus raffinée de l'intelligence et de ce dilettantisme, jeu stérile d'une pensée désœuvrée, qui, en cherchant à tout comprendre, cherche trop souvent à tout excuser. En vous attachant à quelque œuvre utile et féconde, vous prendrez la vie au sérieux. Vous aurez alors, je l'espère, la force de caractère sans laquelle on risque de se laisser aller à toutes les compromissions, et vous ne vous déroberez pas devant les responsabilités qui se présentent toujours à certaines heures.

L'affaiblissement des caractères et des volontés est surtout dangereux dans une démocratie, et il peut être le prélude des pires catastrophes. On l'a dit avec raison, la liberté est en apparence un allégement, en réalité c'est un fardeau. Elle augmente la somme des efforts imposés à chacun, et c'est ce qui fait sa grandeur. Vous ne tarderez pas, d'ailleurs, à reconnaître que l'homme ne recueille toute la fécondité de son labeur que quand il cesse de travailler pour lui seul; l'égoïsme ne crée rien de durable et ne donne pas le bonheur. Cette solidarité, dont on parle tant, ne doit pas être un vain mot, et ce n'est pas la lutte, mais l'union pour la vie qu'il faut pratiquer. On proposait récemment à nos futurs officiers de méditer cette belle parole de Guizot : « La France est le pays de l'espérance ». Quelque redoutables que soient les questions laissées ouvertes par ce siècle finissant, nous pourrons, avec le grand historien, avoir confiance dans l'avenir, si nous savons réaliser l'union de toutes les bonnes volontés, et si toutes les forces individuelles se réunissent dans un effort commun pour la grandeur et la prospérité de la France.

TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
La vie et l'œuvre de Pierre Duhem	1
La vie et l'œuvre de Lord Kelvin	41
Gaston Darboux	75
Le commandant Guyou	107
Les sciences mathématiques en France depuis un demi-siècle	121
Quelques réflexions sur la science et l'industrie après la guerre	145
L'histoire des sciences et les prétentions de la science allemande	151
La vaccination antityphoïdique	177
Conférence sur la dépopulation	181
L'œuvre de Henri Poincaré	201
La science et la recherche scientifique	221
Discours prononcé à la séance annuelle de l'Académie des sciences, le 19 décembre 1910	231
Le voyage du « Pourquoi-Pas? »	247
Maurice Levy	251
L'aviation française en 1909	255
La mécanique classique et ses approximations successives	267
Les œuvres de Galois	279
Une distribution des prix au Lycée Henri IV	285

67745 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie.
Quai des Grands-Augustins, 55.

LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie

55, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, PARIS (6e)

Tous les Prix marqués sont nets

PICARD (Émile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Traité d'Analyse** (Cours de la Faculté des Sciences). 4 volumes grand in-8 (25-16) avec figures, se vendant séparément :

TOME I : *Intégrales simples et multiples. — L'équation de Laplace et ses applications. — Développements en séries. — Applications géométriques du Calcul infinitésimal*, 3e édition, revue et corrigée. (*En réimpression.*)

TOME II : *Fonctions harmoniques et fonctions analytiques. — Introduction à la théorie des équations différentielles. — Intégrales abéliennes et surfaces de Riemann;* 1905 ..... 36 fr.

TOME III : *Des singularités des intégrales et des équations différentielles. Étude du cas où la variable reste réelle et des courbes définies par des équations différentielles. Équations linéaires. Analogie entre les équations algébriques et les équations linéaires* ; 1909..... 36 fr.

TOME IV : *Equations aux dérivées partielles.* (*En préparation.*)

PICARD (Émile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Sur le développement de l'Analyse et ses rapports avec diverses sciences.** Conférences faites en Amérique en 1899 et 1904. In-8 (23-14) de VI-168 pages; 1905 ..... 7 fr.

PICARD (Émile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Quelques réflexions sur la Mécanique, suivies d'une première leçon de Dynamique.** Brochure in-8 (23-14), de 56 pages; 1902 ..... 3 fr.

PICARD (Émile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **L'Œuvre de Henri Poincaré.** In-4 (28-23) de 22 pages; 1913... 4 fr.

PICARD (Emile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Les Sciences mathématiques en France depuis un demi-siècle.** Brochure in-8 (25-16) de 24 pages; 1917..... 4 fr.

PICARD (Émile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **La Théorie de la Relativité et ses applications à l'Astronomie.** Un volume in-16 double-couronne de 27 pages, 1922; broché.... 1 fr. 75

PICARD (Emile), Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. — **Notice historique sur la vie et l'œuvre de lord Kelvin**, lue dans la séance publique annuelle de l'Académie du 22 décembre 1919. Un vol. in-4° carré (280×225) de 40 pages; 1920; broché ..... 3 fr.

PICARD (Émile), Secrétaire perpétuel de l'Academie des Sciences et **SIMART (G.)**, Capitaine de frégate, Répétiteur à l'Ecole Polytechnique. — **Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes.** 2 volumes in-8 (25-16) se vendant séparément :

TOME I : Volume de VI-256 pages, avec figures; 1897..... 18 fr.

TOME II : Volume de VI-528 pages; 1906 ..... 36 fr.

67745-22 Paris - Imp. GAUTHIER-VILLARS et Cie, 55, Quai des Grands-Augustins

BINDING SECT. MAY 7 1974

PLEASE DO NOT REMOVE
CARDS OR SLIPS FROM THIS POCKET

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

Q
113
P55

Picard, Emile
Discours et melanges

P&ASci